مضبوطی اشیا

حصۂ اول

سلسلۂ نصاب تعلیم جامعۂ عثمانیہ

نشان (۲۷۹)

مضبوطی اشیا

(حصہ اوّل)

STRENGTH OF MATERIALS

مصنّفۂ

آرتھر مارلے
ڈی۔ ایس سی

مترجمۂ

مولوی ضیاء الدین صاحب انصاری
ام۔ اے (عثمانیہ) بی۔ ایس سی آنرز (مینچسٹر)
پروفیسر سیول انجینیری کلیہ انجینیری جامعۂ عثمانیہ

۱۳۶۶ھ م ۱۳۵۶ف م ۱۹۴۷ء

مطبوعۂ

دارالطبع جامعۂ عثمانیہ سرکار عالی حیدرآباد دکن

یہ کتاب مسرز لانگمنس، گرین اینڈ کمپنی کی
اجازت سے اُردو میں ترجمہ کرکے
طبع وشایع کی گئی ہے

طبع ثانی

تعداد طبع (۵۰۰)

دیباچہ

یہ کتاب لکھی تو انجینیری کے طلبہ کے لیے گئی ہے اور مضبوطیٔ اشیا کے جامعاتی اور مماثل امتحانوں کے نصاب کو طے کرتی ہے، لیکن توقع کی جاتی ہے کہ اُن بہت سے عملی انجینیروں کے لیے بھی یہ کارآمد ثابت ہو گی جن کو اس مضمون کا جاننا ضروری ہے۔

کتاب کے بعض حصوں میں عام مروج طرز اختیار کیا گیا ہے، لیکن بعض امتیازی خصوصیتوں کا یہاں ذکر کیا جاتا ہے۔ باب دوم میں لچکدار مضبوطی کے مختلف نظریے سمجھائے گئے ہیں اور پھر پوری کتاب میں وہ ضابطے بتائے گئے ہیں جو ان نظریوں کے تحت مرکب زور کی صورتوں میں حاصل ہوتے ہیں۔ خماؤ کے معیار کے نقشے کے رقبے کے معیار یعنی تکمل $\int \frac{\text{م لا}}{\text{آ ے}}$ و لا سے شہتیروں کے انصراف معلوم کرنے کے طریقے کا کافی استعمال کیا گیا ہے۔ میرے دوست پروفیسر جے۔ ایچ اسمتھ، ڈی۔ ایس سی نے میری توجہ دربستہ اور مسلسل شہتیروں کے مسائل میں اس طریقے کے سہل استعمال کی طرف منعطف کی جو باب (۷) میں عمل میں آیا ہے۔ کئی ایسے مسائل سے بحث کی گئی ہے جن پر نصاب کی کتابوں میں اب تک بہت کم توجہ کی گئی ہے۔ ان میں حسب ذیل مسائل شریک ہیں۔ گھومتے قرصوں اور استوانوں کی مضبوطی، خمدار سلاخوں کا خماؤ جن کا اطلاق آنکڑوں، حلقوں اور کڑیوں پر کیا گیا ہے،

بن تمام سپاٹ تختیاں، اور رواں مشینری کی بعض رفتاروں سے پیدا ہونے والے زور اور غیر قیام پذیری۔ مضبوطیٔ اشیا سے متعلق بہت سے اہم تحقیقاتی کام کا ذکر کیا گیا ہے، اور متعدد آسانی سے دستیاب ہونے والے اصلی پرچوں کے حوالے دیے گئے ہیں۔ اکثر نتائج جن میں اگرچہ کہ صرف آسان ریاضی کا عمل تھا، تفصیل سے حاصل کیے گئے کیونکہ یہ تجربہ کی بات ہے کہ احتیاط سے مطالعہ کرنے والوں کا بہت سا وقت ایسے خلاؤں کو پر کرنے میں لگ جاتا ہے۔ بہت سے پورے طور پر حل کی ہوئی عددی مثالیں دی گئی ہیں اور قارئین کو مشورہ دیا جاتا ہے کہ ان سب کو پڑھیں اور اُن سب مثالوں کو خود حل کریں جو بابوں کے آخر میں دی گئی ہیں، اس سے اس مضمون پر عبور حاصل کرنے میں بڑی مدد ملیگی۔ بہت سے قارئین کو یہ موقعہ ہوگا کہ عملی امتحانی آلات کو دیکھیں اور استعمال کریں۔ مضمون کے اس حصہ سے آخر کے تین بابوں میں کسی قدر اختصار سے بحث کی گئی ہے، البتہ جانچ سے متعلق کتابوں اور پرچوں کے بارے میں کافی حوالے دیے گئے ہیں۔

مجھے پروفیسر کارل پیرسن کی بڑی کارآمد حوالے کی کتاب "لچک کے نظریے کی تاریخ" اور پروفیسران الون، جے۔ بی جانسن اور اے۔ مارٹنز کے جانچ سے متعلق مقالات کو ہدیۂ تشکر پیش کرنا ہے۔

مجھے اپنے ان بہت سے دوستوں کا بھی شکریہ ادا کرنا ہے جنھوں نے اپنے مشوروں سے اور مسودے اور پروف کو پڑھ کر اور مثالوں کی صحت کی جانچ کر کے میری مدد کی ہے، ان میں خاص طور پر پروفیسر گڈمین، ایم۔ ایس سی، پروفیسر ڈبلیو رابنسن، ایم۔ ای، پروفیسر جے۔ ایچ اسمتھ ڈی ایس سی، مسٹر ٹی۔ ایچ گارڈنر بی۔ ایس سی، مسٹر ڈبلیو انجلے اور مسٹر جی۔ اے۔ ٹاملنسن، بی۔ ایس سی، قابل ذکر ہیں۔

میں مختلف مشینوں اور آلات کے اُن صناعوں اور دیگر

حضرات کا بھی شکر گزار ہوں جنھوں نے مجھے بلاک اور تصاویر عنایت کی ہیں اور جن کے نام کتاب میں ان تصاویر کے سلسلے میں درج ہیں۔

یہ تو امید نہیں کی جا سکتی کہ یہ ایڈیشن غلطیوں سے بالکل پاک ہوگا۔ کسی غلطی کی نشاندہی یا کوئی مشورہ شکریہ کے ساتھ قبول کیا جائیگا۔

یونیورسٹی کالج، ناٹنگھم
ستمبر ۱۹۰۸ء

آرتھر مورلے

فہرستِ مضامین

مضبوطیٔ اشیا

حصۂ اوّل

پہلا باب

صفحہ

دُوسرا باب

دھاتوں کے میکانی خواص

تیسرا باب

صفحہ

چوتھا باب

پانچواں باب

چھٹا باب

صفحہ

ساتواں باب

آٹھواں باب

نواں باب

مضبوطیٔ اشیاء

حصۂ اوّل

باب ۱ تا باب ۹

بِسۡمِ اللّٰہِ الرَّحۡمٰنِ الرَّحِیۡمِ

مضبوطیِ اشیا

پہلا باب

لچکدار زور اور فساد

۱۔ اس مضمون میں جو عام طور پر مَضبُوطیٔ اشیاء کہلاتا ہے اندرُونی قوتوں کی تقسیم، اور زور کے عمل کے تحت مشینوں اور تعمیروں کے مختلف حصوں کی قائمیت اور بگاڑ کا مطالعہ شامل ہے۔ یہ مضمون کچھ تو تجربات کے نتائج پر مبنی ہے اور کچھ اُن تجربات سے میکانیات اور ریاضیات کے اصولوں کے ذریعے حاصل شدہ نتائج پر مبنی ہے۔ بہت سادہ صورتوں کو چھوڑ کر اس کی بحث عام طور پر اتنی باقاعدہ نہیں ہوتی جتنی کہ لچک کے ریاضیاتی نظریے میں ہوتی ہے۔ لچک کا ریاضیاتی نظریہ ایک استدلالی علم ہے اور ان عملی مسائل میں سے اکثر کو حل کرنے سے قاصر ہے جو مشینوں اور تعمیروں کی تجویز میں انجنیر کو پیش آتے ہیں۔ اس فن کی نیم آزمایشی نوعیّت کی وجہ سے مناسب یہ ہے کہ جہاں کہیں ممکن ہو اس کے ضابطوں کی تجربے سے تصدیق کرلی جائے اور ہر صورت میں وہ حدود اور قیود

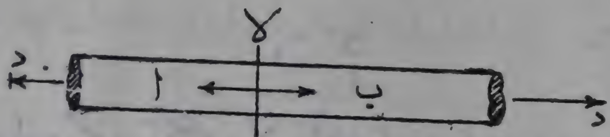
زیر نظر رہیں جن کے اندر اس فن کے مختلف نظریات درست رہتے ہیں مشینوں اور تعمیروں کے اجزا میں تناسب قائم کرتے وقت مضبوطی اور صلابت کے علاوہ بہت سے دیگر لحاظات مثلاً لاگت، تذہین اور پائداری کی اہمیت کا بھی لحاظ رکھنا ہوتا ہے لیکن مضبوطیٔ اشیا کے ضابطے اگر معقول طور پر استعمال کیے جائیں تو مشینوں اور تعمیروں کی علمی تجویز کی بنا کا بڑا اہم حصہ ہوتے ہیں۔

۲۔ زور — دو اجسام یا ایک ہی جسم کے ایسے دو حصوں کے درمیان جو قوتوں کو منتقل کریں جو مساوی اور مقابل عمل اور ردِ عمل ہوتے ہیں اُن سے زور پیدا ہوتا ہے۔ اگر ہم ایک جسم کو جو ایک قوت کو منتقل کر رہا ہو ایک خیالی سطح سے دو حصوں میں تقسیم کریں اور اس سطح کے آرپار تعامل ہو تو وہاں کے مادے کو کہا جاتا ہے کہ زور کی حالت میں ہے۔ قوتوں کے اجزائے ترکیبی اور اس طرح خود زور، فاصل سطح پر یا تو یکساں منقسم ہونگے یا کسی اور طریقے پر کسی سطح پر زور کی حالت، جس کو عام طور پر صحتِ بیان کا خیال کیے بغیر صرف زور کہا جاتا ہے، یکساں تقسیم کی صورت میں منتقل شدہ قوت فی اکائی رقبہ سے ناپی جاتی ہے۔ اس کو اکائی زور بھی کہا جاتا ہے۔ اگر تقسیم یکساں نہ ہو تو سطح کے کسی نقطے پر زور کی حالت سے مراد قوت کی اکائیوں اور رقبے کی اکائیوں کی نسبت ہے جب کہ رقبے کو بے حد کم کر دیا جائے۔

۳۔ سادہ زور — کسی جسم کے اندر پائے جانے والے زور کی حالتوں میں دو حالتیں خاص طور پر بہت سادہ ہیں۔ زیادہ پیچیدہ زوروں کو اُن کے اجزائے ترکیبی میں تقسیم کر لیا جا سکتا ہے۔

(۱) تدنشی زور کسی جسم کے دو حصوں کے درمیان اس وقت پایا جاتا ہے جب کہ ایک دوسرے کو اپنی طرف کھینچے۔ تنشی زور کے زیرِ عمل آنے والی شے کی سادہ ترین مثال بندھن سلاخ ہے جو ایک کھینچ کو برداشت کرے۔ اگر بندھن سلاخ پر کھینچ P پونڈ ہے، اور ہم سلاخ کے محور کے علی القوائم کسی تراش ab پر غور کریں جس کا رقبہ A مربع انچ ہو اور جو سلاخ کو دو حصوں

ا اور ب میں تقسیم کرتی ہو (شکل ۱) تو تراش لا پر مادہ تنشی زور کے



شکل ۱

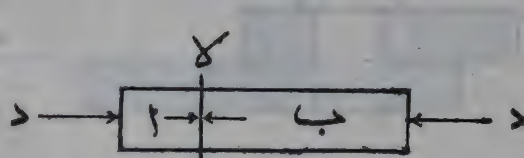
تحت ہوگا۔ حصۂ ب، حصۂ ا پر ایک کھینچ کا عمل کرتا ہے جو د کو عین توازن میں رکھتا ہے، اور اس طرح د کے مساوی اور مقابل ہے۔ اوسط قوت تراش کے فی مربع انچ

$$د = \frac{د}{ر}$$

اور یہ قیمت د اس تراش پر تنشی زور کی اوسط حدت ہے۔

(۲) فشاری زور کسی جسم کے دو حصوں کے درمیان اس وقت پایا جاتا ہے جب کہ وہ ایک دوسرے کو دھکیلیں۔

اگر ایک سلاخ (شکل ۲) دونوں سروں پر د ٹن کا ایک محوری دھکیل



شکل ۲

برداشت کر رہی ہو تو ایک عرضی[۱] تراش لا پر جس کا رقبہ ر مربع انچ ہو اور جو سلاخ کو دو حصوں ا اور ب میں تقسیم کرے مادہ فشاری زور کے تحت

---

[۱] Transverse

ہوگا۔ حصہ ا حصہ ب کو ایک قوت سے دھکیلیگا جو ب کے بعید سرے پر کے دھکیل کے مساوی اور مقابل ہوگی۔ تراش پر اوسط قوت فی مربع انچ

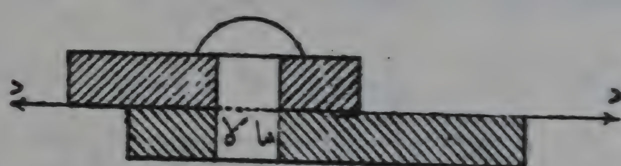
$$د = \frac{د}{ر}$$

ہوگی اور د کی یہ قیمت تراش لا پر فشاری زور کی اوسط حدت ہے۔

جزّی زور کسی جسم کے دو متصل حصوں کے درمیان اُس وقت پایا جاتا ہے جب کہ دونوں میں سے ایک دوسرے پر جانباً[1] تماسی سطح پر تماسی سمت میں مساوی اور مقابل قوتوں کا عمل کریں۔ مثلاً (شکل ۳) میں جو کیل یا ریوٹ دکھایا گیا ہے اُس کی تراش لا ما پر جزّی زور ہوگا جب دونوں تختیاں جو ریوٹ سے جکڑی ہوئی ہیں تراش لا ما کے مستوی میں ایک کھینچ د کو برداشت کریں۔ اگر تراش لا ما کا رقبہ ر مربع انچ ہو اور کھینچ د ٹن ہو تو تراش لا ما پر مجموعی جزّ د ٹن ہوگا، اور اوسط قوت فی مربع انچ

$$ق = \frac{د}{ر}$$

ہوگی۔ یہ قیمت ق تراش لا ما پر جزّی زور کی اوسط حدت ہے۔



شکل ۳

۴۔ فساد ـــــ فساد شکل وصورت یا ابعاد کا تغیر ہے جو زور سے پیدا ہو۔

[1] Laterally

(۱) تنشی فساد کھنچاؤ ہے اور اکثر ایک کھنچنے سے پیدا ہوتا ہے جس سے تنشی زور کی حالت پیدا ہوتی ہے۔ یہ فساد، تنشی زور کی سمت میں ہوتا ہے اور کسری تطول سے ناپا جاتا ہے۔ مثلاً اگر طول ل اکائیاں بڑھ کر ل + مف ل ہو جائے تو فساد

$$\frac{\text{مف ل}}{\text{ل}}$$

ہوگا۔ ظاہر ہے کہ فساد عددی طور پر کھنچاؤ فی اکائی طول کے مساوی ہے۔

(۲) فشاری فساد سکڑاؤ ہے جو عموماً فشاری زور سے پیدا ہوتا ہے اور سکڑاؤ اور ابتدائی طول کی نسبت سے ناپا جاتا ہے۔ اگر طول ل سکڑ کر ل ۔ مف ل ہو جائے تو فشاری فساد

$$\frac{\text{مف ل}}{\text{ل}}$$

ہوگا۔ تنشی زور سے اس کی سمت کے علی القوائم سکڑاؤ پیدا ہوتا ہے اور فشاری زور سے اس کے علی القوائم تطول۔

(۳) مسخ کا فساد یا جزی فساد زاویئی ہٹاؤ ہے جو جزی زور سے پیدا ہوتا ہے۔ اگر کسی شے پر ایک خاص متوی میں خالص جزی زور عمل کرے تو اس متوی کے اور ایک خط کے جو ابتدا میں متوی کے علی القوائم تھا درمیان کے زاویہ کی تبدیلی نیم قطری پیمانے میں جزی فساد کا ناپ ہوگی (دیکھو دفعہ ۱۰)۔

۵۔ لچک کی حدود

کسی مادے کے لیے زور کی وہ حدود جن کے اندر زور کے ہٹا لینے پر فساد بالکلیہ رفع ہو جائے لچک کی حدود کہلاتی ہیں۔ اگر لچک کی حد سے زیادہ زور لگایا جائے تو زور کے ہٹا لینے پر فساد کا کچھ حصہ باقی رہتا ہے۔ اس طرح باقی رہ جانے والا فساد مستقل فساد کہلاتا ہے۔ ظاہر ہے کہ لچک کی حد کی تعیین اس پر منحصر ہوگی کہ خفیف ترین مستقل فساد بھی مشاہدے سے بچ نہ جائے۔ بھدے طریقوں کے مقابلے میں صحت کے آلات سے اس کی قیمت پست تر حاصل ہوتی ہے۔ بعض مادوں میں حاصل شدہ نتیجہ اس پر بھی (۲)

منحصر ہوگا کہ فساد کو نشو و نما پانے اور غائب ہونے کے لیے کتنا وقت دیا گیا۔
لچکدار فساد وہ فساد ہے جو لچک کی حدود کے اندر کسی زور سے پیدا ہو۔ لیکن یہی اصطلاح اکثر فساد کے اُس حصے کے لیے استعمال ہوتی ہے جو زور کے ہٹا لینے پر رفع ہو جائے خواہ یہ زور لچک کی حدود کے اندر ہو یا باہر۔

ھوک کا قانون یہ ہے کہ لچک کی حدود کے اندر پیدا شدہ فساد اُس کو پیدا کرنے والے زور کے تناسب ہوتا ہے۔ یہ قانون ہر قسم کے زور پر حاوی ہے۔
یہ قانون تمام اشیا کے لیے پورا پورا صحیح نہیں لیکن بہت سی اشیا کے لیے تقریباً صحیح ہے۔ اس سے خفیف انحرافات کے متعلق آئندہ توجہ مبذول کرائی جائیگی۔

۶۔ لچک کا مقیاس ــــــ ھوک کے قانون کی صحت کو تسلیم کر لیا جائے تو لکھا جا سکتا ہے :ــ

$$\text{زور کی حدت} \propto \text{فساد}$$

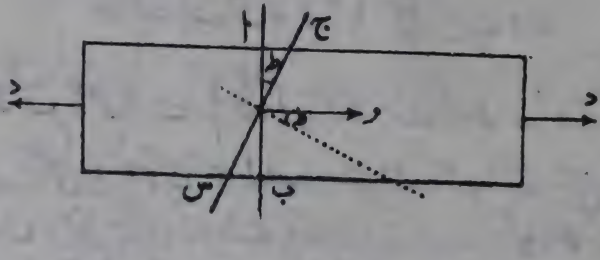
یا

$$\text{زور کی حدت} = \text{فساد} \times \text{مستقل}$$

اس مساوات کے مستقل کو لچک کا مقیاس یا قدر کہتے ہیں اور اس کی مقدار زور اور فساد کی قسم پر منحصر ہوگی۔ زور کی ہر ایک قسم کے لیے ایک علٰحدہ قسم کا مقیاس ہے۔ چونکہ فساد صرف ایک عدد ہے اور طول، وقت یا قوت کے لحاظ سے اس کے کوئی ابعاد نہیں، اس لیے یہ مستقل اُسی نوعیت کا ہے جو زور کی حدت کی ہے یعنی قوت کی اکائیاں فی اکائی رقبہ مثلاً پونڈ یا ٹن فی مربع انچ۔ ہم لچک کے مقیاس کی تعریف یہ کر سکتے ہیں کہ اگر لچک کی کوئی حد نہ ہوتی یا اگر مادہ اس حد کے باہر بھی اُس قانون کی پابندی کرتا جس کی اُس حد کے اندر کرتا ہے تو لچک کا مقیاس زور کی وہ حدت ہے جس سے اکائی فساد پیدا ہوتا یا بالفاظِ دیگر زور کی حدت فی اکائی فساد ہے۔

۷۔ ترچھے زوروں کے اجزا ــــــ اگر کسی شے میں

کسی سطح پر زور نہ عمادی ہو اور نہ مماسی تو ہم آسانی کی خاطر اس کو علی القوائم اجزا میں تحلیل کر سکتے ہیں جو اس سطح پر عماد اور مماس ہوں۔ عمادی زور اپنی سمت کی وجہ سے تنشی یا فشاری ہونگے اور مماسی اجزا جزی زور ہوں گے۔



شکل ۴

ایک سادہ مثال سے زور کی تحلیل کا طریقہ واضح ہو جائیگا۔ اگر عمودی تراش ر مربع انچ کی ایک متوازی سلاخ پر د ٹن کی ایک کھینچ عمل کرے تو تنشی زور کی حدت د = $\frac{د}{ر}$ ہو گی اور سلاخ کے طول کی سمت میں ہو گی یا بالفاظِ دیگر ایک سطح ا ب پر جو کھینچ کے خط کے علی القوائم ہے عمادی ہو گی (شکل ۴)۔

(۵) فرض کرو کہ سطح ج س پر جو سطح ا ب سے زاویہ ط بناتی ہے زور کی حدتوں کے عمادی اور مماسی اجزا $ف_ع$ اور $ف_م$ ہیں۔ ساری قوت ف کو ج س کے عماداً تحلیل کرنے سے

$$ف_ع = ف \text{ جم } ط$$

اور سطح ج س کا رقبہ = ر قط ط

اس لیے $$ف_ع = \frac{ف \text{ جم } ط}{ر \text{ قط } ط} = \frac{ف}{ر} \text{ جم}^2 ط = ف \text{ جم}^2 ط$$

اور سطح ج س کے مماساً تحلیل کرنے سے

$$ف_م = ف جب ط$$

$$ف_م = \frac{ف جب ط}{ر قط ط} = \frac{ف}{ر} جب ط جم ط$$

$$= ف جب ط جم ط، یا \frac{ف}{۲} جب ۲ ط$$

ظاہر ہے کہ $ف_م$ اعظم قیمت $\frac{۱}{۲}$ ف کو پہنچیگا جب کہ ط = ۴۵°، اس طرح وہ تمام سطحیں، منحنی یا مستوی، جو اب سے اور اس طرح کھینچ کے محور سے بھی ۴۵° پر ہوں اعظم جزّی زور کے تحت ہوتی ہیں۔ اشیا کا تناؤ یا فشار میں امتحان کرتے وقت یہ اکثر ہوتا ہے کہ شکستگی کھینچ کے محور سے ۹۰° کی سطحوں پر نہیں بلکہ جزّ کی وجہ سے مائل سطحوں پر واقع ہوتی ہے۔

مثال ـــــ ایک بندھن سلاخ کے اندر ۵ ٹن فی مربع انچ کا یکساں تنشی زور ہے۔ اس مستوی پر جزّی زور کی حدت کیا ہوگی جس کا عماد سلاخ کے محور سے ۴۰° کا زاویہ بنائے۔ اس مستوی پر عمادی زور کی حدت اور زور کی حاصل حدت کیا ہے؟

سلاخ کے ایسے حصے پر غور کرو جس کی تراش محور کے علی القوائم ایک مربع انچ ہو تو اس پر کھینچ ۵ ٹن ہے۔ عمودی تراش سے جو سطح ۴۰° کا زاویہ بناتی ہے اُس کا رقبہ جس پر بوجھ منقسم ہے

(۱ × قط ۴۰°) مربع انچ

ہے اور اس ترچھی سطح کے متوازی قوت کا جزوِ تحلیلی

(۵ × جب ۴۰°) ٹن

ہے۔ اس لیے جزّی زور کی حدت

= ۵ جب ۴۰° ÷ قط ۴۰° = ۵ جب ۴۰° جم ۴۰° = ۵ × ۰٫۶۴۲۸ × ۰٫۷۶۶۰

= ۲٫۴۶۲ ٹن فی مربع انچ

اس ترچھی سطح پر عمادی قوت = ۵ جم ۴۰°

اس لیے عمادی زور کی حدت

= ۵ جم ۰ ۴۵° ÷ قطہ ۴۵° = ۵ جم۲ ۴۵° = ۵ × ۰٫۷۰۷ × ۰٫۷۰۷

= ۲٫۵ ٹن فی مربع انچ

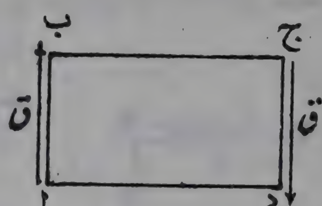
حاصل زور سلاخ کے محور کی سمت میں ہے اور اس کی حدت (۶)

= ۵ ÷ قطہ ۴۵° = ۵ جم ۴۵° = ۳٫۵۳ ٹن فی مربع انچ

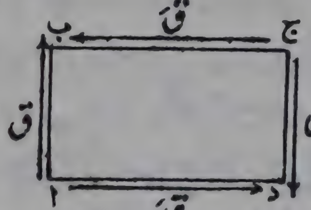
۸ ۔ اتمامی جزّی زور ۔ سادہ جزّ کی حالت

ایک دی ہوئی سمت میں جزّی زور اُس وقت تک واقع نہیں ہو سکتا جب تک اس کے ساتھ اس کو متوازن کرنے کے لیئے اس کے علی القوائم ایک مساوی حدت کا جزّ موجود نہ ہو ۔

اگر ہم ایک بے انتہا چھوٹے مستطیلی کُندے ا ب ج د پر غور کریں[۱] (شکل ۵) جو حدت ق کے جزّی زور کے تحت ہو تو ہم صرف متوازی چہرو ں ا ب اور ج د پر کی مساوی اور مقابل مماسی قوتوں سے تعادل حاصل نہیں کر سکتے ۔ ان قوتوں سے ایک جفت پیدا ہوتا ہے اور صرف یہ قوتیں ہوں تو



شکل ۵



شکل ۶

[۱] محدود جسامت کے کُندے پر عمادی زور سے جو یکساں نہ ہو ایک جفت پیدا ہو سکتا ہے ۔

گھماؤ کا ایک معیار پیدا ہوگا۔ تعادل کی سکونیات سے ظاہر ہے کہ اس صورت میں تعادل صرف اس طرح ہو سکتا ہے کہ قوتوں کا ایک اور نظام ہو جو اس جفت کے مساوی اور مخالف جفت کے معادل ہو۔ اس لیے ا د اور ج ب پر بھی مماسی قوتیں ہونی چاہییں جن کا معیار ا ب اور ج د پر کی قوتوں کے معیار کا توازن کرے اور یہ ہر صورت میں صحیح ہے خواہ کوئی عمادی قوتیں ہوں یا نہ ہوں۔ اگر ا د اور ج ب پر ایک مماسی زور ہو جس کی حدت قَ ہو (شکل ۶) اور کندے ا ب ج د کی موٹائی شکل کے علی القوائم ل ہو تو ا ب، ب ج، ج د، د ا پر قوتیں حسب ذیل ہوں گی:—

ا ب × ل × ق، ب ج × ل × قَ، ج د × ل × ق اور د ا × ل × قَ

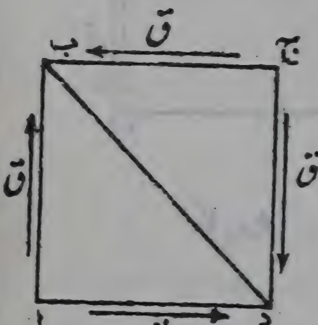
اور دونوں جفتوں کے معیاروں کو مساوی رکھنے سے

ا ب × ل × ق × ب ج = ب ج × ل × قَ × ا ب

یعنی ق = قَ

یعنی جزّی زوروں کی حدتیں دو علی القوائم مستویوں پر مساوی ہیں۔ یہ ہر صورت میں درست ہے خواہ عمادی زور کچھ ہی ہوں یا بالفاظِ دیگر ق اور قَ علی القوائم مستویوں پر زور کے اجزائے ترکیبی ہوں یا حاصل زور ہوں ہر صورت میں درست ہے۔

سادہ جزّ — شکل ۶ میں زور کی جو کیفیت دکھائی گئی ہے یعنی جہاں صرف جزّی زور مساوی حدت ق کے ہوں اس کیفیت کو سادہ جزّ کہا جاتا ہے۔ دوسری سمتوں میں زور معلوم کرنے کے لیے ایک چھوٹا کندہ ا ب ج د (شکل ۷) لو مربع چہرے ا ب ج د کے اضلاع ض ہیں اور کندے کا طول شکل کے علی القوائم ل ہے۔ حصہ ب ج د کے تعادل پر غور کرو قوتوں ق کو وتر ب د کے علی القوائم تحلیل کرو جس سے چہرے ب د پر عمل کرتی ہوئی قوت



شکل ۷

$$2 \times ق \times ض \times ل \text{ جم } 45^\circ = 2 \frac{ق ض ل}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\, ق ض ل$$

حاصل ہوگی۔

$$ب د \text{ کا رقبہ} = ب د \times ل = \sqrt{2}\, ض ل \qquad (7)$$

اس لیے اگر چہرے ب د پر عادی زور کی حدت $ف_ع$ ہو تو

$$ف_ع \times \sqrt{2}\, ض ل = \frac{2}{\sqrt{2}} ق ض ل$$

یا

$$ف_ع = ق$$

اور $ف_ع$ صریحاً فشاری ہے۔

اسی طرح ظاہر ہے کہ متوی اج پر تننشی زور کی حدت ق ہوگی۔ وتروں ب د اور اج کے مماساً تحلیل کرنے سے دونوں پر مماسی زوروں کی حدت صفر آئیگی۔ اس سے معلوم ہوا کہ سادہ جزّ کی صورت میں خالص جزّ کے متویوں سے ۴۵° بنانے والے متویوں پر خالص تننشی اور فشاری زور پائے جاتے ہیں اور ان دونوں راست زوروں کی حدتیں اس خالص جزّی زور کی حدت کے مساوی ہیں۔

۹۔ لچک کے تین اہم مستقل

زور کی تین سادہ کیفیتیں ہیں اور ان کے تناظر لچک کے تین مقیاس (دفعہ ۶) ہیں جو اہم ہیں۔

ینگ کا مقیاس جو کھنچاؤ کا یا راست مقیاس بھی کہلاتا ہے خالص تناؤ کی صورت میں لچک کا مقیاس ہے جب کہ کوئی اور زور عمل نہ کر رہا ہو۔ اکثر اشیا میں فشار کے لیے بھی اس کی یہی قیمت ہوتی ہے۔ اس کو ہمیشہ حرف ے سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ لچک کا یہ راست مقیاس تننشی (یا فشاری) زور فی اکائی طولی فساد کے مساوی ہے (دفعہ ۶)۔ اگر ایک تننشی زور ف ٹن فی مربع انچ سے تننشی فساد س پیدا ہو (دفعہ ۴) تو تننشی زور کی حدت = تننشی فساد × ے

یا $\text{ف} = \text{س} \times \text{ے}$

اس لیے $\text{ے} = \dfrac{\text{ف}}{\text{س}} = \dfrac{\text{تمنشی زور کی حدت}}{\text{تمنشی فساد}}$

اور اس کو انہیں اکائیوں میں بیان کیا جاتا ہے (یہاں ٹن فی مربع انچ) جو ف کی اکائی ہے۔

فولاد یا پٹوان لوہے کے لیے ے کی قیمت تقریباً ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے۔

مثال ۱۔ فولاد کی ایک بندھن سلاخ میں جس کا طول ۱۰ فٹ اور قطرہ ۱٫۵ انچ ہے ۱۲ ٹن کی کھینچ کے تحت تطول معلوم کرو۔

تراشش کا رقبہ = ۱٫۵ × ۱٫۵ × ۰٫۷۸۵۴ = ۱٫۷۶۷ مربع انچ

زور کی حدت = $\dfrac{12}{1.767}$ = ۶٫۷۹ ٹن فی مربع انچ

فساد = $\dfrac{6.79}{13000}$

تطول = $\dfrac{6.79}{13000} \times 10 \times 12 = 0.0627$ انچ

مثال ۲۔ تانبے کی ایک لمبی سلاخ جس کا قطر ۱ انچ ہے ایک فولادی نل کے اندر جو $\frac{1}{8}$ انچ موٹا ہے ڈھیلی پڑی ہوئی ہے اور سلاخ کے دونوں سرے نل کو استوارانہ ثابت ہیں۔ اب اس مرکب سلاخ کو ایک ۱۰ ٹن کی قوت سے کھینچا جاتا ہے۔ دونوں دھاتوں میں زور کی حدت معلوم (۸)
کرو (ے = ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ فولاد کے لیے اور ۶۰۰۰ تانبے کے لیے)۔

فرض کرو کہ زور کی حدت فولاد میں ف_1 اور تانبے میں ف_2 ہے۔ چونکہ دونوں میں فساد ایک ہی ہے اس لیے

$$\frac{\text{ف}_1}{13000} = \frac{\text{ف}_2}{6000}$$

یا $\text{ف}_1 = \frac{13}{6}\,\text{ف}_2$

تانبے کی تراش کا رقبہ ۷۸۵۴ء۰ مربع انچ ہے، اور فولاد کا ۱۷۱۴۴ء۰ مربع انچ -
اس لیے مجموعی بوجھ

۱۰ ٹن = ۱۷۱۴۴ء۰ ف۱ + ۷۸۵۴ء۰ ف۲

یا
۱۰ = ف۲ (۱۷۱۴۴ء۰ × $\frac{۱۳}{۶}$ + ۷۸۵۴ء۰)

ف۲ = $\frac{۱۰}{۱٫۱۷۴۲۴}$ = ۷۴ء۵ ٹن فی مربع انچ

اور
ف۱ = ۱۲٫۴۴۳ ٹن فی مربع انچ

۱۰- استواری کا مقیاس ــــ عرضی لچک کا مقیاس

یا جزّی مقیاس وہ مقیاس ہے جو جزّی زور کی حدت اور جزّی فساد کی مقدار کے ربط کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کو حرف س سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ اگر جزّی فساد (دفعہ ۴) حدت ق کے جزّی زور کی وجہ سے فہ نیم قطری ہو تو

جزّی زور = جزّی فساد × س

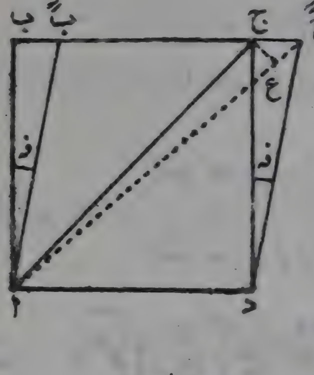
یا
ق = فہ × س

∴ س (ٹن فی مربع انچ) = $\frac{ق}{فہ}$ = $\frac{جزّی زور}{جزّی فساد}$

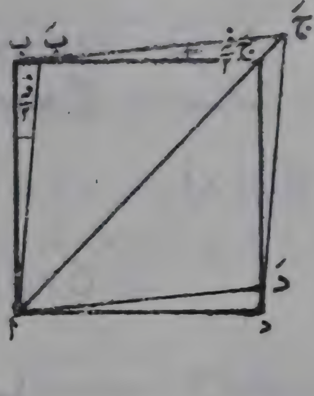
فولاد کے لیے س کی قیمت ے کی تقریباً $\frac{۲}{۵}$ ہے۔

سادہ جزّی فساد ــــ ایک شے سادہ جزّی زور کے تحت ہو، جیسا کہ دفعہ ۸ میں ہے، تو اس کے ایک مربع چہرے ا ب ج د (شکل ۸) میں جو فساد ہوگا اُس کو نئی شکل اَ بَ جَ دَ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ فساد کو بیان کرنے کے لیے اس میں آسانی ہو گی کہ ایک ضلع مثلاً ا د کو ثابت سمجھا جائے اور نئی شکل کے طور پر شکل ۹ میں دکھائی ہوئی شکل ا بً جً د لی جائے۔ فساد بہت خفیف مقدار میں ہیں اس لیے (۹)
خطِ مستقیم ب بً تقریباً ایک قوس پر منطبق ہوتا ہے جو ا کو مرکز مان کر کھینچی جائے۔ اسی طرح ا جً پر عمود ج ع کھینچا جائے تو اس کو بھی

ایک قوس سمجھا جا سکتا ہے جس کا مرکز ا ہے - جزّی فساد (دفعہ ۴) فہ



شکل ۹



شکل ۸

نیم قطری (شکل ۹) حسب ذیل کے مساوی ہے:

$$\frac{\text{ب بً}}{\text{ا ب}} \text{ یا } \frac{\text{ج جً}}{\text{ج د}} \text{ اور مساوی ہے } \frac{\text{ق}}{\text{س}} \text{ کے۔}$$

وتر اج کا تطول ع جً ہے اور خطی فساد

$$\frac{\text{ع جً}}{\text{ا ج}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \text{ج جً}}{\sqrt{2} \times \text{ج د}} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{ج جً}}{\text{ج د}}$$

$$= \frac{1}{2}\,\text{فہ یا } \frac{1}{2}\,\frac{\text{ق}}{\text{س}}$$

یعنی اس سمت میں فساد عدداً جزّی فساد کا نصف ہے - اسی طرح سمت ب د میں فساد $\frac{1}{2}$ فہ ہوگا، لیکن اس سمت میں تطول نہیں بلکہ سکڑاؤ واقع ہوگا - یہ فساد اُن راست زوروں کے متناظر ہیں جو جزّی زوروں کی وجہ سے دفعہ ۸ کی رُو سے، وتری مستویوں پر مساوی حدت ق کے پیدا ہوتے ہیں - دیکھو اج میں فساد صرف $\frac{\text{فہ}}{2}$ نہیں کیونکہ تنشی زور فہ کے علاوہ اس کے

علی القوائم ایک مساوی حدت کا فشاری زور بھی ہے۔

۱۱۔ حجمی مقیاس

وہ ہے جو تین باہم علی القوائم اور مساوی راست زوروں سے پیدا ہونے والے حجمی فساد کے متناظر ہے۔ مثلاً کوئی مجسم ایک سیال کے اندر ڈبو دیا جائے جو دباؤ کے تحت ہو تو اس جسم کے حجم میں خفیف سی کمی واقع ہو گی۔ یہ مقیاس عموماً صرف ح سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

اگر مساوی عمادی زوروں کی حدت ف ہو تو

$$\text{حجمی فساد} = \frac{\text{حجم کا تغیر}}{\text{ابتدائی حجم}} = \frac{ف}{ح}$$

حجمی فساد اس کے ساتھ کے طولی فساد کا ۳ گنا ہو گا، کیونکہ اگر ہم ضلع ا کے ایک مکعب پر غور کریں جس کا ہر ضلع فساد کے بعد ا ± مف ا ہو جائے جہاں مف ا بہت چھوٹا ہو تو طولی فساد

$$\frac{\text{مف ا}}{\text{ا}}$$

ہے اور حجمی تغیر $(ا \pm \text{مف ا})^3 - ا^3$ یا

چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبے تک $\pm ۳ ا^2$ مف ا ہو گا۔ اس طرح فساد

$$= \frac{۳ ا^2 \text{مف ا}}{ا^3} = ۳ \frac{\text{مف ا}}{ا}$$

جو طولی فساد $\frac{\text{مف ا}}{ا}$ کا تین گنا ہے۔ یا بالفاظِ دیگر طولی فساد حجمی فساد کا ایک تہائی ہوتا ہے۔

۱۲۔ پوائی سن (Poisson) کی نسبت —— (۱۔۱)

راست زور سے خود اس کی سمت میں ایک فساد اور اس کے علی القوائم ہر سمت میں ایک مخالف قسم کا فساد پیدا ہوتا ہے۔ چنانچہ ایک بندھن سلاخ تنشی زور کے تحت

طولاً پھیلیگی اور جانبناً[2] سکڑیگی ۔ لچک کی حد کے اندر نسبت

$$\frac{\text{جانبی فساد}}{\text{طولی فساد}}$$

جس کو بالعموم $\frac{1}{م}$ سے تعبیر کیا جاتا ہے کسی دیے ہوئے مادے کے لیے مستقل ہوتی ہے ۔ م کی قیمت عموماً ۳ سے ۴ تک ہوتی ہے ۔ نسبت $\frac{1}{م}$ اکثر دھاتوں کے لیے $\frac{1}{4}$ ہوتی ہے ۔ یہ نسبت جس کو پہلے تمام دھاتوں کے لیے $\frac{1}{4}$ خیال کیا گیا تھا، پوائی سن[1] کی نسبت کہلاتی ہے ۔

۱۲ ۔ لچک کے مستقلوں کے درمیان روابط

اوپر کی مقداروں ے، س، ح اور م کے درمیان چند روابط آسانی سے اخذ کیے جا سکتے ہیں ۔ کسی شے کے ایک مربع کندے میں جو حدت کے سادہ جز ق کے تحت ہو وتر کا فساد دفعہ ۱۰ کی رو سے $\frac{1}{2}\frac{ق}{س}$ ہوگا، جس کو دفعہ ۸ کی رو سے $\frac{1}{2}\frac{ف}{س}$ کے مساوی رکھا جا سکتا ہے جہاں ف وتری مستویوں پر کے مساوی اور مخالف قسم کے راست زوروں کی حدت ہے ۔

ایک وتر کی سمت میں جو راست زور ف عمل (دفعہ ۸) کر رہا ہے اگر وہ اکیلا عمل کرے تو اس سے اس وتر کی سمت فساد $\frac{ف}{ے}$ پیدا ہوگا اور دوسرے وتر کی سمت میں جو مخالف قسم کا راست زور ف عمل کر رہا ہے اگر وہ اکیلا عمل کرے تو اس سے پہلے وتر کی سمت میں پہلی نوعیت ہی کا فساد

$\frac{1}{م} \times \frac{ف}{ے}$ پیدا ہوگا ۔

اس لیے وتر کا مجموعی فساد

$$= \frac{1}{2}\frac{ف}{س} = \frac{ف}{ے}\left(1 + \frac{1}{م}\right)$$

---

[1] Pisson's Ratio

[2] Lateral

یا $$\frac{۱}{۲\text{س}} = \frac{۱}{\text{ے}}\left(۱ + \frac{۱}{\text{م}}\right)$$

یا $$\text{ے} = ۲\text{س}\left(۱ + \frac{۱}{\text{م}}\right) \cdots\cdots (۱)$$

دیکھو اگر $\text{م} = ۴$ تو $\frac{\text{ے}}{\text{س}} = \frac{۵}{۲}$

اب کسی شے کے ایک مکعب پر غور کرو جس کے کناروں کے متوازی تینوں علی القوائم سمتوں میں کوئی راست عمادی زور مثلاً فشاری زور ف عمل کر رہا ہے (شکل نمبر ۱)۔ ہر ایک کنارہ اس کے متوازی قوتوں کے عمل سے سکڑیگا اور اس فساد کی مقدار

$$\frac{\text{ف}}{\text{ے}}$$

ہو گی۔ لیکن ساتھ ہی ہر کنارے کے علی القوائم جو قوتوں کے دو جوڑے عمل کر رہے ہیں (۱۱)
اُس سے ہر کنارے کے طول میں اضافہ ہوگا اور اس فساد کی مقدار

$$۲ \times \frac{۱}{\text{م}} \times \frac{\text{ف}}{\text{ے}}$$

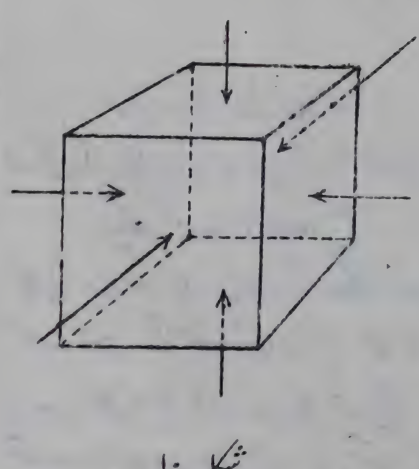
ہو گی۔ اس طرح ہر کنارے کا مجموعی طولی فساد

$$= \frac{\text{ف}}{\text{ے}}\left(۱ - \frac{۲}{\text{م}}\right)$$

اس طرح حجمی فساد

$$= ۳ \times \frac{\text{ف}}{\text{ے}}\left(۱ - \frac{۲}{\text{م}}\right) \text{(دفعہ ۱۱)}$$

اور یہ تعریف کی رو سے $= \frac{\text{ف}}{\text{ح}}$



شکل نمبر ۱

جہاں ح حجمی مقیاس ہے ۔

اس لیے $\frac{\text{ف}}{\text{ح}} = \frac{3\,\text{ف}}{\text{ے}}\left(1 - \frac{2}{\text{م}}\right)$

یا $\frac{1}{\text{ح}} = \frac{3}{\text{ے}}\left(1 - \frac{2}{\text{م}}\right)$

یا $\text{ے} = 3\,\text{ح}\left(1 - \frac{2}{\text{م}}\right)$ . . . . (۲)

اس لیے (۱) اور (۲) سے

$$\text{ے} = 2\,\text{س}\left(1 + \frac{1}{\text{م}}\right) = 3\,\text{ح}\left(1 - \frac{2}{\text{م}}\right)$$

ے کو ساقط کرنے سے

$\frac{1}{\text{م}} = \frac{3\,\text{ح} - 2\,\text{س}}{6\,\text{ح} + 2\,\text{س}}$ . . . . (۳)

یا م کو ساقط کرنے سے

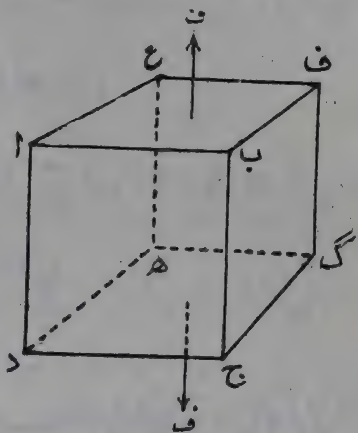
$\text{ے} = \frac{9\,\text{ح}\,\text{س}}{\text{س} + 3\,\text{ح}}$ . . . . (۴)

متبادل طریقہ ـــــ ہم ان نتائج کو ایک اور طریقے سے بھی حاصل کر سکتے ہیں جو کسی قدر مصنوعی ہے ۔
ایک مکعب ا ب ج ..... ھ (شکل ۱۱) کو تصور کرو جس کا ضلع اکائی ہے اور جو ایسی شے کے اندرون میں سے کاٹ لیا گیا ہے جس میں سمت ا د کے متوازی حدت ف کا یکساں تناؤ ہے ۔ اب چہروں ا ب ف ع اور د ھ گ ج پر جو قوتیں ف عمل کر رہی ہیں اُن کو تین مساوی حصوں $\frac{\text{ف}}{3}$ میں تقسیم سمجھو اور نیز مکعب کے ہر ایک جانبی[a] چہرے پر

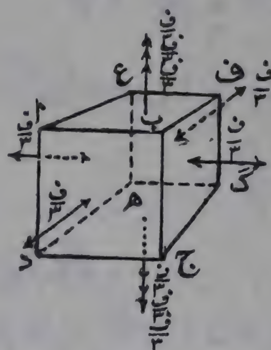
---

[a] Lateral

مساوی اور مخالف (متوازن) عمادی قوتیں $\frac{ف}{۲}$ عمل کرتی ہوئی سمجھو۔ یہ قوتیں ہر ایک چہرے پر تعدیل میں ہونگی اور ان کا کوئی اثر نہ ہوگا۔ قوتوں کی کیفیت شکل ۱۲ میں دکھائی گئی ہے۔ اب ہم یہ فرض کر سکتے ہیں کہ مکعب کے اوپر (۱۲)
قوتوں کے تین نظام ایک ساتھ عمل کر رہے ہیں جو اشکال ۱۳ (ا) (ب) اور

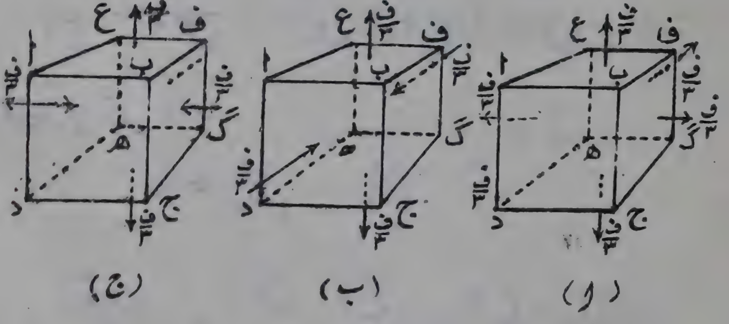


شکل ۱۱



شکل ۱۲

(ج) میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ سب مل کر شکل ۱۲ کی قوتوں کے ٹھیک معادل ہیں۔
(ا) زور کی وہ کیفیت ظاہر کرتا ہے جو دفعہ ۱۱ میں بیان کی گئی ہے۔



(ا)		(ب)		(ج)

شکل ۱۳

(ب) اور (ج) سمت (د سے ہ) بنانے والے مستویوں پر خالص جز کو

تعبیر کرتے ہیں جیسا کہ دفعات ۸ اور ۱۰ میں بیان ہوا ہے۔
(ا) کے نظام کی وجہ سے تمام کناروں میں تننشی فساد

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{\text{ف}}{۱۲} \div \text{ح}$$

ہوگا۔ (ب) کی وجہ سے ابتدائی تننشی زور کے متوازی کناروں میں تننشی فساد

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{\text{ف}}{۲} \div \text{س} \quad \text{(دفعہ ۱۰)}$$

ہوگا۔ اور عرضی کناروں اع، ب ف، ج گ، اور د ھ میں فساد

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{\text{ف}}{۳} \div \text{س}$$

کا سکڑاؤ پیدا ہوگا۔

(۱۳) اسی طرح، نظام (ج) کی وجہ سے تمام طولی کناروں کا طول بڑھیگا، اور یہ طولی فساد $\frac{۱}{۲} \times \frac{\text{ف}}{۳} \div \text{س}$ ہوگا۔ اور باقی عرضی[علی] کناروں اب، ع ف، دج اور ھ گ میں فشاری فساد $\frac{۱}{۲} \times \frac{\text{ف}}{۳} \div \text{س}$ ہوگا۔
اس طرح طولی فساد ہر بار ایک تطول ہے جس کی مقدار

$$= \frac{\text{ف}}{۹\text{ح}} + \frac{\text{ف}}{۶\text{س}} + \frac{\text{ف}}{۶\text{س}} = \frac{\text{ف}}{۹\text{ح}} + \frac{\text{ف}}{۳\text{س}}$$

اور عرضی[علی] فشاری فساد

$$= \frac{\text{ف}}{۶\text{س}} - \frac{\text{ف}}{۹\text{ح}}$$

اس طرح $\frac{۱}{\text{م}} = \frac{\text{عرضی فساد}}{\text{طولی فساد}} = \frac{\frac{۱}{۶\text{س}} - \frac{۱}{۹\text{ح}}}{\frac{۱}{۹\text{ح}} + \frac{۱}{۳\text{س}}} = \frac{۳\text{ح} - ۲\text{س}}{۶\text{ح} + ۲\text{س}}$

علی Transverse.

جو بالکل مساوات (۳) ہے۔

$$\text{نیز طولی فساد} = \frac{\text{ف}}{\text{ے}}$$

$$\text{اس لیے} \quad \frac{1}{\text{ے}} = \frac{1}{\text{۹ح}} + \frac{1}{\text{۳س}}$$

$$\text{یا} \quad \text{ے} = \frac{\text{۹ح س}}{\text{س} + \text{۳ح}}$$

جو بالکل مساوات (۴) ہے۔

مثال — ایک دیے ہوئے مادّے کے لیے ینگ کا مقیاس ۶۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے اور استواری کا مقیاس ۲۳۰۰ ٹن فی مربع انچ۔ حجمی مقیاس اور ایک گول سلاخ کا عرضی[ع] سکڑاؤ معلوم کرو جس کا قطر ایک انچ اور طول ۱۰ فٹ ہو جب کہ اس میں ۰۱. انچ کا امتداد ہوا ہو۔

مساوات (۱) دفعہ ۱۳ سے

$$1 + \frac{1}{\text{م}} = \frac{\text{ے}}{\text{۲س}} = \frac{\text{۶۰۰۰}}{\text{۴۶۰۰}} = \text{۱}\frac{\text{۷}}{\text{۲۳}}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{۲۳}}{\text{۷}}$$

مساوات (۲) دفعہ (۱۳) سے

$$\text{ح} = \frac{\text{ے}}{\text{۳}\left(\text{۱} - \frac{\text{۲}}{\text{م}}\right)} = \frac{\text{۶۰۰۰}}{\text{۳}\left(\text{۱} - \frac{\text{۱۴}}{\text{۲۳}}\right)} = \frac{\text{۴۶۰۰۰}}{\text{۹}}$$

$$= \text{۵۱۱۱ ٹن فی مربع انچ}$$

$$\text{عرضی فساد} = \frac{\text{۷}}{\text{۲۳}} \times \frac{\text{۰۱.}}{\text{۱۰} \times \text{۱۲}}$$

$$\text{عرضی سکڑاؤ} = \frac{\text{۷}}{\text{۲۷۶۰۰}} = \text{۰۰۰۲۵۴. انچ}$$

ع Lateral

(۱۴) **۱۴۔ مرکب زور** ۔۔۔ اگر ایک جسم متعدد قوتوں کے زیرِ عمل ہو
جن سے چند معلومہ سمتوں کے مستویوں پر خالص عمادی یا خالص مماسی زور پیدا ہو تو ہم دوسرے مستویوں پر زور کی کیفیت اس طرح معلوم کر سکتے ہیں کہ مماسی اور عمادی اجزا کو علیحدہ علیحدہ جبری طور پر جمع کر کے سکونیات کے اصولوں سے حاصل معلوم کیا جائے۔

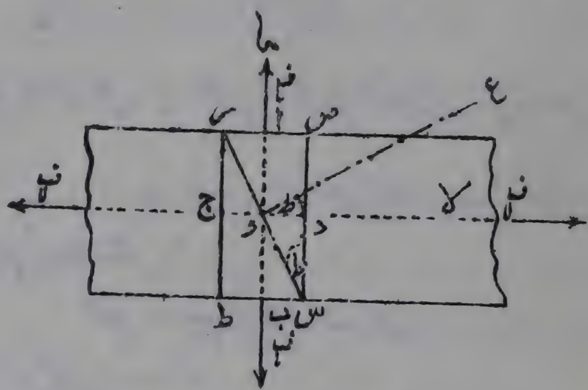
اصلی مستوی ۔۔۔ کسی شے کے اندر کسی نقطے میں سے گزرنے والے وہ مستوی جن پر حاصل زور خالص عمادی ہے اصلی مستوی کہلاتے ہیں، اور ان پر جو عمادی زور ہوتے ہیں وہ اس نقطہ پر کے اصلی زور کہلاتے ہیں۔ اصلی زوروں کی سمتیں زور کے محور کہلاتی ہیں۔

کسی جسم کے اندر کسی نقطے پر زور کی کیفیت کتنی ہی پیچیدہ کیوں نہ ہو تین باہم علی القوائم اصلی مستوی موجود ہونگے اور اس نقطہ پر کے زوروں کو ان مستویوں کے متناظر عمادی زوروں میں تحویل کر لیا جا سکتا ہے۔ نیز ان اصلی مستویوں میں سے ایک پر زور کی حدت اس نقطے پر دوسری تمام سمتوں کی حدتوں سے زیادہ ہوگی اور ایک پر تمام سمتوں سے کم ہوگی۔

اکثر عملی صورتوں میں ایک مستوی ایسا پایا جاتا ہے جس کے علی القوائم زور صفر ہوتا ہے یعنی ایک اصلی زور صفر یا قابلِ نظر انداز ہوتا ہے۔ ان صورتوں میں زوروں کی تحلیل اور ترکیب دو ابعاد کا سوال رہ جاتا ہے۔ ہم اب چند سادہ صورتوں پر غور کریں گے۔

۱۵۔ دو علی القوائم عمادی زور ۔۔۔ اگر دو باہم علی القوائم مستویوں پر معلومہ عمادی زور ہوں اور ان دونوں پر علی القوائم جو مستوی ہے اس پر زور نہ ہو تو اب کسی ترچھے مستوی پر زور معلوم کرنا ہے جو صفر زور کے مستوی پر علی القوائم ہو۔ فرض کرو کہ زور کی دی ہوئی عمادی حدتیں ف۱ اور ف۲ دو علی القوائم مستویوں پر سمتوں و۱ اور و۲ میں ہیں۔ اگر ف۱ اور ف۲ سمتوں و۱ اور و۲ میں متغیر ہوں تو شے کے ایک بے حد چھوٹے ٹکڑے پر

غور کرو۔ اگر متغیر نہ ہوں تو شکل کے علی القوائم اکائی موٹائی کا ٹکڑا ر ص س ط لیا جا سکتا ہے (شکل ۱۴)۔ اب مسئلہ یہ ہے کہ ایک مستوی سطح ر س پر



شکل ۱۴

حاصل زور کی مقدار اور سمت معلوم کی جائے۔ مستوی ر س اُن تمام مستویوں سے جو محور و لا پر علی القوائم ہیں زاویہ طہ بناتا ہے یعنی اُس کا (۱۵)
عماد و ع محور و لا سے زاویہ طہ اور محور و ما سے ($\frac{\pi}{2}$ ـ طہ) بناتا ہے اور شکل کے مستوی کے اندر ہے جس مستوی کے علی القوائم زور صفر ہے۔ زور ف لا اور ف ما یہاں موافق دکھائے گئے ہیں لیکن مخالف زوروں کے لیے مسئلہ کچھ زیادہ مختلف نہیں ہوگا۔

چہرہ س ص پر مجموعی عمادی قوت

= ف لا = ف لا × س ص

کیونکہ رقبہ = س ص × اکائی

ر ص پر مجموعی عمادی قوت

= ف ما = ف ما × ر ص

فرض کرو کہ مستوی ر س پر عمادی اور مماسی زوروں کی حدت ف‌ع اور ف‌م ہے جن کی مثبت سمت و ع اور و س ہے۔ تب خانہ ر ص س کے تعادل پر غور کر کے قوتوں کو سمت و ع میں تحلیل کرنے سے

$$\text{ف}_\text{ع} \times \text{ر س} = \text{ف}_\text{لا} \text{ جم ط} + \text{ف}_\text{ما} \text{ جم} \left(\frac{\pi}{2} - \text{ط}\right)$$

$$= \text{ف}_\text{لا} \times \text{س ص جم ط} + \text{ف}_\text{ما} \times \text{ر ص جب ط}$$

ر س سے تقسیم کرنے سے

$$\text{ف}_\text{ع} = \text{ف}_\text{لا} \text{ جم}^2 \text{ ط} + \text{ف}_\text{ما} \text{ جب}^2 \text{ ط} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

سمت و س میں تحلیل کرنے سے

$$\text{ف}_\text{م} \times \text{ر س} = \text{ف}_\text{لا} \text{ جب ط} - \text{ف}_\text{ما} \text{ جم ط}$$

$$= \text{ف}_\text{لا} \times \text{س ص جب ط} - \text{ف}_\text{ما} \times \text{ر ص جم ط}$$

ر س سے تقسیم کرنے سے

$$\text{ف}_\text{م} = (\text{ف}_\text{لا} - \text{ف}_\text{ما}) \text{ جب ط جم ط} = \frac{\text{ف}_\text{لا} - \text{ف}_\text{ما}}{2} \text{ جب ۲ ط} \quad \ldots (2)$$

اگر ط = ۴۵° تو جزّی زور کی حدت

$$\text{ف}_\text{م} = \frac{\text{ف}_\text{لا} - \text{ف}_\text{ما}}{2}$$

اور یہ اعظم ہوگی۔

اس مستوی پر راست (تمنشی) زور کی حدت

$$\text{ف}_\text{ع} = \text{ف}_\text{لا} \text{ جم}^2 \text{ ۴۵°} + \text{ف}_\text{ما} \text{ جب}^2 \text{ ۴۵°} = \frac{\text{ف}_\text{لا} + \text{ف}_\text{ما}}{2}$$

(۱) اور (۲) کو مرکب کرنے سے اگر حاصل زور کی حدت ف ہو، تو چونکہ اس حاصل زور کے اجزائے ترکیبی ف‌لا اور ف‌ما ہیں اس لیے

ف × ر س = √(فلا² + فہا²)

= √((فلا × س ص)² + (فہا × ر ص)²)

= ر س √(فلا² جم² طہ + فہا² جب² طہ)

∴ ف = √(فلا² جم² طہ + فہا² جب² طہ) = √(فع² + فم²) ......(۳)

اور چونکہ مستوی ر س کے اکائی رقبے پر قوت کے اجزائے تحلیلی سمتوں و لا (۱۶)
اور و ہا میں فلا جم طہ اور فہا جب طہ ہیں اس لیے ظاہر ہے کہ ف
سمت و لا سے زاویہ عہ بنائیگا جہاں

مس عہ = (فہا جب طہ) / (فلا جم طہ) = (فہا / فلا) مس طہ ......(۴)

اور ف مستوی ر س سے جس کے زور کی وہ حدت ہے زاویہ یہ بنائیگا جہاں

مس یہ = فع / فم یا (فلا جم² طہ + فہا جب² طہ) / ((فلا − فہا) جب طہ جم طہ) = مم فہ ......(۵)

جہاں فہ وہ زاویہ ہے جو حاصل زور مستوی ر س کے عماد سے بناتا ہے۔

مثال — وہ مستوی معلوم کرو جس کے زور کا عماد سے میلان اعظم ہو۔
فرض کرو کہ عماد سے اعظم میلان فہ ہے۔ تب

مس فہ = فم / فع = ((فلا − فہا) جم طہ جب طہ) / (فلا جم² طہ + فہا جب² طہ) ......(۱)

فہ اعظم ہو تو مس فہ اعظم ہوگا اور اس صورت میں

فر(مس فہ) / فر طہ = ۰

اس لیے، تفرق کر کے مشترک اجزائے ضربی سے تقسیم کر دینے سے

(فلا جم² طہ + فہا جب² طہ) جم ۲طہ + (فلا − فہا) جب طہ جم طہ × جب ۲طہ = ۰

یا $$\text{ف}_{\text{ع}}\ \text{جم}\ ۲\ \text{طہ} + \text{ف}_{\text{م}}\ \text{جب}\ ۲\ \text{طہ} = ۰$$

یا $$\text{مس}\ ۲\ \text{طہ} = -\frac{\text{ف}_{\text{ع}}}{\text{ف}_{\text{م}}} = -\text{مم}\ \text{فہ} = \text{مس}\left(\frac{\pi}{۲} + \text{فہ}\right)$$

یا $$۲\ \text{طہ} = \frac{\pi}{۲} + \text{فہ}$$

یا $$\text{طہ} = \frac{\pi}{۴} + \frac{\text{فہ}}{۲} \quad \cdots\cdots\cdots (\text{ب})$$

طہ کی اس قیمت کو مساوات (ا) میں مندرج کرنے سے

$$\text{مس}\ \text{فہ} = \frac{(\text{ف}_{\text{لا}} - \text{ف}_{\text{ہا}})\ \text{جم}\ \text{فہ}}{\text{ف}_{\text{لا}}(۱ - \text{جب}\ \text{فہ}) + \text{ف}_{\text{ہا}}(۱ + \text{جب}\ \text{فہ})}$$

اس لیے $$\frac{\text{ف}_{\text{ہا}}}{\text{ف}_{\text{لا}}} = \frac{۱ - \text{جب}\ \text{فہ}}{۱ + \text{جب}\ \text{فہ}}$$

یا $$\text{جب}\ \text{فہ} = \frac{\text{ف}_{\text{لا}} - \text{ف}_{\text{ہا}}}{\text{ف}_{\text{لا}} + \text{ف}_{\text{ہا}}} \quad \cdots\cdots\cdots (\text{ج})$$

مساوات (ج) سے عماد سے اعظم میلان معلوم ہوتا ہے اور مساوات (ب) سے عماد کا میلان راست زور $\text{ف}_{\text{لا}}$ کے محور سے معلوم ہوتا ہے۔

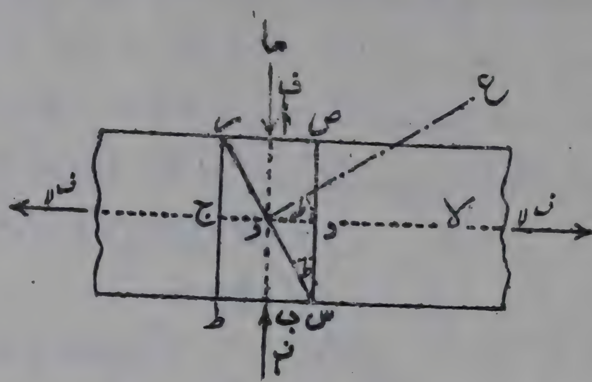
(۱۰) **مخالف زور** — اگر دو دیے ہوئے زور $\text{ف}_{\text{لا}}$ اور $\text{ف}_{\text{ہا}}$ مخالف ہوں مثلاً $\text{ف}_{\text{لا}}$ تنشی ہو اور $\text{ف}_{\text{ہا}}$ فشاری تو ذیل کی ترمیم یافتہ مساواتیں حاصل ہونگی:-

$$\text{ف}_{\text{ع}} = \text{ف}_{\text{لا}}\ \text{جم}^{۲}\ \text{طہ} - \text{ف}_{\text{ہا}}\ \text{جب}^{۲}\ \text{طہ} \quad (\text{تنشی})$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = (\text{ف}_{\text{لا}} + \text{ف}_{\text{ہا}})\ \text{جم}\ \text{طہ}\ \text{جب}\ \text{طہ} = \frac{۱}{۲}(\text{ف}_{\text{لا}} + \text{ف}_{\text{ہا}})\ \text{جب}\ ۲\ \text{طہ}$$

یہ نتائج محض $\text{ف}_{\text{ہا}}$ کی جگہ $-\text{ف}_{\text{ہا}}$ رکھنے سے حاصل ہوئے لیکن ان کو شکل (۱۰) کے ذریعے راست نکالا جا سکتا ہے۔ اعظم جزؔ اب بھی طہ = ۴۵° کے لیے ہوگا اور اس کی قیمت

$$= \frac{\text{ف}_{\text{لا}} + \text{ف}_{\text{ہا}}}{۲}$$



شکل ۱۵

مخالف زوروں کی اس خاص صورت میں جب کہ ف لا اور ف ما عددی طور پر مساوی ہوں طہ = ۴۵° کے لیے حسب ذیل قیمتیں حاصل ہونگی :—

$$ف_م = \frac{ف_{لا} + ف_{ما}}{۲} = ف_{لا} = ف$$

$$ف_ع = ۰$$

یہ دفعہ ۸ کے خالص جزّ کے بالکل متناظر ہے۔

۱۶۔ زور کا ناقص —— دفعۂ گزشتہ میں ہم نے دو اصلی زوروں ف لا اور ف ما کو دیا ہوا اور تیسرے کو صفر مانا یعنی اشکال ۱۴ اور ۱۵ کے علی القوائم صفر زور مانا۔ اس صورت کے لیے اوپر ہی کی ترقیم استعمال کرتے ہوئے اور زوروں کو موافق لیتے ہوئے کسی مستوی پر کے حاصل زور کی مقدار اور سمت ترسیماً حسب ذیل طریقہ سے آسانی سے معلوم ہوسکتی ہے :—

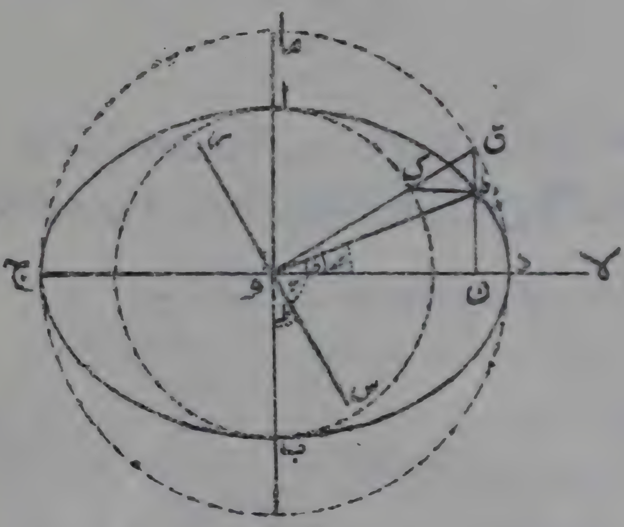
و کو مرکز مان کر (شکل ۱۶) دو دائرے ج ق د اور ا ک ب کھینچو جن کے نصف قطر علی الترتیب ف لا اور ف ما کے متناسب ہوں۔

مائل مستوی پر س (دفعہ ۱۵) پر عماد وق کھینچو جو بڑے دائرے کو ق پر اور چھوٹے کو ک پر ملے۔ ولا پر عمود ق ن اور وما پر ک ط کھینچو جو ق ن سے ط پر ملے۔ تب وط حاصل زور ف کو حدت کی مقدار اور سمت دونوں کے لحاظ سے تعبیر کریگا۔ ط کی مختلف قیمتوں کے لیے ط کا طریق صریحاً ایک ناقص ہوگا کیونکہ محور ولا پر اس کا محدد و ن

= وق جم ط = ف۱ جم ط

(۱۸) اور وما پر محدد ط ن

= وک جب ط = ف۲ جب ط



شکل ۱۲۔ زور کا ناقص

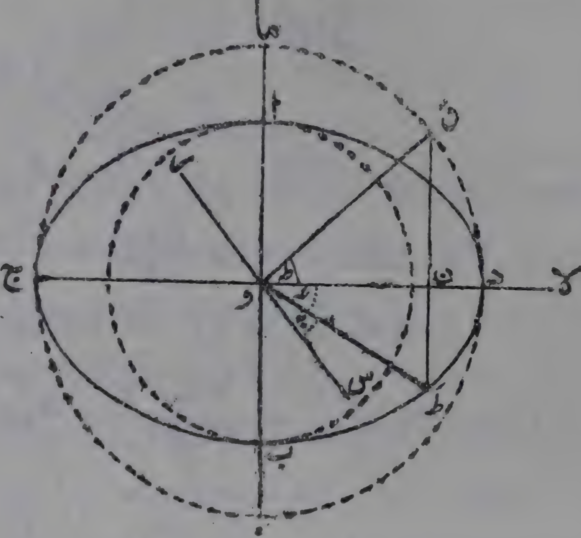
ناقص کے محور زور کے محور ہیں (دفعہ ۱۴)

نیز ربط $\text{مس عد} = \frac{\text{ف}_2 \text{ جب ط}}{\text{ف}_1 \text{ جم ط}} = \frac{\text{ف}_2}{\text{ف}_1} \text{ مس ط}$

کی صحت شکل سے ظاہر ہے۔

دوسری صورت میں جب کہ ف۱ مثبت ہو اور ف۲ منفی تو زور کی

حدت کی مقدار اور سمت و ط سے تعبیر ہوگی (شکل ۱۷)۔ یہاں س ع



شکل ۱۷

منفی ہوگا اور ب کی قیمت شکل ۱۶ کے مقابلہ میں کم ہوگی ۔

(۱۹) خاص صورت میں جب کہ $ف_۱$ اور $ف_۲$ مقدار میں مساوی ہوں ناقص اکیہ دائرہ ہوگا (مثلاً دیکھو دفعہ ۱۲۱)۔

مثال ـــــ ایک شے دو علی القوائم تنشی زوروں ۶ ٹن فی مربع انچ اور ۳ ٹن فی مربع انچ کے زیر عمل ہے۔ ایک ایسے مستوی پر کے زوروں کو پورے طور پر معلوم کرو جس کا عماد ۶ ٹن والے زور کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتا ہو۔

اس مستوی پر عمادی زور کی حدت

$$ف_ع = ۶ \text{ جم}^۲ ۳۰^\circ + ۳ \text{ جب}^۲ ۳۰^\circ$$

$$= ۶ \times \frac{۳}{۴} + ۳ \times \frac{۱}{۴} = ۴\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۴}$$

$$= ۵\frac{۱}{۴} \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اور مماسی زور کی حدت

$$ف_م = ۶ \text{ جب } ۳۰^\circ \text{ جم } ۳۰^\circ - ۳ \text{ جب } ۳۰^\circ \text{ جم } ۳۰^\circ$$

$$= ۳ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

$$= ۱٫۲۹۹ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اِس طرح حاصل زور کی حدت

$$ف = \sqrt{\left(\frac{۲۱}{۴}\right)^۲ + \left(\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}\right)^۲} = \frac{۱}{۴}\sqrt{۴۴۱ + ۲۷}$$

$$= \frac{۱۰٫۸۲}{۲} = ۵٫۴۱ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اور ۶ ٹن کے زور کی سمت سے زاویہ عہ بناتا ہے جہاں

$$مس\ عہ = \frac{۳\ جب\ ۳۰^\circ}{۶\ جم\ ۳۰^\circ} = \frac{۱}{۲}\ مس\ ۳۰^\circ = ۰٫۲۸۸$$

جو ۱۶° ۴′ کا مماس ہے۔

یہ زاویہ حاصل زور ۶ ٹن کے زور سے بناتا ہے۔ اپنے مستوی کے عماد سے اس کا زاویہ

$$= ۳۰^\circ - ۱۶^\circ\ ۴' = ۱۳^\circ\ ۵۶'$$

اس کی صحت کو اس طرح جانچا جا سکتا ہے کہ حاصل زور اور عماد کے درمیان کے زاویہ کا مماس یا حاصل زور اور مستوی کے درمیان کے زاویہ کا مماس

$$= \frac{ف_ع}{ف_ن} = \frac{۵٫۲۵}{۱٫۲۹۹} = ۴٫۰۳۵$$

جو ۷۶° ۴′ کا مماس اور ۱۳° ۵۶′ کا مماس التمام ہے۔

۱۶ ا۔ زور کا دائری نقشہ — دفعات ۱۵ اور ۱۶ میں دو ابعادی زور کی جو تحلیل دکھائی گئی ہے اُس کے صدر نکات کا خلاصہ ایک سادہ ہندسی ساخت کے ذریعے بیان کیا جا سکتا ہے جس کو بعض اوقات "موٗر" کا دائرہ یا "زور دائرہ" کہا جاتا ہے۔

شکل ۱۳ پر غور کرو۔ ایسے مستوی پر جس کا عماد محور و لا سے زاویہ طہ بنائے، عمادی زور دفعہ ۱۵ کی مساوات (۱) کی مدد سے ایک دوسری شکل میں یوں لکھا جا سکتا ہے:—

$$ف_ع = \frac{۱}{۲}(ف_۱ + ف_۲) + \frac{۱}{۲}(ف_۱ - ف_۲)\ جم\ ۲طہ \quad \ldots\ldots (۱)$$

نیز مساوات (۲) دفعہ ۱۵ سے

$$ف_{م} = \frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢}) \text{ جب } ٢ ط \quad \ldots\ldots (٢)$$

دیکھو فم کو اور فع کے اُس حصے کو جو زاویہ ط کے ساتھ بدلتا ہے ایک ایسے سمتی
نیم قطر کے دو علی القوائم ظِلّوں سے تعبیر کیا جاسکتا ہے جس کا طول $\frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢})$ (۲۰)
ہو اور جو و لا سے زاویہ ۲ ط بنائے۔ اس سے فوراً زیرِ بحث مستوی پر (یعنی اس
مستوی پر جس کا عماد و لا سے زاویہ ط بنائے) حاصل زور اور اس کے اجزائے
ترکیبی معلوم کرنے کی ایک سادہ ترسیمی ساخت سوجھتی ہے۔

اگر شکل ۱۷ا میں ایک محور و لا پر ایک فاصلہ و ب لیا جائے جو پیمانے پر $ف_{١}$ کی مقدار کو تعبیر کرے اور اسی طرح و ا جو $ف_{٢}$ کو تعبیر کرے۔ تب اگر ا ب کی نقطہ د پر تنصیف کی جائے تو و د = $\frac{1}{2}(ف_{١} + ف_{٢})$ اور ا د = د ب = $\frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢})$۔ اب اگر د کو مرکز اور ا د = د ب کو نصف قطر مان کر ایک دائرہ ا ج ب کھینچا جائے تو زیرِ بحث مستوی پر کا زور اس طرح حاصل ہوگا کہ د ب سے یعنی محور و لا سے، زاویہ ۲ ط پر سمتی نیم قطر د ج کھینچا جائے۔ اب چونکہ د ع = د ج جم ۲ ط = $\frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢})$ جم ۲ ط، اس لیے

$$و ع = و د + د ع$$

$$= \frac{1}{2}(ف_{١} + ف_{٢}) + \frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢}) \text{ جم } ٢ ط \quad \ldots\ldots (٣)$$

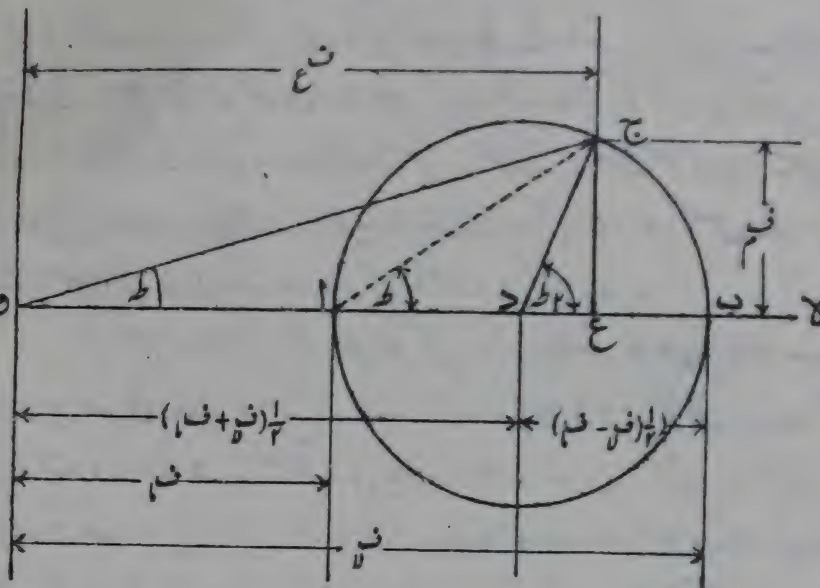
اور اس طرح و ع زور فع کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\text{اور} \quad ع ج = د ج \text{ جب } ٢ ط = \frac{1}{2}(ف_{١} - ف_{٢}) \text{ جب } ٢ ط \quad \ldots\ldots (٤)$$

اور اس طرح ع ج زور فم کو تعبیر کرتا ہے۔

اس لیے و ج، جو علی القوائم اجزائے ترکیبی و ع اور ع ج کا سمتی مجموعہ ہے، حاصل زور ف کی مقدار کو تعبیر کریگا اور زاویہ فہ یا ج و ع عماد کے ساتھ حاصل زور کے میلان کو ظاہر کریگا۔

دائری زور نقشہ (شکل ۱۷ ۱) کو دیکھنے سے چند باتیں فوراً واضح (۲۱)



شکل ۱۷ ا

ہو جاتی ہیں مثلاً یہ کہ فم کی اعظم قیمت ½ (فلا - فا) اس وقت واقع ہوتی ہے جب کہ ۲ ط = ۹۰° یا ۲۷۰° یعنی جب کہ ط = ۴۵° یا ۱۳۵° اور یہ کہ عماد سے حاصل زور کے میلان فہ کی اعظم قیمت اُس وقت ہوتی ہے جب کہ وج زور دائرے کو مَس کرے یعنی جب کہ

$$\text{جب فہ} = \frac{\text{فلا} - \text{فا}}{\text{فلا} + \text{فا}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

جو مساوات (ج) دفعہ ۱۵ کے مطابق ہے۔

شکل ۱۷ ا میں جو دائرہ کھینچا گیا ہے یہ دو موافق زوروں کی صورت کے لیے ہے اور اس میں و دائرے کے باہر واقع ہوتا ہے۔ لیکن ظاہر ہے کہ اگر مثلاً فا گھٹ کر صفر ہو جائے تو نقاط و اور ا ایک دوسرے کے قریب آکر

منطبق ہو جائینگے اور جب ف۱ کی علامت ف۱ کے مخالف ہو جائے تو وہ دائرے کے اندر آ جائیگا اور ف۱ مقدار میں (بلا لحاظ علامت) ف۲ سے بڑا ہو تو و نقاط ا اور د کے درمیان واقع ہوگا۔

دائری زور نقشے سے بعض ایسے مسائل کا حل آسانی سے نکل آتا ہے جو دوسرے طریقوں کی ریاضیاتی بحث سے مشکل سے نکلتے ہیں۔ اگر کافی معطیات دیے گئے ہوں تو دائرہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے اور اس کی مدد سے کسی مستوی پر زور معلوم ہو جاتے ہیں۔ مثلاً اگر دو مستویوں پر کے عمادی اور مماسی زور دیے گئے ہوں تو ان زوروں کو محور و لا پر اور اس کے علی القوائم محدود ماننے سے دائرے کے دو نقاط حاصل ہو جائینگے۔ اب ان دو نقاط کو ملانے والے وتر کا منصف محور و لا کو جہاں ملے وہ دائرے کا مرکز د ہوگا۔ اب اس دائرے کو کھینچ لیا جا سکتا ہے۔ اس کے بعد صدر زور اور کسی اور مستوی پر کے زور آسانی سے معلوم ہو سکتے ہیں۔ بعض مسائل کا حل محض خطوط کو پیمانے پر کھینچنے سے یا نقشے سے مثلثی حسابات کے ذریعے حاصل ہو جاتا ہے۔

ایک اہم صورت یہ ہے کہ دو علی القوائم مستویوں کے عمادی اور مماسی زور معلوم ہوں۔ اگر ان مستویوں کے زاویے بڑے صدر زور ف۱ کے مستوی سے ط۱ اور ط۱ + ۹۰° ہوں تو زور دائرے میں ان کے متناظر سمتی نیم قطر و لا سے زاویے ۲ ط۱ اور ۲ ط۱ + ۱۸۰° بنائینگے (شکل ۱۷ (ا)) یعنی ایک ہی خط مستقیم میں ہونگے اور اس طرح دائرے کا ایک قطر ہونگے۔ نقشے کو دیکھنے سے ظاہر ہے کہ نہ صرف دونوں مستویوں کے مماسی زور ف مساوی ہیں بلکہ و لا پر دونوں سمتی نیم قطروں کے ظل مساوی ہیں اس لیے ایک کا عمادی جزو ترکیبی یعنی ف ع کی ایک قیمت ف۱ مقدار $\frac{1}{2}$ (ف۱ + ف۲) سے اتنی ہی زیادہ ہے جتنی دوسری قیمت ف۲ اس مقدار سے کم ہے۔ یا بالفاظ دیگر

$$ف_۱ + ف_۲ = ف_ل + ف_م \quad \text{.........} \quad (۶)$$

اور یہ ربط ط = ط۱ اور ط۱ + ۹۰° رکھنے سے مساوات (۱) سے ظاہر ہوتا ہے۔

زور دائرے سے دفعہ ۱۸ میں کچھ مزید بحث کی گئی ہے[۱]۔

۱۷۔ صدر زور —— جب اجسام چند خاص سمتوں میں معلومہ (۲۲)
زوروں کے زیر عمل ہوں اور یہ سب عمادی زور نہ ہوں تو ہم مختلف مستویوں کے زور گزشتہ دو دفعات کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں بشرطیکہ پہلے صدر مستوی اور صدر زور معلوم کر لیں (دیکھو دفعہ ۱۴)۔ ایسی صورتوں میں اکثر صدر زوروں کو معلوم کرنا بجائے خود بھی اہم ہوتا ہے کیونکہ ہم بیان کر چکے ہیں کہ ان میں سے ایک اس شے کے اندر کا اعظم زور ہوتا ہے۔ ہم یہاں چند سادہ دو ابعادی صورتوں میں جہاں شکل کے علی القوائم زور صفر ہے صدر زور اور مستوی معلوم کرینگے۔

اس کی ایک بہت سادہ مثال دفعہ ۸ کی صورت ہے۔ اس میں یہ دکھایا گیا کہ دو علی القوائم مستویوں پر جو مساوی حدت کے جزی زور ہیں اُن سے اس کے مساوی حدت کے صدر زور پیدا ہوتے ہیں اور یہ ایسے مستویوں پر ہوتے ہیں جو خالص جزی کے مستویوں سے $\frac{\pi}{۴}$ کا زاویہ بناتے ہیں۔

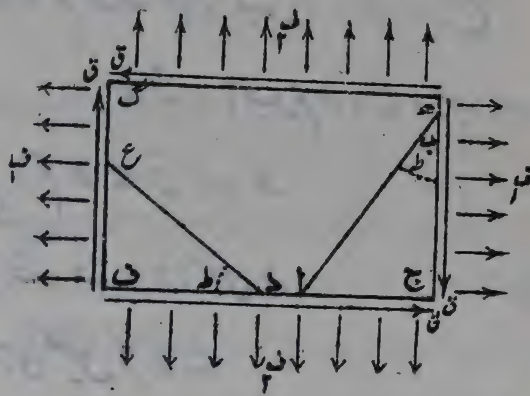
ایک دوسری مثال کے طور پر فرض کرو کہ دو علی القوائم مستویوں پر

---

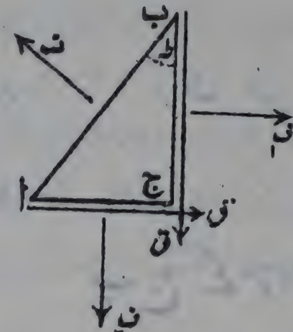
[۱] اس سے بحث کا ایک اور طریقہ اور چند استعمالات ڈاکٹر سوفٹ Dr. H. W. Swift. کے مضمون "زور کی ایک ترسیمی تحلیل" میں ملینگے جو رسالہ "انجینیر" ۲۶ راگست ۱۹۲۶ء میں شایع ہوا ہے۔

[ع] A Graphical Analysis of Stress,

مساوی حدت ق کے جزئی زوروں کے علاوہ حدت ف۱ اور ف۲ کے عمادی زور بھی ہیں، دیکھو شکل ۱۸، جس میں اس شے کا ایک مستطیلی کندا دکھایا گیا ہے جس کی موٹائی شکل کے مستوی کے علی القوائم اکائی ہے۔ شکل کے مستوی کے متوازی تمام مستویوں پر زور صفر ہے۔ ہم کندے کو



شکل ۱۸



شکل ۱۹

اتنا چھوٹا لے سکتے ہیں کہ اس کی کسی مستوی تراش پر زور کی حدت کے تغیر کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ زوروں ف۱، ف۲، ق کو سمجھا جا سکتا ہے کہ معلوم زور ہیں جو مختلف فسادی اثرات کے تحت پیدا ہو رہے ہیں اور ایک دوسرے پر غیر منحصر ہیں یا یہ کہ ترچھے زوروں کے اجزائے تحلیلی ہیں۔

اب صدر مستوی اور اُن پر (عمادی) صدر زوروں کی حدت
معلوم کرنا مطلوب ہے۔ شکل ۱۸ میں دیے ہوئے عمادی زور تنناؤ
دکھائے گئے ہیں۔ لیکن اگر یہ فشاری ہوں یا ایک فشاری دوسرا تننی ہو (۲۳۰)
تو بھی عمل یہی رہیگا۔

فرض کرو کہ ایک صدر مستوی کا میلان، چہرہ ب ج سے طہ ہے۔ تب مستوی ا ب ایک صدر مستوی ہوگا اور اُس پر زور ف بالکل عماودی ہوگا۔ اس مستوی سے جو خانہ ا ب ج قطع ہوتا ہے اُس کے تعادل پر غور کرو (اشکال ۱۸، ۱۹)۔

قوتوں کو ا ج کے متوازی تحلیل کرنے سے

ف × ا ب × جم طہ = ف۱ × ب ج + ق × ا ج

= ف۱ × ا ب جم طہ + ق × ا ب جب طہ

∴ (ف - ف۱) جم طہ = ق جب طہ

یا ف - ف۱ = ق مس طہ .... (۱)

ب ج کے متوازی تحلیل کرنے سے

ف × ا ب × جب طہ = ف۲ × ا ج + ق × ب ج

= ف۲ × ا ب جب طہ + ق × ا ب جم طہ

(ف - ف۲) جب طہ = ق جم طہ

یا ف - ف۲ = ق مم طہ .... (۲)

(۲) میں سے (۱) کو تفریق کرنے سے —

ف۱ - ف۲ = ق (مم طہ - مس طہ) = ۲ق / مس ۲ طہ

مس ۲ طہ = ۲ق / (ف۱ - ف۲) .... (۳)

اس سے طہ کی دو قیمتیں حاصل ہونگی جن میں ایک زاویۂ قائمہ کا فرق ہوگا - یعنی

دو صدر مستوی ہونگے جو باہم علی القوائم ہونگے ۔
(۱) کو (۲) سے ضرب دینے سے

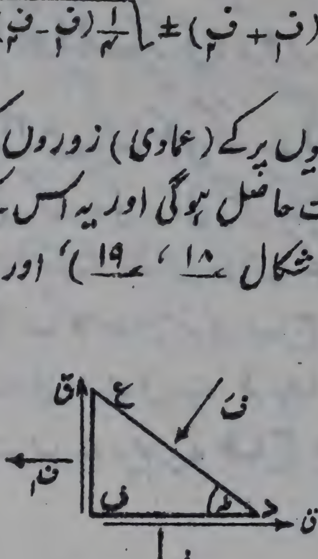
$$(\text{ف} - \text{ف}_1)(\text{ف} - \text{ف}_2) = \text{ق}^2 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\text{ف}^2 - \text{ف}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) - (\text{ق}^2 - \text{ف}_1\text{ف}_2) = 0$$

یا
$$\text{ف} = \tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2)^2 + (\text{ق}^2 - \text{ف}_1\text{ف}_2)} \quad \ldots\ldots (5)$$

یا
$$= \tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

ف کی یہ دو قیمتیں دونوں صدر مستویوں پر کے (عماوی) زوروں کی حدتیں ہیں ۔ علامت اوپر کی لی جائے تو بڑی قیمت حاصل ہوگی اور یہ اس کے متناظر صدر مستوی مستوی ا ب کی طرح کا ہوگا (اشکال ۱۸، ۱۹)، اور اس پر ف کی علامت وہی ہوگی جو ف_1 اور ف_2 کی ہے ۔ چھوٹی قیمت فَ کسی ایسے مستوی ع د پر کا زور ہوگا جو ا ب کے علی القوائم ہے (اشکال ۱۸، ۲۰) ۔ اس قیمت فَ کی علامت ف_1 اور ف_2 کے مخالف ہوگی اگر ق^۲ بڑا ہو $\text{ف}_1\text{ف}_2$ سے ۔



شکل ۲۰

اعظم جز کے مستوی ان صدر مستویوں سے ۴۵° کا زاویہ بنائینگے اور جزّی زور کی اعظم حدت (دفعہ ۱۵) ۔

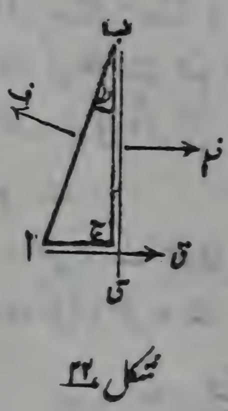
$$(46) \quad = \frac{\text{ف} - \text{فَ}}{2} = \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2 - \text{ف}_1\text{ف}_2}$$

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

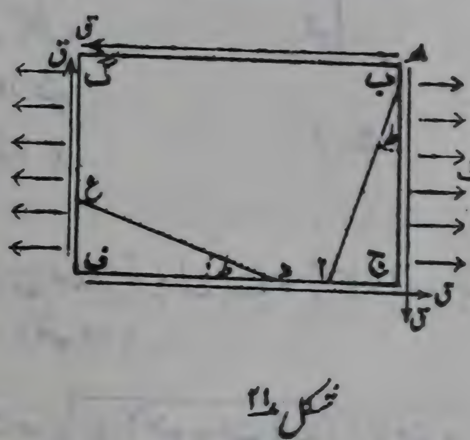
اگر ف اور ف میں سے کسی کی علامت منفی ہو تو ظاہر ہے کہ نتایج (۳) اور (۴) میں کیا ترمیم کرنی چاہیے۔ اگر ف صفر ہو تو اس کو مندرج کرنے سے (۳) اور (۴) مختصر ہو جاتے ہیں۔ لیکن یہ صورت خاص اہمیت رکھتی ہے اس لیے عام صورت سے اخذ کرنے کی بجائے ہم اس پر آیندہ دفعہ میں علٰحدہ غور کرینگے۔

۱۸۔ صدر مستوی اور زور جب کہ انتمامی جزّی زوروں کے ساتھ ایک جزّی زور کے مستوی پر عمادی زور ہو ——

شکل ۲۱ میں ایک مستطیلی کُندے گ ھ ج ف پر عمل کرنے والی قوتیں دکھائی گئی ہیں۔ کُندے کی موٹائی شکل کے علی القوائم اکائی ہے اور شکل کے متوازی اس کے ابعاد بے انتہا چھوٹے ہیں اِلّا اس کے کہ زور یکساں ہوں۔ فرض کرو کہ ایک صدر مستوی ا ب کا میلان مستوی ب ج سے، جس پر عمادی زور کی حدت فم اور جزّی زور کی حدت ق ہے، طہ ہے اور فرض کرو کہ اب پر کے بالکل عمادی زور کی حدت ف ہے۔ چہرے ف ا ج پر صرف جزّی زور ہے جس کی حدت ق ہے۔



شکل ۲۲



شکل ۲۱

قانہ ا ب ج کے تعادل پر غور کرو۔ قوتوں کو اج کے متوازی تحلیل کرنے سے

(اشکال ۲۱، ۲۲) —

ف × اب × جم طه = ف$_{۱}$ × ب ج + ق × اج

= ف$_{۱}$ × اب × جم طه + ق × اب × جب طه

(ف - ف$_{۱}$) جم طه = ق جب طه

(ف - ف$_{۱}$) = ق مس طه . . . . (۱)

ب ج کے متوازی تحلیل کرنے سے —

ف × اب × جب طه = ق × ب ج = ق × اب × جم طه

مس طه = $\frac{ق}{ف}$ . . . . (۲)

اس کو (۱) میں مس طه کی جگہ مندرج کرنے سے —

(ف - ف$_{۱}$) = $\frac{ق^{۲}}{ف}$

ف^{۲} - ف$_{۱}$ ف - ق^{۲} = ۰

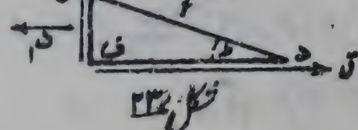
ف = $\frac{۱}{۲}$ ف$_{۱}$ ± $\sqrt{\frac{۱}{۴} ف_{۱}^{۲} + ق^{۲}}$ . . . . (۳)

ف کی ان قیمتوں کو (۲) میں مندرج کرنے سے طه کی قیمتیں معلوم ہونگی۔ یہ قیمتیں (۲۵)
بعقدر ایک قائمہ کے مختلف ہونگی۔ یعنی صدر مستوی باہم علی القوائم ہونگے۔
اب (شکل ۲۲) اعظم زور کا صدر مستوی ہے جس کے لیے

ف = $\frac{۱}{۲}$ ف$_{۱}$ + $\sqrt{\frac{۱}{۴} ف_{۱}^{۲} + ق^{۲}}$

اور ع د (شکل ۲۳) دوسرا صدر مستوی ہے جس پر عمادی زور

ف' = $\frac{۱}{۲}$ ف$_{۱}$ - $\sqrt{\frac{۱}{۴} ف_{۱}^{۲} + ق^{۲}}$



شکل ۲۳

اس کی علامت ف۱ کے مخالف ہے۔

اعظم جزو کے مستوی صدر مستویوں سے ۴۵° کے زاویے پر ہوں گے (دفعہ ۱۵) اور ان پر جزّی زور کی حدت

$$\frac{ف - فَ}{۲} = \sqrt{\frac{۱}{۴} ف_۱^۲ + ق^۲} \qquad \text{.......(۴)}$$

اگر ایک شے مرکب زور کے تحت ہو اور اس کے ایک نقطے سے ایک طریق کھینچا جائے (مثلاً ایسے مستوی میں جس پر زور صفر ہے اشکال ۱۸ تا ۲۳) جس کے ہر نقطے پر صدر زور کا محور طریق کا مماس ہو تو صدر زور کا منحنی حاصل ہوگا۔ یہ منحنی صدر زور کے منحنیوں کے ایک اور سلسلے کو علی القوائم قطع کرے گا۔ (دیکھو شکل ۱۰۵)۔ یہ زور کا خط عموماً منحنی ہوتا ہے کیونکہ کسی ثابت سمت میں متوازی مستویوں پر عمادی اور مماسی زور نقطہ بہ نقطہ بدلتے ہیں۔ بالفاظِ دیگر کسی نقطے سے پاس کے نقطے تک صدر زور عموماً حدت اور سمت میں بدلتے ہیں۔

مثال — کسی شے کے اندر ایک نقطے پر ایک خاص مستوی پر حاصل زور کی حدت ۴ ٹن فی مربع انچ (تنشی) ہے اور اس مستوی کے عماد سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ اس کے علی القوائم مستوی پر زور کے عمادی جزوِ تحلیلی کی حدت ۲ ½ ٹن فی مربع انچ تنشی ہے۔ معلوم کرو (۱) دوسرے مستوی پر کا حاصل زور (۲) صدر مستوی اور زور۔

(۱) پہلے مستوی پر مماسی زور

ق = ۴ جب ۳۰° = ۲ ٹن فی مربع انچ

اس لیے دوسرے مستوی پر بھی مماسی زور ۲ ٹن فی مربع انچ ہو گا۔ (دفعہ ۸)۔ اور حاصل زور

$$ف = \sqrt{(۲٫۵)^۲ + ۲^۲} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴۱} = ۳٫۲ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

(۲) پہلے مستوی پر عمادی زور کی حدت

$$۴ \text{ جم } ۳۰° = ۳٫۴۶۴ \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اس لیے صدر زور حسب ذیل ہونگے (دفعہ ۱۷ (۵)) :-

ف = (۲،۵ + ۳،۴۶۴) / ۲ ± √(¼ (۲،۵ − ۳،۴۶۲)² + ۲²)

= ۲،۹۸۲ ± √(۰،۲۳ + ۴)

(۲۴) = ۲،۹۸۲ ± ۲،۰۶

= ۵،۰۴۲ ٹن فی مربع انچ تناؤ اور ۰،۹۲۲ ٹن فی مربع انچ تناؤ۔

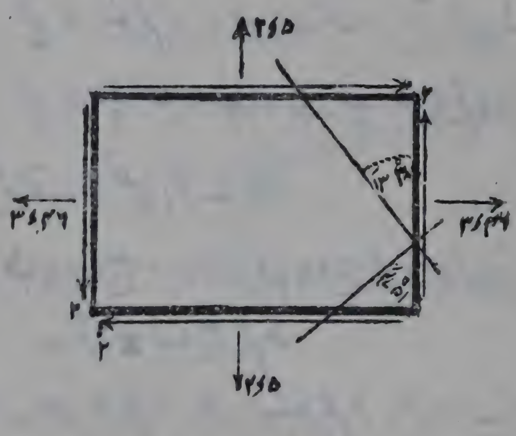
اگر ایک صدر مستوی کا زاویہ پہلے مستوی سے ط ہو تو دفعہ ۱۷ (۳) سے

مس ۲ ط = ۲×۲ / (۲،۵ − ۳،۴۶۴) = ۴ / −۰،۹۶۴ = −۴،۱۴۹

۲ ط = ۷۶° ۲۷′

ط = ۳۸° ۱۳،۵′

اس لیے صدر مستوی اور زور یہ ہوئے کہ ایک صدر مستوی پہلے دیے ہوئے مستوی سے ۳۸° ۱۳،۵′ کے زاویے پر ہے اور اس پر تنشی زور ۵،۰۴۲ ٹن فی مربع انچ ہے اور دوسرا اس کے علی القوائم یا پہلے مستوی سے ۵۱° ۴۶،۵′ کے زاویے پر ہے اور اس پر تنشی زور ۰،۹۲۲ ٹن فی مربع انچ ہے۔ یہ مستوی شکل ۲۴ میں دکھائے گئے ہیں۔



شکل ۲۴

۱۸ا ۔ دائری زور نقشے کی زیادہ عام صورت ـــــ

چونکہ بعض طبائع کو ترسیمی طریقے زیادہ مرغوب ہوتے ہیں اس لیے گزشتہ تین دفعات کی تحلیل کا ایک تبادل طریقہ یہاں بتایا جاتا ہے۔ ایک شے کے اندر جس میں ایک مستوی کے علی القوائم زور صفر ہوں یعنی زور صرف دو ابعادی ہوں کسی سمت میں زوروں کے اجزائے ترکیبی معلوم کرنے کے لیے فرض کرو کہ اب ج (شکل ۲۴ ا) ایک بے انتہا چھوٹے منشوری ٹکڑے کو تعبیر کرتا ہے جس کے دو علی القوائم چہروں ب ج اور اج پر زور کے عمادی اجزائے ترکیبی کی حدت ف$_{1}$ اور ف$_{2}$ ہیں۔ یہ دونوں چہرے شکل کے مستوی کے علی القوائم ہیں جس کے علی القوائم زور صفر ہے۔ اور فرض کرو کہ ان دونوں چہروں پر جزّی زور کی حدت جو دونوں پر مساوی ہوگی ق ہے اور ان کی سمت وہ ہے جو شکل میں دکھائی گئی ہے۔

تب منشور کے چہروں کا طول شکل کے علی القوائم اکائی لینے سے اور چہرہ اب کے علی القوائم تحلیل کرنے سے

ف$_{ع}$ × اب = ف$_{1}$ × ب ج × جم ط + ف$_{2}$ × اج جب ط

+ ق × ب ج × جب ط + ق × اج × جم ط

ف$_{ع}$ = ف$_{1}$ جم^{2} ط + ف$_{2}$ جب^{2} ط + ۲ ق جب ط جم ط

یا ف$_{ع}$ = $\frac{1}{2}$ (ف$_{1}$ + ف$_{2}$) + $\frac{1}{2}$ (ف$_{1}$ - ف$_{2}$) جم ۲ ط + ق جب ۲ ط .... (۱)

اور چہرہ اب کے متوازی تحلیل کرنے سے (۲۷)

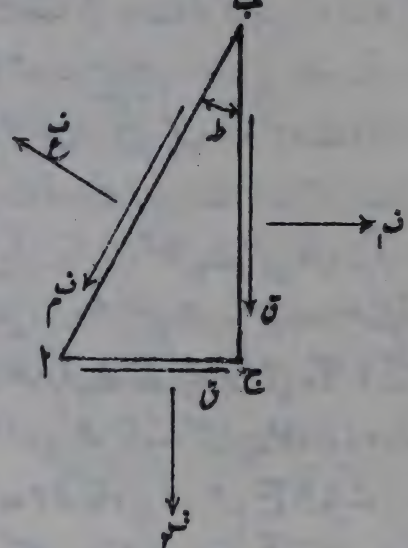
ف$_{م}$ × اب = ف$_{1}$ × ب ج جب ط - ف$_{2}$ × اج جم ط + ق × اج جب ط

- ق × ب ج جم ط

ف$_{م}$ = ف$_{1}$ جب ط جم ط - ف$_{2}$ جب ط جم ط + ق (جب^{2} ط - جم^{2} ط)

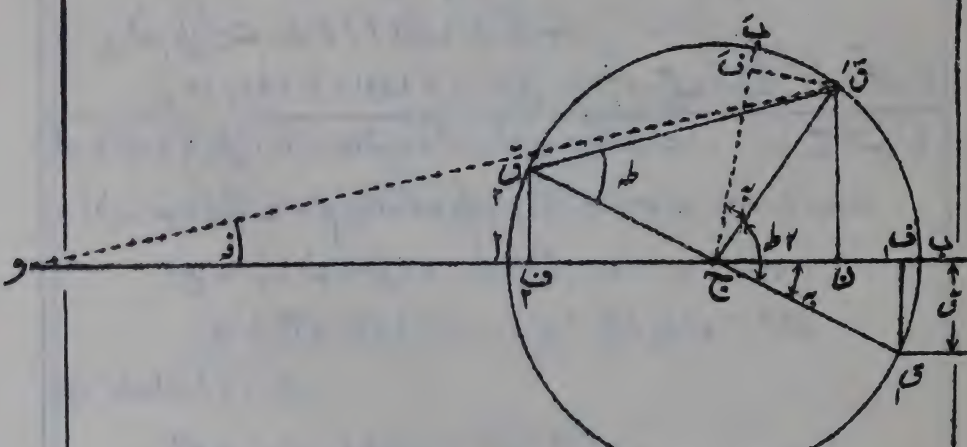
یا ق$_{م}$ = $\frac{1}{2}$ (ف$_{1}$ - ف$_{2}$) جب ۲ ط - ق جم ۲ ط .... (۲)

زور کے ان دونوں اجزائے ترکیبی اور ان کے حاصل کو ایک سادہ نقشے سے



شکل ۲۴ا

تعبیر کیا جا سکتا ہے جس کو دائری زور نقشہ کہا جاتا ہے۔ اس کو کھینچنے کے لیے و سے (شکل ۲۴ ب) ایک اساسی خط و ب پر طول و ف۱ جو ف۱ کو پیمانے پر تعبیر کرے اور و ف۲ جو ف۲ کو تعبیر کرے۔ ف۱ سے اساسی خط کے



شکل ۲۴ب

علی القوائم خط ف۱ ق۱ کھینچو جس کا طول منتخبہ پیمانے پر ق کو تعبیر کرے۔ تب (۲۸)
اگر ف۱ ف۲ کی ج پر تنصیف کی جائے تو ظاہر ہے کہ و ج مقدار
½ (ف۱ + ف۲) کو اور ج ف۱ = ج ف۲ مقدار ½ (ف۱ - ف۲) کو تعبیر کریں گے۔
اب اگر ج کو مرکز مان کر ق۱ میں سے گزرنے والا دائرہ کھینچا جائے تو
یہ زور کا دائرہ ہوگا جس کے ذریعے زیر بحث نقطہ میں ہے (جس پر دیے ہوئے
زور ف۱، ف۲ اور ق عمل کرتے ہیں) شکل کے علی القوائم گزرنے والے کسی
مستوی پر کے زور کے اجزائے ترکیبی اور حاصل زور معلوم کیے جا سکتے ہیں۔
ایک ایسے مستوی پر زور معلوم کرنے کے لیے جو شکل ۲۴ا کے مستوی کے علی القوائم
ہو اور اُس مستوی سے زاویہ ط بنائے جس پر عمادی زور ف۱ ہے، ج پر
ایک زاویہ ق۱ ج ق َ = ۲ ط بناؤ (یا قطر ق۱ ج ق۲ کے سرے ق۲ پر زاویہ
ج ق۲ ق َ = ط بناؤ)۔ اس سے محیط پر نقطہ ق َ معین ہوگا۔ تب اگر ق َ سے
اساسی خط و ب پر عمود ق َ ن کھینچا جائے تو طول

و ن = و ج + ج ن

= ½ (ف۱ + ف۲) + ½ (ف۱ - ف۲) جم ۲ ط + ق جب ۲ ط ..... (۳)

اور یہ فع کی قیمت ہے جو مساوات (۱) میں دی گئی ہے اور طول

ق َ ن = ½ (ف۱ - ف۲) جب ۲ ط - ق جم ۲ ط ..... (۴)

اور یہ فسم کی قیمت ہے جو (۲) میں دی گئی ہے۔
یہ دو ربط (۳) اور (۴) آسانی سے تصور میں آئیں گے[1] اگر یہ تصور کیا

[1] یا متبادلاً اس طرح کہ اگر زور دائرے کا نصف قطر ر ہو تو مساوات (۱) میں ج ف۱ یا
½ (ف۱ - ف۲) کی بجائے ر جم بہ اور ف۱ ق۱ یا ق کی بجائے ر جب بہ مندرج کرنے سے

فع = ½ (ف۱ + ف۲) + ر جم ۲ ط جم بہ + ر جب ۲ ط جب بہ
= و ج + ر جم (۲ ط - بہ) = و ج + ج ن = و ن

اور مساوات (۲) سے

فسم = ر جب ۲ ط جم بہ - ر جم ۲ ط جب بہ
= ر جب (۲ ط - بہ) = ق َ ن

جائے کہ سمتی نیم قطر ج ق_1 زاویہ ۲ طہ کے بقدر گھمایا گیا ہے اور وہ اپنے ساتھ ج ب اور ف_1 ق_1 کو علی الترتیب ضلعوں ج بَ اور فَ قَ میں پہنچا دیتا ہے۔ اب ج فَ کو جو $\frac{1}{2}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)$ کو تعبیر کرتا ہے اور فَ قَ کو جو ق کو تعبیر کرتا ہے اساسی خط پر اور اس کے علی القوائم تحلیل کیا جائے۔ تب ظاہر ہے کہ و ن اور ن قَ زیر بحث مستوی پر زور کے اجزائے ترکیبی علی الترتیب $\text{ف}_\text{ع}$ اور $\text{ف}_\text{م}$ کو تعبیر کرینگے اور و قَ حاصل زور ف کو تعبیر کریگا۔

شکل ۲۴ ب سے $\text{ف}_\text{ع}$، $\text{ف}_\text{م}$ اور ف کے تغیرات کا آسانی سے مطالعہ کیا جا سکتا ہے۔ اس کو ذہن میں رکھتے ہوئے کہ دائرہ سا کا نصف قطر

$$ر = \sqrt{\text{ج ف}_1^2 + \text{ف}_1\text{ق}_1^2}$$

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

یہ ظاہر ہے کہ موجودہ صورت میں جب کہ ف_1 اور ف_2 مثبت ہیں :—

(ا) $\text{ف}_\text{ع}$ کی قیمت دو حدوں کے درمیان رہتی ہے۔ بالائی حد

$$= \tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) + \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

اور یہ قیمت اس وقت ہوتی ہے

$$\text{جب کہ ۲ طہ = بہ یا مس ۲ طہ} = \frac{2\,\text{ق}}{\text{ف}_1 - \text{ف}_2}$$

یعنی جب کہ قَ نقطہ ب پر منطبق ہو۔ اور نچلی حد (جب کہ قَ نقطہ ا پر منطبق ہو)

$$\tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) - \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2) + \text{ق}^2}$$

اور یہ اس وقت واقع ہوتی ہے

$$\text{جب کہ ۲ طہ = بہ} + 180^\circ \text{ یا طہ} = \tfrac{1}{2}\,\text{بہ} + 90^\circ$$

یعنی اُس مستوی کے علی القوائم مستوی پر جس کے لیے $\text{ف}_{\text{ع}}$ بالائی حد کو پہنچتا ہے۔

(ب) طہ کی ان دو قیمتوں کے لیے جو $\text{ف}_{\text{ع}}$ کی حدوں یا فاصل قیمتوں کے متناظر ہیں $\text{ف}_{\text{م}}$ کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(ج) $\text{ف}_{\text{م}}$ کی قیمت دو حدوں کے درمیان ایک حد رہتی ہے۔

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

جو اس وقت واقع ہوتی ہے

جب کہ ۲ طہ = بہ + ۹۰° یا طہ = ½ بہ + ۴۵°

اور دوسری حد

$$= -\sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

جو اس وقت واقع ہوتی ہے

جب کہ ۲ طہ = بہ + ۲۷۰° یا طہ = ½ بہ + ۱۳۵°

$\text{ف}_{\text{م}}$ کی انتہائی قیمتیں دینے والے مستوی $\text{ف}_{\text{ع}}$ کی انتہائی قیمتوں کے مستویوں سے ۴۵° کے زاویے بناتے ہیں۔

(د) حاصل زور عمادی زور $\text{ف}_{\text{ع}}$ کے ساتھ اپنی انتہاؤں کو پہنچتا ہے یعنی ۲ طہ = بہ اور ۲ طہ = بہ + ۱۸۰° کے لیے اور اس کی انتہائی قیمت وہی ہوتی ہے جو ان مستویوں پر $\text{ف}_{\text{ع}}$ کی ہوتی ہے کیونکہ وہاں $\text{ف}_{\text{م}}$ صفر ہوتا ہے۔ اس طرح یہ قیمتیں صدر زور ہوئیں اور انکو لکھا جا سکتا ہے:

$$\text{ف}_{\text{ا}} = \tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) + \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

جب کہ ۲ طہ = بہ کے لیے ہے۔ اور

$$\text{ف}_{\text{ب}} = \tfrac{1}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_2) - \sqrt{\tfrac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}$$

جب کہ ۲ طہ = بہ + ۱۸۰° کے لیے ہے۔

(ر) چونکہ مس فہ = فشم/فشع اس لیے زاویہ فہ یا قَ وُن سے حاصل زور (ف) کا میلان جس مستوی پر وہ عمل کرتا ہے اس کے عماد کے ساتھ معلوم ہوگا۔ اور فہ کی قیمت اعظم اس وقت ہوتی ہے جب کہ فہ کو تعبیر کرنے والا سمتی وقَ زور دائرے کا مماس ہو اور اس وقت

$$\text{جب فہ} = \frac{2\sqrt{\frac{1}{4}(\text{ف}_1 - \text{ف}_2)^2 + \text{ق}^2}}{(\text{ف}_1 + \text{ف}_2)} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{ف}_1 - \text{ف}_2}{\text{ف}_1 + \text{ف}_2}$$

اگر زور ف_1 اور ف_2 مختلف العلامت ہوں مثلاً ف_2 منفی ہو تو گزشتہ نتائج میں اس کی علامت کو تبدیل کر دینا کافی ہے۔ لیکن اگر طلبہ اس صورت کے لیے زور دائرہ علیحدہ کھینچ لیں اور اہم نتائج کا اقتباس کریں تو ان کو مفید ہوگا۔ ظاہر ہے کہ اس صورت میں نقطہ و دائرے کے اندر نقاط ف اور ف_2 کے درمیان واقع ہوگا اور ذیل کے نتائج اہمیت رکھینگے اور محض زور دائرے کا خاکہ کھینچ لینے سے واضح ہو جائینگے۔

(س) دو مستوی ہوں گے جن پر عماوی زور صفر ہوگا اور اس طرح یہ خالص جزی زور کے تحت ہونگے (ان مستویوں کے لیے ن ثابت نقطہ و پر منطبق ہوگا)۔

(ص) ف_1 کی سمت میں سادہ تناؤ ہونے کی صورت میں ف_2 صفر ہوگا اور و اور ف_2 دونوں قطر ا ب کے سرے (ا) (شکل ۲۴ ب) پر منطبق ہونگے۔ اعظم جزی زور کی مقدار $\frac{1}{2}\text{ف}_1$ ہوگی۔

(ط) اگر ف_2 = − ف_1 اور ق = ۰ یعنی ف_1 اور ف_2 صدر زور ہوں تو و نقطہ ج پر منطبق ہوگا اور اعظم جزی زور کی مقدار دائرے کے نصف قطر ف_1 کے مساوی ہوگی اور یہ ان مستویوں پر ہوگی جو صدر مستویوں سے ۴۵° کے زاویے بنائیں (۲ ط = ۹۰°)۔

۱۹۔ صدر فساد

کسی شے کی ایک سلاخ میں کامل لچک کی حدود کے اندر کسی زور (مثلاً تنشی) $ف_1$ سے، اگر شے پر یہی ایک زور ہو اور عرضی[1] سکڑاؤ کی آزادی ہو تو، اس زور کی سمت میں ایک فساد $س_1$ پیدا ہوگا

$$س_1 = \frac{ف_1}{ے}$$

جہاں ے ینگ کا لچک کا مقیاس یا کھنچاؤ کا مقیاس ہے۔ زور $ف_1$ کے (۳۰)
محور کے علی القوائم ہر سمت میں سکڑاؤ کا فساد

$$\frac{ف_1}{م\,ے}$$

ہوگا جہاں $\frac{1}{م}$ پوائسن (Poisson) کی نسبت ہے۔

تساوی السموت شے میں یعنی ایسی شے میں جس کے ہر سمت میں لچک کے خواص وہی ہوں $ف_1$ کی سمت کے علی القوائم ایک ہی زور $ف_2$ عمل کرے تو اس کے اثر سے خود اس کی سمت میں فساد

$$س_2 = \frac{ف_2}{ے}$$

پیدا ہوگا اور اس کے علی القوائم سمتوں میں جن میں سے ایک سمت فساد $\frac{ف_1}{ے}$ کی بھی ہے، سکڑاؤ کا فساد

$$\frac{ف_2}{م\,ے}$$

پیدا ہوگا۔ اسی طرح ایک زور $ف_3$ ان دونوں زوروں کے علی القوائم عمل کرے تو وہ اپنی سمت کے طولی فساد کے علاوہ اپنے علی القوائم ہر سمت میں سکڑاؤ کا فساد

$$\frac{ف_3}{م\,ے}$$

---

[1] Lateral

پیدا کریگا۔ ان سمتوں میں ایک سمت $ف_1$ کی بھی ہو گی۔

اس طرح اگر ایک متساوی السموت شے میں کسی نقطے پر تین صدر زور حدتوں $ف_1$، $ف_2$، $ف_3$ کے ہوں تو ہر ایک کا علیحدہ علیحدہ اثر وہی ہوگا جو تنہا عمل کرنے سے ہوتا۔ تینوں زوروں کی ایک ہی علامت لینے سے $ف_1$ کی سمت میں مجموعی فساد

$$س_1 = \frac{ف_1}{ے} - \frac{ف_2 + ف_3}{م\,ے} \quad \text{.......(1)}$$

$ف_2$ کی سمت میں فساد

$$س_2 = \frac{ف_2}{ے} - \frac{ف_1 + ف_3}{م\,ے} \quad \text{.......(2)}$$

اور $ف_3$ کی سمت میں فساد

$$س_3 = \frac{ف_3}{ے} - \frac{ف_1 + ف_2}{م\,ے} \quad \text{.......(3)}$$

اگر اوپر کے زوروں میں سے کوئی مخالف علامت کا ہو یعنی موجودہ صورت میں فشاری ہو تو اوپر کی مساواتوں میں اس کی علامت بدل دینی چاہیے۔

۲۰۔ فساد کا ناقص نما ــــــ گزشتہ دفعہ کے حروف
استعمال کریں تو کسی نقطے پر جس پر صدر زور $ف_1$، $ف_2$، $ف_3$ ہوں ان سمتوں کے (۳۱)
علاوہ دوسری سمتوں کے فساد حسب ذیل طریقے پر تعبیر کیے جا سکتے ہیں۔

ایک کرہ کا تصور کرو جس کا مرکز زیر بحث نقطہ ہو اور اس کے جو تین باہم علی القوائم قطر تینوں صدر زوروں کی سمتوں میں ہیں اُن میں وہ فساد تصور کرو جو دفعہ ۱۹ کی مساواتوں (۱)، (۲) اور (۳) سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ نیز یہ کہ ہر اُس خط میں جو $ف_1$ کی سمت کے متوازی ہے فساد $س_1$ ہوا ہے۔ ہر اُس خط میں جو $ف_2$ کے متوازی ہے فساد $س_2$ اور $ف_3$ کے متوازی ہر خط میں فساد $س_3$ ہوا ہے۔ ان فسادوں کے زیر اثر کرہ ایک ناقص نما بن جائیگا اور مرکز سے جو سمتی نیم قطر

ناقص نما تک کھینچے جائیں وہ اپنی اپنی سمتوں میں کرہ کے نصف قطر کے اس طول کو تعبیر کرینگے جو فساد کے بعد ہو گیا ہے۔

۲۱۔ لچک کے مرممہ مستقل ـــــ ینگ کے مقیاس کی تعریف حسب ذیل ربط (دفعہ ۹) سے کی گئی تھی

$$ے = \frac{ف_۱}{س_۱}$$

جہاں $س_۱$ وہ فساد ہے، جو حدت $ف_۱$ کے تنشی زور سے پیدا ہو جس کے ساتھ اور کوئی زور عمل نہ کر رہا ہو۔ اگر اور کوئی صدر زور عمل کر رہے ہوں تو فساد بدل جائیگا اور اس طرح جو مستقل کہ مساوات

$$مقیاس = \frac{ف_۱}{س_۱}$$

سے حاصل ہوگا وہ معمولی کھنچاؤ کا مقیاس نہیں ہوگا، بلکہ اس کی ایک ترمیم یافتہ شکل ہوگی۔ مختلف حالات کے تحت اس کی مختلف قیمتیں حاصل ہونگی۔

مثال ۱۔ اگر ایک سلاخ اس طرح کھینچی جائے کہ تمام جانبی[1] فساد رک جائے تو مقیاس کی کیا قیمت ہوگی؟

ان حالات کے تحت دفعہ ۱۹ کی مساواتیں حسب ذیل ہو جائینگی:۔

$$(۱) \qquad س_۱ = \frac{ف_۱}{ے} - \frac{ف_۲ + ف_۳}{م\,ے}$$

$$(۲) \qquad س_۲ = ۰ = \frac{ف_۲}{ے} - \frac{ف_۱ + ف_۳}{م\,ے}$$

$$(۳) \qquad س_۳ = ۰ = \frac{ف_۳}{ے} - \frac{ف_۱ + ف_۲}{م\,ے}$$

ظاہر ہے کہ $ف_۲ = ف_۳$

[1] Lateral

اور (۲) سے $\frac{\text{ف}_{۲}}{\text{ے}} = \frac{\text{ف}_{۱} + \text{ف}_{۲}}{\text{م ے}}$

یا $\text{ف}_{۲}\left(۱ - \frac{۱}{\text{م}}\right) = \frac{\text{ف}_{۱}}{\text{م}}$

یا $\text{ف}_{۲} = \frac{\text{ف}_{۱}}{\text{م} - ۱}$

اور (۱) سے $\text{س}_{۱} = \frac{۱}{\text{ے}}\left(\text{ف}_{۱} - \frac{۲}{\text{م}}\text{ف}_{۲}\right) = \frac{\text{ف}_{۱}}{\text{ے}}\left(۱ - \frac{۲}{\text{م}} \times \frac{۱}{\text{م} - ۱}\right)$

$= \frac{\text{ف}_{۱}}{\text{ے}} \cdot \frac{(\text{م} - ۲)(\text{م} + ۱)}{\text{م}(\text{م} - ۱)}$

یا $\text{ف}_{۱} = \text{س}_{۱} \times \text{ے} \frac{\text{م}(\text{م} - ۱)}{(\text{م} - ۲)(\text{م} + ۱)}$

یعنی مقیاس سادہ کھنچاؤ کے مقابلے میں جبکہ جانبیؔ سکڑاؤ کی آزادی ہو $\frac{\text{م}(\text{م} - ۱)}{(\text{م} - ۲)(\text{م} + ۱)}$ گنا ہو گیا۔ اگر م = ۴ تو مرحمہ مقیاس ۲ء۱ ہے ہوگا یعنی اگر جانبیؔ فساد روک دیا جائے تو ایک دیے ہوئے طولی فساد کو پیدا کرنے کے لیے جانبی حرکت کی آزادی کے مقابلے میں ۲۰ فی صدی زیادہ قوت کی ضرورت ہوتی ہے۔ (۳۲)

مثال ۲ — ایک جوشارہ تختی میں ایک خاص نقطے پر تینوں صدر زور[ل] کی حدیں ۴، ۳ اور صفر ٹن فی مربع انچ تناؤ ہیں معلوم کرو کہ ۴ ٹن کے زور کی سمت میں کتنا زور اکیلا عمل کر کے یہی فساد پیدا کریگا۔ ینگ کے مقیاس اور اُستواری کے مقیاس کی نسبت $\frac{۵}{۲}$ ہے۔

دفعہ ۱۳ مساوات (۱) سے

$$\frac{۱}{\text{م}} = \frac{\text{ے}}{۲\text{س}} - ۱ = \frac{۵}{۴} - ۱ = \frac{۱}{۴}$$

ع Lateral

اس لیے ۱۳ ٹن کے زور کی سمت میں

$$\text{فساد} = \frac{4}{ے} - \frac{1}{\text{}} \frac{3}{ے} = \frac{13}{4} \times \frac{1}{ے}$$

اگر اکیلے عمل کرکے یہ فساد پیدا کرنے کے لیے زور کی حدت ف درکار ہو تو

$$\frac{ف}{ے} = \frac{13}{4} \times \frac{1}{ے}$$

یا $$ف = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4} \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

سوالات ۱

۱۔ نرم فولاد کی ایک گول بندھن سلاخ جس کا طول ۱۸ فٹ اور قطر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے ۷ ٹن کے تناؤ کے تحت $\frac{1}{16}$ انچ کھنچتی ہے۔ سلاخ کے اندر تنشی زور کی حدت، کھنچاؤ کے مقیاس کی قیمت اور کسی مائل تراش پر جزی زور کی اعظم حدت معلوم کرو۔

۲۔ فولاد کی ایک سلاخ پر ۳ ٹن کا تناؤ تراش کے فی مربع انچ عمل کرتا ہے۔ ایک مائل مستوی پر جزی زور کی حدت ۱ ٹن فی مربع انچ ہے۔ اس مستوی کے عماد کا سلاخ کے محور کے ساتھ کیا میلان ہے۔ مستوی پر عمادی اور حاصل زور کی کیا حدت ہے۔ اس کے جو دو حل ممکن ہوں اُن میں سے وہ مستوی لو جس کا عماد محور سے کم سے کم زاویہ بنائے۔

۳۔ سوال ۱ میں جو سلاخ ہے اُس میں ایک مائل مستوی پر جزی زور کی حدت ۵ء۱ ٹن فی مربع انچ ہے۔ اس مستوی پر عمادی اور حاصل زور کی کیا حدت ہے۔ مستوی وہ لو جو محور سے زیادہ سے زیادہ زاویہ بنائے۔

۴۔ ایک ڈھلے لوہے کے کھوکھلے استوانی ستون کا بیرونی قطر ۱۰ انچ اندرونی قطر ۸ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے۔ ۶۰ ٹن کے بوجھ کے تحت اس کا طول کتنا کم ہوگا۔ مے کی قیمت ۸۰۰۰ ٹن فی

مربع انچ لو۔

۵۔ فولاد کے ایک نمونے کے لیے لچک کے کھنچاؤ کا مقیاس ۵ء۲۸ × ۱۰^۶ پونڈ فی مربع انچ پایا گیا اور عرضی[۱] مقیاس ۱۱ × ۱۰^۶ پونڈ فی مربع انچ پایا گیا۔ اس شے کے لیے حجمی لچک کا مقیاس کیا ہوگا اور کھنچاؤ سے طولی فساد اس کے ساتھ واقع ہونے والے جانبی[۲] فساد کا کتنا گنا ہوگا۔

۶۔ ایک بوشارہ تختی میں ایک نقطے پر تنشی (صدر) زور ۲ء۴ ٹن (۳۳)
فی مربع انچ ہیں۔ اس نقطے پر ایسے متوی پر عمادی اور مماسی زوروں کی حدتیں اور حاصل زور کی حدت اور سمت معلوم کرو جو پہلے صدر متوی پر علی القوائم ہو اور ۴ ٹن صدر زور والے متوی سے ۳۰° کا زاویہ بنائے۔

۷۔ سوال ۶ کے معطیات لے کر اس متوی کے عماد کا زاویہ محور کے ساتھ معلوم کرو جس کا حاصل زور عماد سے ۱۵° کا زاویہ بنائے۔ اس حاصل زور کی حدت کیا ہوگی؟

۸۔ ایک زیر فساد شے میں ایک نقطے پر صدر زور صفر اور ۵ ٹن فی مربع انچ تناؤ، اور ۳ ٹن فی مربع انچ فشار ہیں۔ اس متوی پر حاصل زور کی حدت اور سمت معلوم کرو جو ۵ ٹن کے زور کے محور سے ۶۰° کا زاویہ بنائے اور صفر زور کے متوی کے علی القوائم ہو۔ جزّی زور کی اعظم حدت اس نقطہ پر کیا ہوگی؟

۹۔ اگر ایک شے اس طرح فساد میں ہو کہ ایک خاص نقطے پر دو علی القوائم متویوں پر عمادی زور کی حدتیں ۵ ٹن اور ۳ ٹن فی مربع انچ دونوں تناؤ ہوں اور ان متویوں پر جزّی زور کی حدت ۴ ٹن فی مربع انچ ہو تو اعظم راست زور اور وہ متوی معلوم کرو جس پر یہ عمادی ہے۔

۱۰۔ سوال ۹ کو حل کرو اگر ۳ ٹن فی مربع انچ کا زور فشاری ہو۔

۱۱۔ ایک گرڈر کی کسی تراشش کے ایک نقطہ پر ۴ ٹن فی مربع انچ کا تنشی زور اس تراش پر عمادی ہے۔ اور اس تراش پر ۲ ٹن فی مربع انچ کا جزّی زور ہے۔ صدر متوی اور زور معلوم کرو۔

[۱] Transverse [۲] Lateral

۱۲۔ ایک دُھرے میں ایک خاص نقطے پر ایک تراش کے مستوی میں ۳ ٹن فی مربع انچ کا جزئی زور ہے اور اس مستوی پر عماد ۲ ٹن فی مربع انچ تنشی زور ہے۔ راست زور اور جزئی زور کی اعظم حدت معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک جوشارہ تختی میں خول کے محور کی سمت میں $2\frac{1}{2}$ ٹن فی مربع انچ کا تنشی زور ہے اور محور میں سے گزرنے والے ایک مستوی کے علی القوائم ۵ ٹن فی مربع انچ کا تنشی زور۔ اگر پوائی سن[1] کی نسبت $\frac{1}{4}$ ہو تو کس حدت کا تنشی زور اکیلا عمل کرکے یہی اعظم تنشی فساد پیدا کریگا۔

۱۴۔ دھات کا ایک استوانی ٹکڑا محور کی سمت میں فشار میں ہے۔ ایک اچھا بیٹھا ہوا ڈھانچہ جو تقریباً اس کے سارے طول پر ہے جانبی[2] پھیلاؤ کو نصف کر دیتا ہے۔ "م" کی رقوم میں اس استوانے کے محوری فساد کی نسبت آزاد استوانے کے محوری فساد کے ساتھ معلوم کرو۔ (پوائی سن کی نسبت = $\frac{1}{م}$)۔

۱۵۔ فشار کے لیے ینگ کا جو مقیاس ہے اس میں اور اس مرحمہ مقیاس میں نسبت معلوم کرو جو ایک سمت میں جانبی پھیلاؤ کو بالکل روک دینے سے حاصل ہو۔ پوائی سن کی نسبت = $\frac{1}{م}$۔

۱۶۔ اگر ایک فولادی سلاخ لچک کی حدود کے اندر سادہ تناؤ کے تحت اپنے طول کے $\frac{1}{۱۰۰۰}$ کے بقدر کھنچے تو حجم کے تغیر کی کسر معلوم کرو۔ پوائی سن کی نسبت = $\frac{1}{4}$۔

۱۷۔ تین لمبے متوازی تار جو طول میں مساوی ہیں اور ایک ہی انتصابی مستوی میں ہیں ۳۰۰۰ پونڈ کا ایک بوجھ سہارتے ہیں۔ وسطی تار فولاد کا ہے اور باقی دو تار پیتل کے ہیں اور تینوں کی تراش $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہے۔ تاروں کو اس طرح ترتیب دینے کے بعد کہ ہر ایک پر $\frac{1}{3}$ بوجھ پڑے ۷۰۰۰ پونڈ کا ایک اور بوجھ ڈالا جاتا ہے۔ ہر ایک تار کا زور اور کل زور کی کسر معلوم کرو جو ہر ایک تار برداشت کرتا ہے۔ سے کی قیمت فولاد کے لیے ۳۰×۱۰^6 پونڈ فی مربع انچ اور پیتل کے لیے ۱۲×۱۰^6 پونڈ فی مربع انچ لو۔

---

[1] Poisson [2] Lateral

(۳۴)

دوسرا باب

دھاتوں کے میکانی خواص

۲۲ - لچک ـــــ کسی شے کو اُس وقت کامل لچکدار کہا جاتا ہے جب کہ زور ہٹا لینے پر اُس سے پیدا شدہ سارا فساد دُور ہو جائے۔ خاص حدود کے اندر (دفعہ ۵) بہت سی اشیاء تقریباً کامل لچکدار ہوتی ہیں۔

پیکر پذیری ـــــ کسی شے کو کامل پیکر پذیر اُس وقت کہا جا سکتا ہے جب کہ زور ہٹا لینے پر فساد بجنسہٖ قائم رہے۔

پیکر پذیر حالت میں ٹھوس پر مختلف سمتوں میں زور نامساوی ہوں تو وہ بہت کچھ ایک مائع کی طرح "بہاؤ" کا اظہار کرتا ہے۔ "بہاؤ" کی اس خاصیت سے سیسے کے نل کے پچکارنے، تارکشی، سکوں پر ٹھپہ مارنے اور گھڑائی وغیرہ میں کام لیا جاتا ہے۔

تمدّد ـــــ کسی شے کی وہ خاصیت ہے جس سے اس کو تناؤ کے تحت کھینچ کر پتلا کیا جا سکتا ہے مثلاً جس طرح دھات کو ایک سُوراخ میں سے کھینچ کر اس کا تار بنایا جاتا ہے۔ تمددی تطول کے دوران میں لچک اور پیکر پذیری دونوں کا اظہار ہوتا ہے۔ پھوٹک پن تمدّد کی کمی کا نام ہے۔

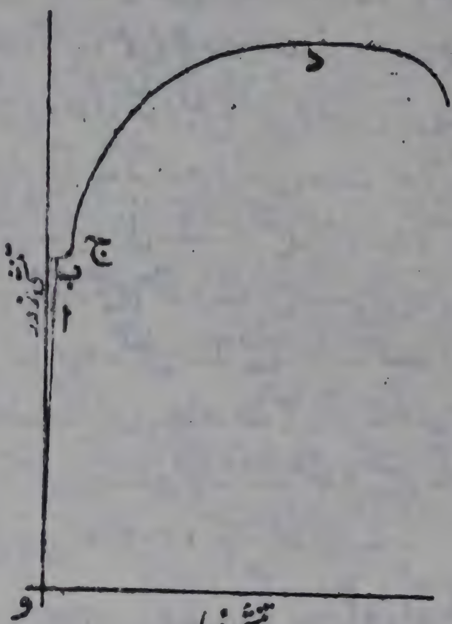
اگر کسی شے کو پیٹ کر یا بیل کر اس کی تختیاں بنائی جا سکیں تو اس کو متورِق کہا جاتا ہے۔ تورق کی خاصیت تمدّد کے مشابہ ہے۔

۲۴۔ متمدّد دھاتوں کا تنشی فساد ——— اگر ایک متمدّد دھات پر تناؤ عمل کرے اور یہ تناؤ بتدریج بڑھتا جائے تو دیکھا گیا ہے کہ پیدا ہونے والے فساد طولی اور جانبی[لہ] دونوں پہلے پہل زور کے تناسب میں بڑھتے ہیں۔ جب لچک کی حد آجائے تو فساد زیادہ تیزی سے بڑھتا ہے اور بوجھ اور بڑھایا جائے تو فساد ایک بڑھتی ہوئی شرح سے بڑھتا رہتا ہے۔ لچک کی حد سے ذرا آگے بعض دھاتیں جن میں نرم لوہے اور فولاد نمایاں ہیں، ایک نمایاں ناکارگی کا اظہار کرتے ہیں قطول پہلے سے ایک دم بہت بڑھ جاتا ہے حالانکہ زور میں بہت کم اضافہ ہوا یا بالکل نہیں ہوا۔ جس زور پر یہ اچانک کھنچاؤ پیدا ہوتا ہے وہ "نقطۂ مغلوبیت" کہلاتا ہے۔

شکل ۳۵ میں ایک ۱۰ انچ طول اور ۱ انچ قطر کی گول فولادی سلاخ کا "زور فساد" منحنی دکھایا گیا ہے جس کے معین زور کی حدت کو تعبیر کرتے ہیں اور فصلیے تناظر فساد کو۔ لچک کی حد ا پر واقع ہوتی ہے۔ و ا ایک خطِ مستقیم ہے۔ ب "نقطۂ مغلوبیت" ہے۔ اب کسی قدر منحنی ہے۔ نقطۂ مغلوبیت کا زور واقع ہو تو تمددی پھیلاؤ واقع ہوتا ہے اور زور بڑھے تو فساد اسراع کے ساتھ بڑھتا ہے جیسا کہ ج اور د کے درمیان کے منحنی سے ظاہر ہوتا ہے۔ نقطۂ مغلوبیت کے آگے فساد کی پیدائش اس طور پر نہیں ہوتی جس طور پر لچک کی حد کے اندر ہوتی ہے۔ فساد کا بڑا حصہ بہت جلد واقع ہوتا ہے لیکن اس کے بعد اور بوجھ ڈالے بغیر مزید (۳۵)
قطول پیدا ہوتا ہے اور یہ وقت کے ساتھ بڑھتا جاتا ہے اگرچہ گھٹتی ہوئی شرح کے ساتھ۔ ایک برقرار تنشی زور کے تحت فساد کے اس آہستہ آہستہ بڑھنے کو پروفیسر ایونگ[ٹہ] نے "رینگنے" کے لفظ سے تعبیر کیا ہے۔ مغلوبیت کو پیدا کرنے کے لیے جو زور درکار ہوتا ہے وہ غالباً اس کو جاری رکھنے کے زور سے زیادہ ہوتا ہے اور جب متمدّد دھات پر کا زور کم کر دیا جاتا ہے تو اس خاصی بڑی کمی کے باوجود مغلوبیت جاری رہتی ہے اور

لہ Lateral
ٹہ Prof. Ewing

لچک کی حد کے فساد سے بہت بڑے فساد تک جاری رہتی ہے۔ کوک[1] اور رابرٹسن[2] صاحبان نے[3] دو موٹی سلاخوں کے متوازی نرم فولاد کی ایک پتلی سلاخ استعمال کرکے معلوم کیا کہ مغلوبیت کو شروع کرنے کے لیے جو زور درکار ہوتا ہے اُس سے ۲۳ فی صدی کم زور اُس کو جاری رکھ سکتا ہے۔ چونکہ فساد کا ایک حصہ محض وقت کے ساتھ پیدا ہوتا ہے اس لیے ایک دیے ہوئے بوجھ سے پیدا شدہ مجموعی فساد اور زور فساد کے منحنی کی شکل کسی حد تک لداؤ کی شرح پر منحصر ہوگی۔ د پر اعظم بوجھ واقع ہونے سے ذرا پہلے شے تقریباً کامل پیکر پذیر ہوتی ہے کیونکہ بوجھ کے بہت



شکل ۲۵

خفیف اضافے سے تنشی فساد بہت بڑھ رہا ہے۔ اس بات کو ملحوظ رکھو کہ اس نقشے میں زور کی حدت اور فساد دونوں شے کے ابتدائی ابعاد سے محسوب کیے گئے ہیں۔

تمددی تطول کے دوران میں تراش کا رقبہ تقریباً اُسی تناسب سے گھٹتا ہے جس سے طول بڑھتا ہے یا بالفاظ دیگر حجم تقریباً مستقل رہتا ہے۔ تراش کے رقبے کا گھٹاؤ سلاخ کے سارے طول میں تقریباً یکساں ہوتا ہے۔

۱؎ Cook   ۲؎ Robertson

۳؎ دیکھو "نرم فولاد کا لچکدار حالت سے پیکر پذیر حالت کو مرور" روداد رائل سوسائٹی الف جلد ۸۸ (۱۹۱۳ء) صفحات ۴۶۲ تا ۴۷۱۔

اعظم بوجھ واقع ہو جانے کے بعد ایک اچانک مقامی کھنچاؤ واقع ہوتا ہے جو سلاخ کے ایک چھوٹے سے طول میں ہوتا ہے اور اس کی شکل "کمر" کی سی ہو جاتی ہے۔ رقبے کا یہ مقامی گھٹاؤ ایسا ہوتا ہے کہ کمر پر سلاخ کو توڑنے کے لیے جو بوجھ درکار ہوتا ہے وہ اُس اعظم بوجھ سے بہت کم ہوتا ہے جو مقامی تطول کے وقوع سے پہلے سلاخ پر ڈالا گیا تھا۔ لیکن شکستی بوجھ کو تراش کے گھٹے ہوئے رقبے سے تقسیم کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ "زور کی حقیقی حدت" سابق کی ہر حدت سے زیادہ ہے۔ اگر بوجھ کو تراش کے ابتدائی رقبے سے تقسیم کیا جائے تو "زور کی ظاہری حدت" حاصل ہوتی ہے جو نرم فولاد جیسی متمدد شے میں شکستی بوجھ پر ہ پر کے اعظم بوجھ (شکل ۲۵) سے کم ہوتی ہے۔ شکل ۳۱ میں تناؤ کے تحت دیگر اشیا کے نمونوں کے "زور فساد" منحنی دکھائے گئے ہیں۔ ہر صورت میں نمونے گول ہیں اور ۱ انچ قطر اور ۸ انچ طول کے ہیں۔ منحنیوں کے زیر لچک حصے علیحدہ کھینچے گئے ہیں اور ان میں فساد کا پیمانہ پیچر پذیر فساد کا ۲۵۰ گنا رکھا گیا ہے۔ (۳۶)

۲۴۔ لچک کی حد اور نقطۂ مغلوبیت ــــــ لچک کی

حد (دفعہ ۵) تناؤ میں وہ بڑے سے بڑا زور ہے جس کے ہٹا لینے پر کوئی مستقل تطول باقی نہ رہے۔ تقریباً تمام دھاتوں میں، اور خاص کر نرم اور متمدد دھاتوں میں، اگر نازک آلات استعمال کیے جائیں (دیکھو دفعہ ۱۴۷) تو بہت خفیف سے زور سے بھی پایا جائیگا کہ کچھ نہ کچھ مستقل تطول پیدا ہو گیا ہے اور خاص کر ایسی اشیا میں جن پر ایسا تنشی زور اس سے پہلے کبھی نہ لگایا گیا ہو۔ لیکن بہت سی دھاتوں میں اور خاص کر پٹواں لوہے اور فولاد میں اگر ہم ایک خاص مقدار سے مثلاً امتحانی سلاخ کے ایک لاکھویں حصے سے کم مستقل تطول کو (یعنی ۱/ایک لاکھ سے کم فساد کو) نظر انداز کر دیں تو اعظم زور کی ایک جزو کسر تک صرف لچکدار اور متناسب تطول پیدا ہوتے ہیں۔ فساد کا زور کے متناسب ہونا شکل ۲۵ میں ۹ ا کے ایک خطِ مستقیم ہونے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ پٹواں لوہے اور فولاد جیسی دھاتوں میں تناسب بین لچک کی حد تک قائم رہتا ہے۔ یعنی خطِ مستقیم کا سرا ا لچک کی حد کو تعبیر کرتا ہے یا بالفاظِ دیگر ھوک کا

قانون (دفعہ ۵) کافی طور پر صحیح ہے۔ تمام دھاتوں کے لیے یہ بات صحیح نہیں۔ جیسے ایلومینیم کی صورت میں جس پر آہستگی سے اور تسلسل کے ساتھ بوجھ لگایا گیا ہو بہت پست زوروں پر فساد زور کی بہ نسبت تیزی سے بڑھتا ہے لیکن زور ہٹا لینے پر تقریباً تمام فساد دور بھی ہو جاتا ہے۔ اس لیے معلوم ہوا کہ لچک کی حد کو محض "زور فساد نقشے" کے معائنے سے معلوم نہیں کیا جا سکتا۔

لچک کی تجارتی حد ـــ دھاتوں کے تجارتی امتحانوں میں جن میں نقطۂ مغلوبیت معلوم کیا گیا ہے اکثر مغلوبیت کے زور کو لچک کی حد کہا جاتا ہے۔ یہ عموماً حقیقی لچک کی حد سے کسی قدر زیادہ ہوتا ہے۔

اس طرح زور کی تین نمایاں حدیں ہوئیں۔

(۱) لچک کی حد، جس کی تعریف دفعہ ۵ میں کی گئی ہے۔

(۲) فساد کی زور کے ساتھ متناسبیت کی حد۔

(۳) نقطۂ مغلوبیت کا زور یا لچک کی تجارتی حد۔

پٹوال لوہے اور فولاد میں پہلی دو تقریباً ایک ہی ہیں اور تیسری کسی قدر زیادہ۔

یہ خیال ظاہر کیا گیا ہے کہ نقطۂ مغلوبیت سے ذرا پہلے کامل لچک کا جواب دے دینا اس وجہ سے ہے کہ شے کے چھوٹے چھوٹے حصے پوری کمیت کے مغلوب ہونے سے پہلے مغلوب ہو جاتے ہیں۔ اِس خیال کی اس بات سے بھی تائید ہوتی ہے کہ بہت یکساں نوعیت کی متمدد اشیا میں نقطۂ مغلوبیت انہی اشیا کے ناقص نمونوں کے مقابلے میں بہت زیادہ واضح رہتا ہے۔

مغلوبیت کے لیے جو زور درکار ہے وہ لگایا جائے تو مغلوبیت ساری کمیت میں یقیناً وقتِ واحد میں واقع نہیں ہوتی بلکہ ایک یا زیادہ نقاط پر مقامی طور پر شروع ہوتی ہے (جس کی وجہ غالباً ان مقامات پر بوجھ کا خفیف سا ارتکاز ہے) اور بوجھ کے اضافے کے بغیر باقی کمیت میں پھیلتی ہے۔ مغلوبیت کی حالت کے اس پھیلنے کو مشین نہ کیے ہوئے لوہے اور فولاد میں آنکھ سے دیکھا جا سکتا ہے۔ شے کے مادے کے اندر فساد اتنا زیادہ ہوتا ہے کہ اوپر آکسائیڈ کی جو کھال ہوتی ہے

وہ اس کی برداشت نہیں کرسکتی اور مغلوبیت کے پھیلتے وقت تڑاق کر چھوٹے چھوٹے ٹکڑے بن کر اُڑتی ہے۔ اعلیٰ تکمیل کے کھینچے ہوئے فولاد میں آکسائیڈ اس طرح جھڑتا ہے کہ سلاخ کی سطح پر دلچسپ نشان بن جاتے ہیں۔ متوازی منحنیوں کے دو نظام بنتے ہیں جو سلاخ کے محور کے ساتھ مساوی اور مخالف سمت میں میلان رکھتے ہیں۔

اسی طرح کا منظہر پالش کی ہوئی دھاتی سطح پر بھی نظر آتا ہے اگر دھات میں لچک (۴۷)
کی حد سے زیادہ فساد پیدا کر دیا جائے۔ یہ مائل منحنی لوڈرز[1] کے خطوط کہلاتے ہیں کیونکہ سب میں پہلے لوڈرز نے ان کی طرف توجہ مبذول کرائی۔ ان سے جز کے تحت لچک کی ناکارگی کا پتہ چلتا ہے۔

خرد بینی مشاہدات — فلز نگاری — خردبین سے دھات کی ساخت کا جو پتہ چلتا ہے اُس کی طرف حال میں بہت توجہ کی گئی ہے اور اس سے بہت سے دلچسپ انکشافات ہوئے ہیں۔ فلز نگاری (Metallography) کا عام مضمون اس کتاب کی وسعت سے باہر ہے[2] لیکن ساخت کے اُوپر فساد کا جو اثر ہوتا ہے اُس کا ذکر کیا جائیگا۔

خرد بینی مشاہدات سے معلوم ہوتا ہے کہ دھاتیں قلمدار دانوں کے ایک مجموعے پر مشتمل ہوتی ہیں جن کے درمیان مختلف ترکیب کے مادے کے پردے یا تہیں ہوتی ہیں۔ ظاہر ہے کہ میکانی خواص ان پردوں سے متاثر ہوں گے، اور فساد یا شکستگی پردے کی سطح پر پھوٹک پن یا عدم تسلسل کی وجہ سے واقع ہوگی یا قلمدار دانوں کی حقیقی شکستگی ان کے درمیان کے فاصل مستویوں میں یا کمزور ترین مستویوں میں واقع ہوگی۔

ایونگ[3] اور روزن ھین نے[4] دھات کے ایک نمونے کا بتدریج بڑھتے ہوئے

---

[1] Luder's Lines

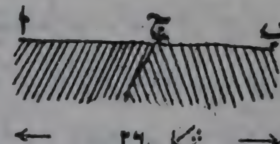
[2] انجنیری کے طلبہ کے لیے "لوہے اور فولاد کا قلماؤ"[عہ] کا ایک مختصر اور دلچسپ بیان ڈاکٹر میلو نے لکھا ہے۔

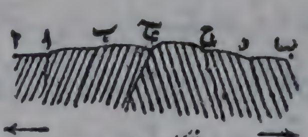
[3] Ewing & Rosenhain

[4] دیکھو روئداد شعبۂ فلسفہ رائل سوسائٹی ۱۸۹۹ء

[عہ] Crystallization of Iron & Steel by Dr. J. W. Mellor.

فساد کے تحت خرد بین کے ذریعے امتحان کر کے معلوم کیا کہ نقطۂ مغلوبیت کے بعد بعض قلموں پر خطوط نمودار ہوئے اور فساد کے بڑھنے پر ان کی تعداد بڑھتی گئی۔ ان خطوط کی جن کو انھوں نے پھسل پٹیاں یا پھسل خطوط کے نام سے موسوم کیا، انھوں نے یہ توجیہ کی کہ قلموں کے فاصل متویوں پر پھسلن واقع ہونے کی وجہ سے سطح پر سیڑھیاں بن گئی ہونگی۔ مثلاً سطح ا ج ب (شکل ۲۶) کو تیروں کی سمت میں کھینچا جائے تو فاصل متویوں ا، ب، ج اور د پر پھسلن واقع ہوگی اور اس طرح سطح شکل ۲۷ کی


شکل ۲۶


شکل ۲۷

(ڈاکٹر میلر کے "لوہے اور فولاد کے قلماؤ" کے بیان سے لیا گیا ہے)

مانند ہو جائیگی۔ ج دو متصل دانوں کا ملاپ ہے۔ ان لوگوں کے خیال کی رُو سے پیکر پذیر فساد کے دوران میں قلموں کے فاصل متویوں پر پھسلن جاری رہتی ہے اور آخر کار یہ تڑق کی شکل میں نمودار ہوتی ہے اور شکستگی واقع ہوتی ہے جو عموماً حدود پر نہیں ہوتی بلکہ خود قلموں کے دانوں کے درمیان ہوتی ہے۔ قلمدار ساخت فساد کے تمام مراحل میں باقی رہتی ہے۔

۲۵۔ انتہائی اور لچکدار مضبوطی اور قدرِ سلامتی

— کسی نمونے کو سادہ تناؤ یا جبر کے تحت توڑنے کے لیے جو اعظم بوجھ درکار ہوتا ہے اُس کو شکستگی کے مقام کے ابتدائی تراشی رقبے سے تقسیم کرنے سے وہ اعظم ظاہری زور حاصل ہوتا ہے جو شکستگی کے لیے ضروری ہے اور اُس کو اس خاص قسم کے زور کے تحت زیرِ بحث شے کی انتہائی مضبوطی کہا جاتا ہے۔ اس کو عموماً پونڈ یا ٹن فی مربع انچ میں محسوب کیا جاتا ہے۔ تناؤ کی انتہائی مضبوطی کو تنشی استحکام بھی کہا جاتا ہے۔ زیادہ سے زیادہ جو محسوبہ زور جو مشین یا تعمیر کے کسی حصے پر

(۳۸) پڑتا ہو وہ اس کا کامی زور کہلاتا ہے اور انتہائی مضبوطی اور کامی زور کی باہمی نسبت قدرِ سلامتی کہلاتی ہے۔

ظاہر ہے کہ کامی زور شے کی لچک کی حد کے اندر ہونا چاہیے۔ لیکن یہ کافی نہیں اور جب مجوّز ایک دیئے ہوئے کامی زور پر اپنی تجویز کی بنا رکھتے ہیں تو وہ اس کے ساتھ زیرِ استعمال شے کے دوسرے خواص کے ساتھ اس کی ایک انتہائی مضبوطی مشخص یا فرض کرتے ہیں جو کامی زور سے ایک معقول قدرِ سلامتی کی نسبت میں بڑی ہوتی ہے۔ قدرِ سلامتی بڑی حد تک زور کی نوعیت پر منحصر ہے یعنی آیا زور مستقل یا متغیر یا متبادل ہے اور آیا سادہ ہے یا مرکب۔ قدرِ سلامتی میں فسادی اثرات کی بھی رعایت رکھی جاتی ہے مثلاً صدمات جن کا بعض صورتوں میں کوئی قابلِ اعتماد اندازہ نہیں کیا جا سکتا، تآکل کی وجہ سے تراش کا گھٹاؤ اور دوسرے اتفاقات۔

لچکدار مضبوطی —— اگر کامی زوروں کو ایسی حدود کے اندر رکھنا مطلوب ہو کہ لچک کی حد کے خاصا اندر رہیں تو یہ جاننا ضروری ہو جاتا ہے کہ ایک ہی شے میں لچک کی حد صدر زوروں کی باہمی نسبت کے ساتھ کس طرح بدلتی ہے۔ مثلاً یہ بات ایک عرصے سے تسلیم کی جا چکی ہے کہ لچک کی حد جزمی زور کے لیے (یعنی متساوی اور مخالف قسم کے صدر زوروں کی صورت میں) سادہ تناؤ کے مقابلے میں کم ہے۔ بہت سے مفروضے وقتاً فوقتاً پیش کیے گئے ہیں جن میں یہاں چار بیان کیے جاتے ہیں۔ اِن مفروضات کا بیان یہ ہے کہ مخلوط زور کے تحت کامل لچک اُس وقت جواب دیتی ہے اور پیکر پذیر بہاؤ شروع ہوتا ہے جب حسبِ ذیل مقداروں کی خاص خاص انتہائی قیمتیں واقع ہوں:—

(۱) تینوں صدر زوروں میں سب میں بڑا زور،

(۲) تینوں صدر فسادوں میں سب میں بڑا فساد،

(۳) کسی مستوی پر کا جزمی زور،

(۴) توانائی (یا بازگشتگی، دیکھو دفعہ ۴۲ (ا)) جو دھات کے کسی حجم مثلاً اکائی حجم میں لچکدار طور پر جمع ہوئی ہو۔

ان چار مفروضات کا اُن تجربات سے مقابلہ کیا گیا ہے جو گیسٹ[1]، میسن[2]

---

[1] Guest

[2] Mason

اور دوسروں نے کیے ہیں i۔

کوک[1] اور رابرٹسن[2] نے ii اندرونی دباؤ رکھنے والے موٹے نلوں پر جو قابل ذکر تجربات کیے ہیں اُن سے یہ نتیجہ نکالا جاسکتا ہے کہ (۱) پہلا مفروضہ ڈھلے لوہے اور شاید عام طور پر پھوٹک اشیا کے لیے صحیح معلوم ہوتا ہے (۲) پہلے اور دوسرے مفروضوں میں ایسی اشیا کے لیے جو بہت متمدد ہوں حقیقی لچکدار مضبوطی کو بیش اندازہ کردیا گیا ہے اور تیسرا مفروضہ اس کو بقدر تقریباً ۲۵ فیصدی کے زیر اندازہ کرتا ہے۔ پروفیسر بی۔ پی۔ ھے[3] iii نے دکھایا ہے کہ چوتھا مفروضہ کوک اور رابرٹسن کے امتحانات کے، اور دیگر ذرائع سے جو کثیر مواد حاصل ہوا ہے اس کے بہت مطابق ہے۔ چوتھے مفروضہ کو متمدد اشیا کے لیے حقیقت کا قریب ترین تقریب سمجھا جاسکتا ہے اگرچہ تیسرا مفروضہ زیادہ عام طور پر مستعمل ہے کیونکہ اس کا استعمال آسان ہے۔ سب مفروضے اختیاری نوعیت کے ہیں: ایک پھوٹک دھاتوں کے لیے حقیقت کے قریب ترین ہے تو دوسرا متمدد دھاتوں کے لیے۔ تمدد کے درمیانی خواص رکھنے والی دھاتوں کے لیے ہر انفرادی صورت میں ایک درمیانی اختیاری ضابطہ وضع کرلیا جاسکتا ہے۔

(۲۹) اس بارے میں جو تجرباتی شہادت میسر ہے اس میں سے اکثر بوجھ کے ساکن عمل سے متعلق ہے متبادل زور کی کیفیت سے متعلق نہیں حالانکہ مشینری میں یہی زیادہ عام ہے۔ تکراری زوروں کے لیے زور کا کلیہ دفعہ ۴۹ میں بیان کیا گیا ہے اور یہ مسئلہ کہ انتہائی مضبوطی کن چیزوں سے قرار پاتی ہے دفعہ ۳۴ میں بیان کیا گیا ہے۔

i۔ "انجینیری کی اشیا میں زور کی تقسیم پر رپورٹ" میں جو برٹش ایسوسی ایشن سکشن گ کی ایک کمیٹی نے ۱۹۱۲ء اور بعد کی رپورٹوں میں مرتب کی ہے بہت تفصیلی معلومات اور مزید حوالے درج ہیں۔

ii۔ رسالہ انجینیرنگ ۱۵ دسمبر ۱۹۱۹ء۔ نیز تجرباتی نتائج دفعہ ۱۲۲ ا اور شکل ۱۶۱ ب۔

iii۔ برٹش ایسوسی ایشن کی رپورٹ سکشن گ ۱۹۱۹ء میں "مادی توانائی کا تفاعل اور لچک کی حد" اور انجینیرنگ ۳۰ جنوری ۱۹۲۰ء۔

[1] Cook [2] Robertson [3] Prof. B. P. Haigh

انگلستان اور امریکہ میں یہا ایک عام دستور یہ ہے کہ مضبوطی کا اندازہ اعظم صدر زور سے کیا جائے۔ اس کے ساتھ ایسی قدرِ سلامتی انتخاب کرنی چاہیے جو انتہائی مضبوطی پر مبنی ہو لچکدار مضبوطی پر نہ ہو اور حالات کے لحاظ سے بدلے اور اس پر بھی منحصر ہو کہ دوسرے صدر زور موجود ہیں یا معدوم۔ لیکن بہتر غالباً یہی ہے کہ مضبوطی کا اندازہ اعظم جزی زور سے کیا جائے۔

پہلے تین نظریوں سے جو مختلف نتائج حاصل ہوتے ہیں اُن کو ایک مشترک صورت لے کر اچھی طرح واضح کیا جا سکتا ہے اور وہ صورت یہ کہ ایک راست زور ف۱ اور اس کے ساتھ اسی مستوی پر جزی زور ق جیسا کہ دفعہ ۱۸ میں ہے۔

پہلے مفروضے سے اعظم صدر زور

$$\text{ف} = \frac{1}{2}\text{ف}_1 + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

دوسرے مفروضے سے اعظم صدر فساد (دیکھو دفعہ ۱۹)

$$\text{س}_1 = \frac{\text{ف}}{\text{ے}} - \frac{\text{ف}'}{\text{م ے}} = \frac{1}{\text{ے}}\left[\frac{1}{2}\text{ف}_1 + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2} - \frac{1}{\text{م}}\left\{\frac{1}{2}\text{ف}_1 - \sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2}\right\}\right]$$

یا

$$\text{ے}\,\text{س}_1 = \frac{1}{2}\text{ف}_1\left(1 - \frac{1}{\text{م}}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2}\left(1 + \frac{1}{\text{م}}\right)$$

جہاں $\frac{1}{\text{م}}$ پوائی سن[1] کی نسبت ہے (دفعہ ۱۲)

اگر م = ۴ تو معادل مفرد زور

$$\text{ے}\,\text{س}_1 = \frac{3}{8}\text{ف}_1 + \frac{5}{4}\sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

تیسرے مفروضے سے اعظم جزی زور (دیکھو مساوات (۴) دفعہ ۱۸)

$$\frac{\text{ف} - \text{ف}'}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}\text{ف}_1^2 + \text{ق}^2} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

[1] Poisson

مخلوط زور کی اس خاص صورت کے لیے جو معادل مفروز زور چوتھے مفروضے کے تحت حاصل ہوتا ہے وہ دفعہ ۲۴۲ میں دیا گیا ہے اور ان نظریوں سے نتایج میں جو اختلاف پیدا ہوتا ہے اُس کا بعد کے ابواب میں اکثر ذکر کیا گیا ہے (دیکھو دفعات ۱۱۳، ۱۲۱، ۱۲۲ (ا)، ۱۳۶، ۱۲۷ اور ۱۴۹ تا ۱۵۲)۔

۲۶۔ تمدد کی اہمیت ــــــ دستور یہ ہے کہ مشین یا تعمیر میں ہر حصے کی تراش ایسی رکھی جائے کہ زور لچک کی حد تک نہ پہنچے لیکن ساخت میں ترمیم کر کے یا مختلف عمل استعمال کر کے لچک کی حد کو بڑھایا جا سکتا ہے اور عام طور پر اس طرح کے عمل سے تمدد گھٹ جاتا ہے اور بھوٹک پن اور ارتعاش یا صدمے سے شکستگی کا احتمال بڑھ جاتا ہے۔ متمدد اشیا بھوٹک نہیں ہوتیں اور زیادہ تمدد کے ساتھ عموماً لچک کی حد پست پائی جائیگی۔ کوئی شے متمدد ہو تو یہ ہوگا کہ اگر ناقص کاریگری یا اور کسی وجہ سے ایک شدید مقامی زور پیدا ہوا ہو تو اس مقام پر ایک مقامی تمددی مغلوبیت واقع ہوگی جس سے زور لچک کی حد کے اندر آجائیگا اور یہ بات غیر پیکر پذیر شے میں نہ ہوتی۔ اس طرح بہت سی صورتوں میں تمدد کی خاصیت مضبوطی سے کم اہم نہیں ہوتی۔

بعض انجینیروں کا دستور یہ ہے کہ یہ تخصیص کر دیتے ہیں کہ کسی تعمیر میں استعمال ہونے والے فولاد کی انتہائی تنشی مضبوطی دی ہوئی حدود کے اندر ہو۔ بالائی (۴۰) حد عائد کرنے کی وجہ یہ ہے کہ اعلیٰ تنشی مضبوطی کے ساتھ تمدد کی اور صدمے کے اثرات کی مزاحمت کی طاقت کی کمی پائی جائیگی۔

کسی دھات کے تمدد کا معیار عام طور پر یہ ہے کہ ایک امتحانی ٹکڑے کو تناؤ کے تحت توڑ کر تطول اور تراشی رقبے کے سکڑاؤ کا فی صد دیکھا جائے۔ غالباً فی صدی تطول بہتر معیار ہے کیونکہ بعض اوقات ایسا ہوتا ہے کہ تطول تھوڑا ہوتا ہے اور رقبے کا سکڑاؤ زیادہ ہوتا ہے۔

۲۷۔ فی صدی تطول ــــــ دفعہ ۲۳ میں بیان کیا گیا ہے کہ

نرم فولاد کے ایک ٹکڑے کو تناؤ کے تحت توڑنے میں اعظم بوجھ سے پہلے تقریباً یکساں تطول پیدا ہوتا ہے، اور اس کے بعد شکستگی کی تراش کے پاس ایک مستزاد مقامی تطول پیدا ہوتا ہے (دیکھو شکل ۲۸)۔ ایسی ایک صورت میں ایک انچ ابتدائی قطر اور ۱۰ انچ ابتدائی طول کی ایک سلاخ کے ہر ایک انچ کے فساد حسب ذیل پائے گئے:-

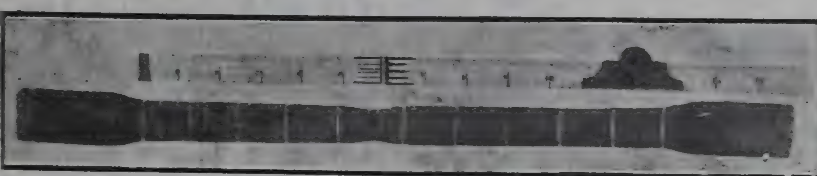
انچ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تطول (انچوں میں)	۰٫۲۰	۰٫۲۱	۰٫۲۲	۰٫۲۵	۰٫۳۰	۰٫۵۲	۰٫۵۲	۰٫۲۸	۰٫۲۷	۰٫۲۳

شکستگی ایک سرے سے تقریباً ۶ انچ کے فاصلے پر واقع ہوتی ہے۔ شکستگی کے پاس کے ۲ انچوں کا تطول لیا جائے جس میں مقامی تطول کا ایک بڑا حصہ شامل ہو تو تطول ۱٫۰۴ انچ یا ۵۲ فی صدی حاصل ہوتا ہے۔ اس سے بڑا طول لیا جائے تو مقامی تطول کا اثر امتیاز یادہ نہیں ہوگا اور فیصدی تطول اس سے کم ہوگا۔ اس طرح شکستگی کو وسط کے ممکنہ قریب لینے سے مختلف طولوں کے تطول حسب ذیل ہونگے:-

طول (انچوں میں)	۲	۴	۶	۸	۱۰
تطول فیصدی	۵۲	۴۰٫۵	۳۵٫۷	۳۳٫۶	۳۱٫۰

اگر طول ل بڑھ کر لَ ہوجائے تو تطول بطور ابتدائی طول کے فی صد کے

$$= \frac{لَ - ل}{ل} \times ۱۰۰$$



شکل ۲۸ - تنشی امتحانی ٹکڑے کا تطول

اوپر کے اعداد سے ظاہر ہے کہ جب کبھی فیصدی تطول بیان کیا جائے

اس کے ساتھ یہ صراحت ضروری ہے کہ اس کو کس طول پر ناپا گیا ہے۔ تطول اکثر ۸ انچ کے طول پر ناپے جاتے ہیں۔ اس سے مختلف تراشی رقبوں کی سلاخوں کے لیے حقیقی تقابلی نتائج حاصل نہیں ہوتے۔ مثلاً اگر ایک ½ انچ قطر کی گول سلاخ میں تراش کا مقامی سکڑاؤ اور طول کا مقامی تطول صرف ۲ انچ طول میں ہو یعنی پورے طول کے چوتھائی حصے میں تو ۱ انچ قطر کی سلاخ میں مقامی اثر غالباً ۱ انچ طول تک محدود ہوگا یعنی پورے طول کے ⅛ تک۔ اس طرح موٹی سلاخ کے مقامی سکڑاؤ سے ۸ انچ کے طول میں فیصدی تطول پتلی سلاخ سے زیادہ ہوگا کیونکہ شدید مقامی فساد کا طول جو موٹی سلاخ (۴۱) میں ۲ انچ ہے پورے طول کی بڑی کسر ہے۔ اعظم بوجھ سے پہلے جو عام تطول پیدا ہوتا ہے وہ سلاخ کے تراشی رقبے پر تقریباً غیر منحصر ہے اور اس سے تمدد کا اچھا اندازہ حاصل ہوتا مگر دقت یہ ہے کہ کمر بننے سے پہلے اس کو ناپنا مشکل ہے۔ شکستگی کے بعد اسکو قابل اطمینان طور پر ناپا نہیں جا سکتا کیونکہ کمر کی طرف دھات کے "بہنے" کی وجہ سے شکستگی کے سکڑاؤ سے انتہائی تطول کچھ فاصلہ تک متاثر ہوتا ہے۔ پھر بھی بعض اوقات اس کو اس طرح محسوب کیا جاتا ہے کہ پورے تطول میں سے شکستگی کے قریب کے ۲ انچ کا مقامی تطول منہا کر کے باقی تطول کو باقی طول کی کسر کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔

پروفیسر اِنون نے[1] دکھایا ہے کہ دو نامساوی تراش کی سلاخوں کے تمدد کا مقابلہ کرنے کا ایک اور ممکن طریقہ یہ ہے کہ جس طول پر تطول ناپا جائے اس کو قطر کے (یا اگر سلاخ گول نہ ہو تو رقبے کے جذر کے) متناسب لیا جائے۔ یا بالفاظ دیگر ایسی سلاخیں استعمال کی جائیں جو ہندسی طور پر مشابہ ہوں۔ یہ طریقہ جرمنی میں مستعمل ہے۔ وہاں "ناپ طول" ل کے، جس پر تطول ناپا جاتا ہے، اور تراش کے رقبے ر کے درمیان حسب ذیل ربط رکھا جاتا ہے:۔

[1] روئداد انسٹیٹیوٹ آف سول انجنیرز جلد ۱۵۵ صفحہ ۱۷۰۔ نیز انجنیئری[1] کے معیاروں کی مجلس کی مطبوعہ نمبر ۵۶ (کراسبی لاک ووڈ[2]) اور گارڈن[3] اور گلیور کا ایک مضمون جو رائل سوسائٹی ایڈنبرا کی روئداد جلد ۴۵ حصہ اول میں شائع ہوا۔

[1] Eng. Standards Assoc [2] Grosby Lockwood [3] Gordon and Gulliver

ل = ۱۱۰۳ √ر

اس ضابطے کی رُو سے اگر سلاخ کا رقبہ نصف مربع انچ (یا سنتی میٹر) ہو تو طول ۸ انچ (یا سنتی میٹر) ہونا چاہیے۔

برطانوی دستور یہ ہے کہ تراش کے رقبے کے بلالحاظ "ناپ طول" ۸ یا ۱۰ انچ لیا جائے۔ اور چونکہ ایسے امتحانی ٹکڑوں کی تیاری میں جن میں طول / تراشی رقبے کا جذر مستقل ہو بہت لاگت آتی ہے اس لیے اس قاعدے کی تجارتی طور پر پابندی نہیں کی گئی۔ پروفیسر اَنوِن نے معلوم کیا ہے کہ طول اور تراشی رقبہ مستقل ہوں اور تراش مستطیلی ہو تو تراش کے اضلاع کے مختلف تناسبوں سے فی صدی تطول متاثر نہیں ہوتا۔

خاص خاص حدود کے اندر مختلف ابعاد سے فی صدی تطول پر جو اثر پڑتا ہے اس کو جبری طور پر یوں بیان کر سکتے ہیں۔

اگر ط = مجموعی تطول اور ل = ناپ طول، تو ط مشتمل ہے دو حصوں پر۔ ایک عام تطول جو ل کے تناسب ہے مثلاً = ب ل اور ایک مقامی تطول ا جو تقریباً ل پر غیر منحصر ہے — یعنی

ط = ا + ب ل

اور فیصدی تطول ۱۰۰ × ط/ل = ۱۰۰ (ا/ل + ب) جو ایک دیے ہوئے تراشی رقبے کے لیے ل کے بڑھنے سے گھٹتی ہے اور ۱۰۰ ب کے قریب آتی ہے۔

مقامی تطول ا تراشی رقبے ر کے جذر کے تقریباً متناسب ہے۔ فرض کرو کہ

ا = ج √ر

اس لیے فی صدی تطول = ۱۰۰ (ج √ر / ل + ب) جو ر کے بڑھنے سے بڑھتا ہے

اور ل کے بڑھنے سے گھٹتا ہے۔

ا اور ب ایک دیے ہوئے مادے کے لیے مستقل ہونگے۔ اگر ایک ہی مادے (۴۲)
کے دو ایسے ٹکڑوں کے لیے، جن کے ابعاد طول یا تراشش یا دونوں کے لحاظ سے مختلف ہوں، فی صدی تطول معلوم ہوں یا ایک ہی ٹکڑے کے دو مختلف طولوں کے تطول معلوم ہوں تو اوپر کے ضابطے کے مستقل ج اور ب معلوم ہو جائینگے۔ لیکن معمولی اشیا میں یکسانیت نہ ہونے کی وجہ سے بہتر یہ ہوگا کہ صرف دو کی بجائے متعدد نتائج حاصل کیے جائیں اور ان کا اوسط نکالا جائے۔ ج اور ب ایک بار معلوم ہو جائیں تو پھر اسی شے کے کسی ابعاد کے ٹکڑے کے تطول کا موٹا اندازہ پہلے سے لگایا جا سکتا ہے۔ اس طریقے سے یہ ممکن ہو جائیگا کہ ایسے ٹکڑوں پر انتہائی تطول کا تجربہ کرکے جو تناسبات کے لحاظ سے کتنے ہی مختلف کیوں نہ ہوں تمددوں کا ایک تقریبی مقابلہ کیا جائے۔ یہ بات ایک مثال کے ذریعے بخوبی سمجھ میں آجائیگی۔

فرض کرو کہ دیا ہوا ہے کہ ایک فولادی جوشارہ تختی کے ایک ٹکڑے میں جس کا تراشی رقبہ ۱٫۳۳۲ مربع انچ ہے ۴ انچ کے طول میں ۲۹٫۵ فیصدی کا تطول پایا جاتا ہے اور اسی تختی کے ایک اور ٹکڑے میں جس کا تراشی رقبہ ۰٫۹۲۵ مربع انچ ہے ۶ انچ کے طول میں ۳۰٫۲ فی صدی کا تطول پایا جاتا ہے۔ اس شے کے ۰٫۵ مربع انچ تراشش کے ٹکڑے میں ۸ انچ کے طول میں اغلب تطول کیا ہوگا۔

اوپر کی مساوات کی رو سے

$$\text{فیصدی تطول} = ۱۰۰ \left(\frac{\text{ج}\sqrt{\text{ر}}}{\text{ل}} + \text{ب} \right)$$

$$\text{پہلے ٹکڑے سے } ۲۹٫۵ = \left(\frac{\text{ج}\sqrt{۱٫۳۳۲}}{۴} + \text{ب} \right) \times ۱۰۰ \quad \ldots\ldots (۱)$$

$$\text{دوسرے ٹکڑے سے } ۳۰٫۲ = \left(\frac{\text{ج}\sqrt{۰٫۹۲۵}}{۶} + \text{ب} \right) \times ۱۰۰ \quad \ldots\ldots (۲)$$

(۱) اور (۲) سے ب = ٫۱۸۴، ج = ٫۷۳۲

اس لیے طول ۸ انچ اور رقبہ ٫۵ مربع انچ کے لیے تطول تقریباً

$$۱۰۰\left(\frac{٫۷۳۲\sqrt{٫۵}}{۸}+٫۱۸۴\right)=۲۴٫۹$$ فی صدی ہوگا۔

انجینیری معیاروں[1] کی مجلس نے امتحانی ٹکڑوں کو مشین کرنے کی لاگت کے بڑھ نہ جانے کے خیال سے اس کی ضرورت نہیں سمجھی کہ تختی کی پٹیوں کے تطول کی پیمایش کے لیے ۸ انچ کے معیاری طول سے انحراف کیا جائے۔ لیکن اس ثابت طول میں بڑے تراشی رقبوں کے استعمال سے تطول بہت زیادہ ہو جا سکتا ہے اس لیے تختی کی ہر موٹائی کے لیے عرض کی ایک اعظم جائز حد مقرر کر دی گئی ہے۔ اس طرح اس ثابت ناپ طول کے لیے رقبہ کی حد بندی کر دی گئی اگرچہ اس کو بالکل ثابت نہیں کر دیا گیا۔

۲۸۔ تراش کا فیصدی سکڑاؤ ـــــــ اگر ایک امتحانی ٹکڑے کی تراش سارے طول میں یکساں ہو اور تطول کے دوران میں سارے طول میں رقبے کا یکساں سکڑاؤ واقع ہوتا رہے جیسا کہ کامل ممتد شے میں ہوگا تو رقبے کا فیصدی سکڑاؤ ابتدائی رقبے کے لحاظ سے وہی ہوگا جو فی صدی تطول پیمایش کے وقت کے آخری طول کے لحاظ سے ہوگا۔ یہ بیان اُسی صورت میں درست ہوگا کہ شے کے "ناپ طول" کا حجم مستقل رہے اور یہ ہمیشہ بہت تقریباً صحیح ہوتا ہے جیسا کہ کثافت کے امتحانات سے ظاہر ہے۔ کیونکہ اگر ل اور لَ ابتدائی اور آخری حجم ہوں اور س اور سَ ابتدائی اور آخری تراشی رقبے ہوں تو چونکہ حجم تقریباً مستقل ہے اس لیے

ل × س = لَ × سَ

یا

لَ / ل = س / سَ

[1] Engineering Standards Association.

(۴۳) طرفین میں سے ا تفریق کرنے سے

$$\frac{ل - لَ}{لَ} = \frac{ر - ر}{ر}$$

یا

$$\frac{لَ - ل}{لَ} = \frac{ر - رَ}{ر}$$

دائیں جانب سے وہ تطول تعبیر ہوتا ہے جو آخری طول سے محسوب کیا گیا ہے اور بائیں جانب سے رقبے کا سکڑاؤ ابتدائی رقبے کے لحاظ سے۔ ان اشیا میں جن میں آخر کار ایک کمر یا گردن بن جائے شکستگی کے مقام پر سکڑاؤ اوپر کی مقدار سے زیادہ ہوگا۔ اوپر کی مقدار کو ممکنہ اقل سکڑاؤ سمجھا جا سکتا ہے سوائے ایک صورت کے جو بہت ہی شاذ ہوگی کہ نمونہ کسی ایسے مقام پر مقامی سختی یا پھوٹک پن کی وجہ سے ٹوٹ جائے، جہاں تراش باقی مقامات سے بڑی ہو اور دوسرے حصے کھنچ جانے کی وجہ سے تراش میں گھٹ گئے ہوں۔

۲۹۔ زور کی حقیقی اور ظاہری حدت ——— آسانی کے لیے دستور یہ ہے کہ کسی شے کی انتہائی مضبوطی کو اتنے پونڈ یا ٹن ابتدائی تراش کے فی مربع انچ کی شکل میں بیان کیا جائے۔ اس کو زور کی ظاہری حدت کہا جا سکتا ہے۔ لیکن متمدد نمونوں میں جن کا تناؤ میں شکستگی کے نقطے تک امتحان کیا جائے طول بڑھنے سے تراش سکڑتی ہے۔ اس طرح زور کی حقیقی حدت ظاہری حدت سے زیادہ ہوگی کیونکہ حقیقی حدت بوجھ کو گھٹی ہوئی تراش کے رقبے سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی۔ اس لیے

$$\frac{\text{زور کی حقیقی حدت}}{\text{زور کی ظاہری حدت}} = \frac{\text{بوجھ} \div \text{حقیقی (گھٹا ہوا) رقبہ}}{\text{بوجھ} \div \text{ابتدائی رقبہ}}$$

$$= \frac{\text{ابتدائی رقبہ}}{\text{حقیقی گھٹا ہوا رقبہ}} = \frac{ر}{رَ} \quad \text{(دفعہ ۲۸)}$$

گزشتہ دفعہ میں دکھایا گیا تھا کہ یہ نسبت $\frac{\text{ر}}{\text{رَ}}$ مساوی ہوگی

$$\frac{\text{حقیقی (بڑھا ہوا) طول}}{\text{ابتدائی طول}}$$

یا

$$\frac{\text{لَ}}{\text{ل}}$$

کے

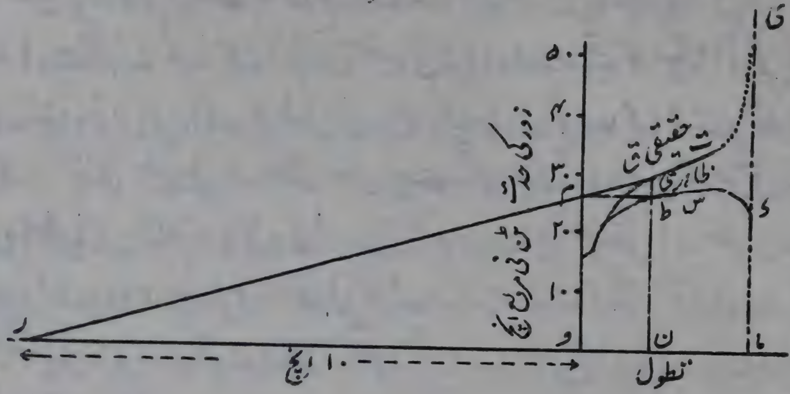
بشرطیکہ تنشی فساد کے تحت حجم مستقل رہے۔ اس ربط کی وجہ سے ایک سادہ ہندسی ساخت حاصل ہوتی ہے جس سے اگر ایک تنشی امتحان کا ظاہری حدت کا منحنی تطول کے لحاظ سے دیا ہوا ہو تو حقیقی حدت کا منحنی کھینچا جا سکتا ہے۔ اگر شکل ۲۹ میں د ن پیمانے پر اس تطول کو تعبیر کرے جو زور کی ظاہری حدت ط ن کے متناظر ہو تو د ن کے متوازی ط م کھینچو جو محور کو م پر ملے۔ د ر کھینچو جو پیمانے پر ابتدائی طول مثلاً ۱۰ انچ کو تعبیر کرے۔ ر م کو ملاؤ اور خارج کر کے ط ن مخروجہ کو ق پر ملنے دو۔ تب ق ن حقیقی حدت کو تعبیر کریگا کیونکہ گزشتہ دفعہ کی اور اوپر کی ترقیم سے

$$\frac{\text{ق ن}}{\text{ر ن}} = \frac{\text{د م}}{\text{د ر}} = \frac{\text{ط ن}}{\text{د ر}}$$

یا

$$\frac{\text{ق ن}}{\text{ط ن}} = \frac{\text{ر ن}}{\text{د ر}} = \frac{\text{لَ}}{\text{ل}} = \frac{\text{ر}}{\text{رَ}} = \frac{\text{حقیقی حدت}}{\text{ظاہری حدت}}$$

منحنی پر کے دوسرے نقاط جو حقیقی حدت کو تعبیر کریں اسی طریقے پر ت تک معلوم کیے جا سکتے ہیں۔ جہاں پر امتحانی ٹکڑے کی تراش مقامی طور پر بدلنا شروع ہوتی ہے اور سلاخ کے سارے طول میں یکساں نہیں رہتی۔ اس نقطے سے آگے یہ ساخت کام نہیں دیتی کیونکہ مفروضہ حالات باقی نہیں رہتے۔ منحنی کے دوسرے نقاط (۴۴) اس طرح معلوم کیے جا سکتے ہیں کہ امتحان کے دوران میں تراش کو خاص طور پر ناپتے جائیں۔ آخری نقطہ ی اس طرح معلوم ہو سکتا ہے کہ شکستی بوجھ کو شکستگی پر کی تراش سے تقسیم کریں اور اس کو پیمانے پر تعبیر کرنے کے لیے م ی کھینچیں۔



شکل ۲۹

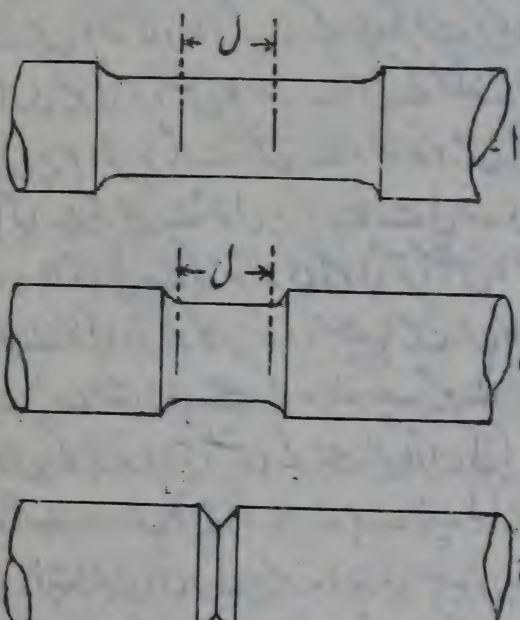
۳۰۔ انتہائی مضبوطی وغیرہ پر امتحانی ٹکڑے کی شکل کا اثر

اثر ـــــ تنشی امتحان کے ٹکڑوں کو عموماً اُس طول سے کچھ زیادہ حصہ متوازی رکھا جاتا ہے جس پر تطول ناپنا مقصود ہے اور سرے بڑی تراش کے رکھے جاتے ہیں تاکہ تناؤ عائد کرنے کے لیے گرفت اچھی مل سکے۔ درمیان میں جو متوازی چھوٹی تراش کا حصہ ہے اُس کے مختلف طولوں پر تطول ناپنے کا فیصدی تطول پر جو اثر پڑتا ہے اُس سے دفعہ ۲۷ میں بحث کی جاچکی ہے، وہاں یہ بتایا گیا ہے کہ چھوٹے طول پر ناپنے سے فی صدی تطول زیادہ حاصل ہوتا ہے۔ اب یہ بتانا باقی ہے کہ متوازی چھوٹی تراش کا جو حصہ ہے خود اس کے طول کو کم کرنے کا کیا اثر ہوگا۔ متعدد اشیا میں اس کا اثر اس کے بالکل برعکس ہے جو ایک بڑے متوازی حصے کے صرف ایک چھوٹے حصے پر غور کرنے سے ہوتا ہے۔ سروں کے جو بڑی تراش کے حصے ہیں اُن کی باہمی قربت سے مقامی کھنچاؤ کم ہوجاتا ہے اور اس طرح ایک دیے ہوئے ناپ طول کے لیے تطول اور سکڑاؤ کم ہوجاتے ہیں۔ ابتدائی تراشی رقبے پر محسوبہ انتہائی مضبوطی بڑھ جاتی ہے اور نقطہ مغلوبیت کا زور بھی زیادہ حاصل ہوتا ہے۔ اِن اثرات کی وجہ یہ ہے کہ دھات جو جزوی طور پر بیکر پذیر ہے اُس میں قریب کی بڑی تراش سے "بہاؤ" پیدا ہوتا ہے جو کمر کے

مقامی شدید زور کو کم کرتا ہے خاص کر تطول کے آخری مراحل میں۔ چنانچہ شکل ۳۰ میں ٹکڑے ا سے ٹکڑے ب میں انتہائی مضبوطی زیادہ اور رقبے کا سکڑاؤ کم پایا جائیگا۔ نیز دونوں میں ایک ہی طول ل پر غور کیا جائے تو ب میں ا سے تطول کم ہوگا۔ انتہائی مضبوطی اور نقطۂ مغلوبیت کے اضافے کی وجہ یہ بھی ہو سکتی ہے کہ متمدد اشیا میں تمام تر یا جزوی طور پر جزّ کی وجہ سے جو شکستگی اور مغلوبیت (دیکھو دفعات ۲۵ اور ۲۷) امتحانی ٹکڑے کے محور سے ترچھے مستویوں پر واقع ہوگی اُس کی مزاحمت کرنے والا تراشی رقبہ ب اور ج میں ا سے زیادہ ہوگا[۱] (شکل ۳۰)۔

ان اثرات کی وجہ سے انجنیری کے معیاروں کی مجلس نے سلاخوں اور
ڈنڈوں میں امتحانی ٹکڑوں کے متوازی حصے کے طول کے لیے اقل حد قطر کا
۹ گنا رکھی ہے اور تطول ناپنے کے لیے قطر کا کم از کم ۸ گنا طول لینا چاہیے۔ (۴۵)

تراش کی اچانک تبدیلیاں — اگر متوازی حصے کا طول اتنا کم ہو کہ تبدیلی بالکل اچانک ہو تو بہت ہی پیکر پذیر اشیا کو چھوڑ کر باقی سب اشیا میں اچانک تبدیلی کی تراش پر زور ناہموار طور پر تقسیم ہوگا اور متداخل زاویے پر مرتکز ہوگا۔ اس کا نتیجہ یہ ہوگا کہ ناکارگی ایک پست تر اوسط زور پر واقع ہوگی، اور اس طرح شے کی انتہائی مضبوطی کی قیمت کم حاصل ہوگی۔



شکل ۳۰

[۱] دیکھو روئداد رائل سوسائٹی جلد ۹۴ صفحہ ۲۴۳۔

اس کی انتہائی صورتیں مستطیلی تراشش کے گھٹنے دار نمونے، خانہ نما نالی کے نمونے (ج شکل ۳۰) اور مدور تراشوں کی تیز کنارے دار ہنسلیاں ہیں۔ تراش کی اچانک تبدیلی سے انتہائی شکستی بوجھ کی قیمت میں جو کمی واقع ہوتی ہے یہ کمی بھوٹک اور غیر متمدد اشیا میں بہت زیادہ ہوگی مثلاً ڈھلے لوہے یا سخت فولاد میں۔ اور پذیر اشیا میں شدید زور کے مقام پر مادے کا جو مقامی بہاؤ واقع ہوگا اس سے زور کی تقسیم زیادہ یکساں ہوجائیگی اور اس طرح اچانک تبدیلی کا اثر کم ہوجائیگا۔ مائع کے بہاؤ کے خطوط کی مماثلت کی روشنی میں زور کی تقسیم کو تجربتہً معلوم کرنے کی مسٹر گلیور[1] نے کوشش کی ہے[2]۔

۳۱۔ مختلف دھاتوں کا تنشی استحکام اور دیگر خواص۔

ایک تمثیلی متمدد دھات کی روش دفعہ ۲۳ میں پورے طور پر بیان کی جاچکی ہے۔ فولاد کی دو قسموں اور ایک عمدہ قسم کے بٹوال لوہے کے "زور فساد" منحنی شکل ۳۱ میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ سب دھات کے گولی ٹکڑوں کے لیے ہیں جن کا قطر ا انچ ہے اور تطول ۸ انچ کے طول پر ناپے گئے ہیں۔ تطول کے لچکدار حصے کو تعبیر کرنے والا خط مستقیم ما بعد کے فسادوں سے ۵۰ گنے پیمانے پر کھینچا گیا ہے۔

(۴۶) ڈھلا لوہا ایک بھوٹک شے ہے، یعنی بہت تھوڑے تطول اور عرضی[3] سکڑاؤ پر اور تھوڑے سے زور پر ٹوٹ جاتا ہے۔ عمدہ ڈھلے لوہے کے ایک نمونے کے لیے "زور فساد" منحنی بڑے پیمانے پر شکل ۳۱ میں دکھایا گیا ہے۔ انتہائی مضبوطی یا تنشی استحکام ۸ ٹن فی مربع انچ سے کچھ ہی زیادہ ہے، اور اس وقت فساد ۱/۱۰۰ سے ذرا زیادہ ہے۔ ڈھلے لوہے کے منحنی کا شاید ہی کوئی حصہ مستقیم ہوگا۔ زور کے فی ٹن اضافے سے تطول کا جو اضافہ ہوتا ہے وہ اعلیٰ زوروں پر زیادہ ہوتا ہے۔

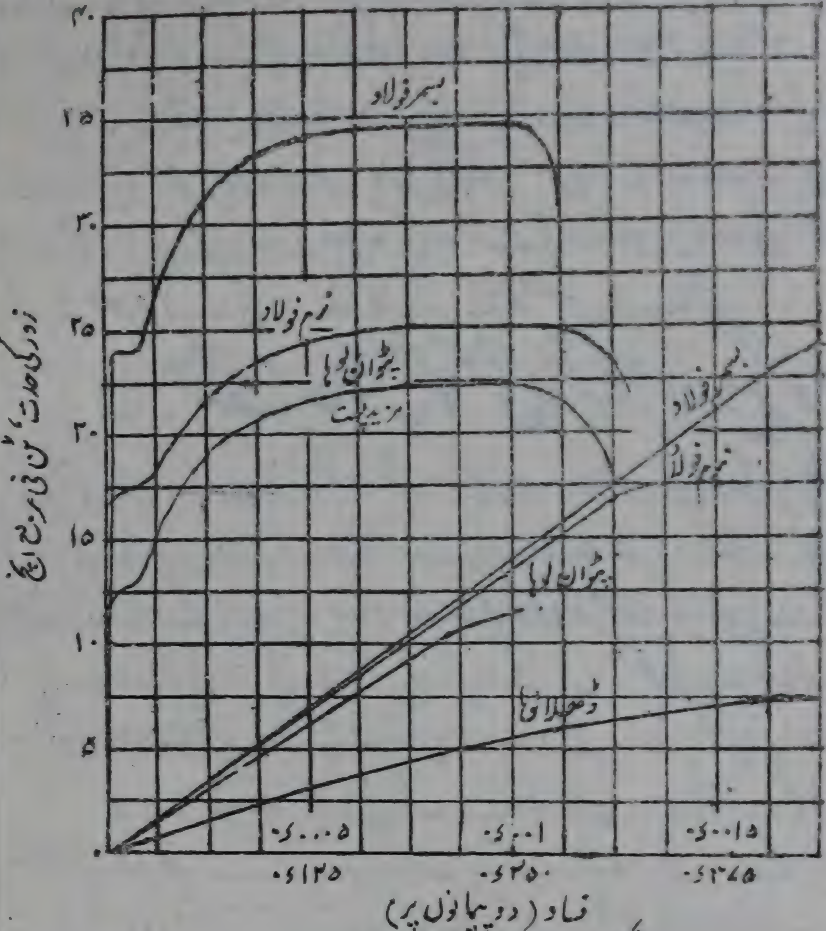
---

[1] Mr. Gulliver

[2] روئداد رائل سوسائٹی ایڈنبرا جلد ۳۰ صفحہ ۳۸۔ نیز مضمون "زور کے خطوط اور بہاؤ کے میدے خطوط" رسالہ انجنیئرنگ ۱۱ مارچ سنہ ۱۹۱۰ء۔

[3] Lateral

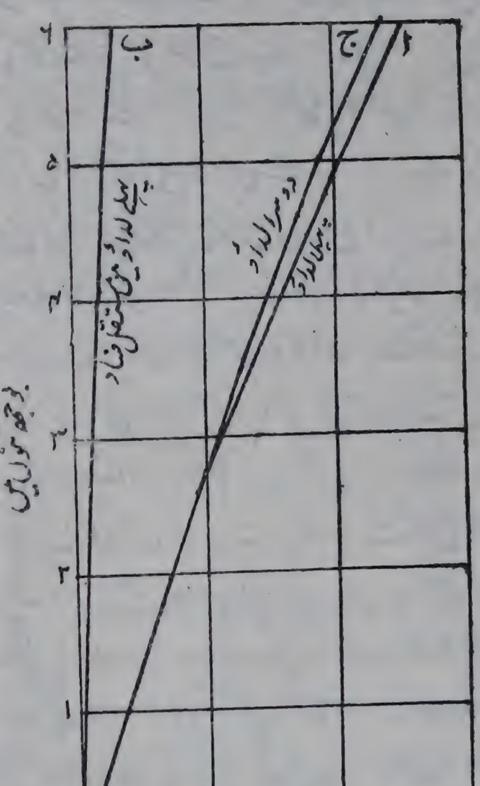
دیکھو چونکہ راست یا کھنچاؤ کی لچک کا مقیاس اس منحنی کے ڈھال کے متناسب ہوتا ہے اس لیے مختلف زوروں پر مختلف ہوگا مثلاً پہلے ۱۰ ٹن فی مربع انچ زور پر



شکل ۳۱ ۔ تننشی "زور فساد" منحنی

اس کی کچھ قیمت ہوگی اور پوری وسعت میں ناپا جائے تو اس سے مختلف ہوگی۔ پہلی صورت میں اس کی قیمت تقریباً ۶۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہوگی اور دوسری صورت میں تقریباً ۴۰۰۰ ٹن فی مربع انچ۔ بڑی قیمت زیادہ صحیح ہے کیونکہ پیمائش لچک کی حد کے اندر کرنی چاہیے۔ ڈھلے لوہے کے لیے لچک کی حد بہت پست ہے۔ یہاں تک کہ یہ صفر ہو سکتی ہے کیونکہ بہت خفیف زوروں پر بھی مستقل فساد مشاہدہ کیے جا سکتے ہیں۔ کسی زور سے مثلاً تناؤ سے جو مستقل فساد

پیدا ہوتا ہے اُس کا ایک حصہ اس وجہ سے ہو سکتا ہے کہ مائع حالت سے ٹھنڈے ہوتے وقت دھات کے اندر جو زور رہ گئے ہونگے اُن پر غالب آنا پڑا ہوگا ۔ تناؤ کی (۴۷) ایک خاص مقدار لگانے سے زور کی یہ حالت دُور ہو جائیگی اور اگر نمونہ پر دوبارہ بتدریج بوجھ ڈالا جائے تو اب مستقل فساد پہلے لداؤ کے مقابلے میں بہت کم ہوگا ۔ شکل ۳۲ میں ڈھلے لوہے کے ایک ٹکڑے کے لیے "بوجھ تطول" منحنی دکھائے گئے ہیں جس کا قطر ۳/۴ انچ اور طول ۱۰ انچ ہے ' اور پہلے لداؤ سے پیدا ہونے والے مستقل فساد بھی دکھائے گئے ہیں ۔ اگر ہر لداؤ سے جو مستقل فساد پیدا ہوتے ہیں اُن کے تطول میں سے منہا کر دیا جائے تو باقی تطول جن کو لچکدار تطول کہا جاتا ہے ہر صورت میں ایک ہی ہونگے ۔ اگر راست لچک کا مقیاس ان تحویل شدہ تطولوں سے محسوب کیا جائے تو ظاہر ہے کہ اُس کی قیمت پورا تطول لے کر محسوب کرنے کے مقابلے میں زیادہ ہوگی ۔ لیکن کسی صورت میں بھی "بوجھ تطول منحنی" ایک خطِ مستقیم نہیں ہوتا ۔ اس لیے



شکل ۳۲ ۔ ڈھلے لوہے کا کھنچاؤ

مقیاس زور کی مختلف وسعتوں کے لیے مختلف ہوگا مثلاً پہلے ۲ ٹن کی وسعت کے لیے

۵ ٹن کی وسعت سے مختلف ہوگا۔

تناؤ میں ڈھلے لوہے کی انتہائی مضبوطی عموماً ۷ سے ۱۰ ٹن فی مربع انچ تک ہوتی ہے۔ فشار میں اس کی قیمت اکثر ۵۰ ٹن فی مربع انچ ہوتی ہے۔ نتائج ایک ڈھلوال Casting کے مختلف حصوں کے امتحانی ٹکڑوں کے لیے مختلف ہوتے ہیں اور خواص بڑی حد تک ٹھنڈا ہونے کی شرح پر بھی منحصر ہوتے ہیں۔ مثلاً ایک ڈھلی سلاخ کا کھردری حالت میں کھال سمیت امتحان کیا جائے تو نتائج اُن سے مختلف ہونگے جو اُسی ہی ایک سلاخ کے بیرون کو مشین کرنے کے بعد حاصل ہونگے۔ پہلی سلاخ سے انتہائی مضبوطی زیادہ حاصل ہوگی۔

چونکہ ڈھلے لوہے میں تخلخل کا اور ٹھنڈا ہوتے وقت اندر زور رہ جانے کا اور دیگر باتوں کا احتمال ہے اس لیے ڈھلے لوہے میں عملی مضبوطی عموماً تناؤ میں ۱ ٹن فی مربع انچ اور فشار میں ۸ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ جائز نہیں رکھی جاتی۔

پٹواں لوھا۔۔ پٹواں لوہا ایک تبلی متمدد دھات ہے۔ اس میں ۹۹ فی صدی سے زیادہ خالص لوہا اور صرف تقریباً ۱ فی صدی کاربن ہوتا ہے۔ یہ گھل ملانے کی بھٹی سے اسفنجی یا لئی کی سی حالت میں آتا ہے (مائع نہیں) اور بعد میں اس کو جو پیٹا اور بیلا جاتا ہے اس سے خبث بالکل دفع نہیں ہوجاتا اور تکمیل یافتہ حالت میں بھی اس کے پرت دیکھے جاسکتے ہیں۔ شکستہ نمونوں سے اس کی (۴۸) ساخت ریشہ دار یا طبق دار پائی جاتی ہے۔ یہ بات بیلنے اور کمانے سے پیدا ہوتی ہے لیکن دھات بذات خود اگر خردبین سے دیکھی جائے تو قلمدار ساخت کی ہوتی ہے (دیکھو دفعہ ۲۴)۔ تنشی استحکام اور تمدد دونوں ریشوں کی سمت میں علی القوائم سمت سے زیادہ ہوتے ہیں۔ میکانی خواص مختلف اوصاف کی پیداوار میں مختلف ہوتے ہیں۔ عمدہ وصف کی پیداوار کے خواص شکل ۳۱ میں دکھائے گئے ہیں۔ ادنیٰ وصف کی پیداوار میں انتہائی مضبوطی اور تطول کم ہوتے ہیں (دیکھو باب کے ختم پر کی جدول)۔

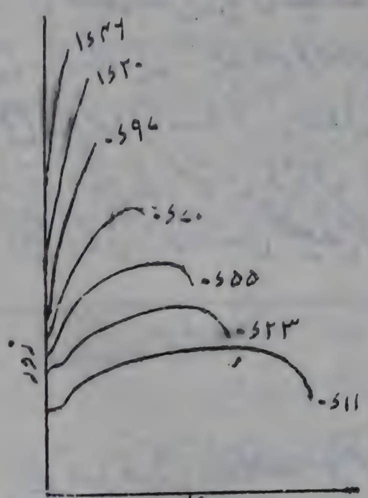
پٹواں لوہے کی ترکیب مختلف اوصاف میں مختلف ہوتی ہے۔ مناسب یہ ہے کہ فاسفورس کو ½ فیصدی اور گندھک کو ۰.۵ فیصدی سے کم رکھا جائے۔

فاسفورس سرد دھات کو پھوٹک بناتی ہے اور گندھک سُرخ حرارت پر پھوٹک پن پیدا کرتی ہے۔

فولاد ـــ فولاد کا لفظ پہلے لوہے کے اُن مختلف اقسام کے لیے بولا جاتا تھا جو سرخ حرارت سے تیزی سے ٹھنڈی کی جائیں تو سخت ہو جاتی تھیں۔ ان میں ½ فی صدی سے زیادہ کاربن لوہے کے ساتھ کیمیائی طور پر ملا ہُوا ہوتا تھا۔ ان فولادوں کا تنشی استحکام اور تمدد اتنا قابلِ لحاظ نہیں جتنا نرم قسموں کا۔ زیادہ کاربن کے فولاد متمدد نہیں ہوتے لیکن اُن کی تنشی مضبوطی زیادہ ہوتی ہے۔

اب بسمر[1]، سی منز[2]، اور دوسرے عملوں کے ذریعے بہت زیادہ متمدد فولاد تیار کیے جاتے ہیں جن کی تنشی مضبوطی کم ہوتی ہے۔ ان کو نرم فولاد کہا جاتا ہے۔ بہت سے کاموں میں پٹواں لوہے کی جگہ نرم فولادوں نے لی ہے کیونکہ یہ زیادہ مضبوط، زیادہ یکساں اور زیادہ متمدد ہوتے ہیں۔ پٹواں لوہے کو ڈھالا نہیں جا سکتا لیکن ان کو ڈھالا جا سکتا ہے۔ اور جب سلائیں وغیرہ بنانے کی ضرورت ہوتی ہے تو پہلے ان کو کندوں میں ڈھالا جاتا ہے اور پھر بیلا جاتا ہے۔

چونکہ کندے مائع حالت سے حاصل کیے جاتے ہیں اس لیے بعد میں بیلنے اور گھڑنے سے ریشہ پیدا نہیں ہوتا اور دھات پٹواں لوہے سے زیادہ متجانس ہوتی ہے اور اکثر اس میں تھوڑا کاربن موجود ہوتا ہے۔ لیکن یہ تپا جوڑنے میں اتنی قابلِ اعتماد نہیں اس لیے تپا جوڑ جہاں ضروری ہو وہاں عمدہ پٹواں لوہا استعمال کیا جاتا ہے۔ ان فولادوں میں ½ فی صدی سے



شکل ۳۲ - فولاد پر کاربن کا اثر

---

[1] Bessemer [2] Siemens.

کم کاربن ہوتا ہے اور کاربن کی مقدار اس پر منحصر رکھی جاتی ہے کہ فولاد کس غرض کے لیے مطلوب ہے۔ مثلاً فولادی پٹریوں میں ۳، سے ۴، فی صدی تک، تعمیری فولاد میں تقریباً ۲۵، فی صدی، اور ریوٹوں کے فولاد میں تقریباً ۱، فی صدی رکھا جاتا ہے۔ فولاد کے میکانی خواص پر کاربن کا بہت نمایاں اثر ہوتا ہے اور اس کو شکل ۳۲ میں دکھایا گیا ہے جو پروفیسر گڈمین[1] کی اشکال سے لی گئی ہے۔ دیگر اجزا خواہ خفیف مقدار ہی میں کیوں نہ ہوں، فولاد کے خواص پر اثر کرتے ہیں اور کیمیائی ترکیب سے قطع نظر دھات پر جو میکانی اور حرارتی اعمال کیے جاتے ہیں وہ بھی جیسا کہ آگے چل کر معلوم ہوگا، مضبوطی اور تمدد میں بڑی حد تک ترمیم کرتے ہیں۔ "خصوصی" انجنیری فولاد اب کثرت سے استعمال ہوتے ہیں جن میں نکل[2]، کرومیم اور وینے ڈیم ہوتی ہیں اور جن میں اعلیٰ تنشی مضبوطی اور اس کے ساتھ خاصا تمدد بھی ہوتا ہے۔ (۴۹)

فولاد میں تعمیر، جہاز سازی، مشین سازی، اور دیگر اغراض کے لیے جن اوصاف کی ضرورت ہوتی ہے وہ برطانوی معیاروں کی مجلس کی قرارداد معیاری تخصیصات میں بیان کیے گئے ہیں اور یہ تخصیصات مجلس مذکور کے لیے شائع کیے گئے ہیں[3]۔ چند عام فولادوں کے تنشی امتحانات اور ان کی ترکیب کے متعلق اہم ضروریات ذیل کی جدول میں دی گئی ہیں۔ تمام مضبوطیاں اور تطول معیاری ابعاد کے امتحانی ٹکڑوں سے ناپے جانے چاہییں (دیکھو مکمل تخصیصات) اور دیگر میکانی امتحانات کی تخصیص کر دی جاتی ہے۔

---

[1] Prof. Goodman

[2] دیکھو ہیڈ فیلڈ Hadfield کا مضمون "لوہے اور نکل کی طلواں دھاتیں" (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجنیرز جلد ۱۳۸)؛ نیز مضمون "کروم وینے ڈیم فولاد" (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانیکل انجنیرز دسمبر ۱۹۰۴ء)۔ اور ایک مضمون "مینگنیزی فولاد" (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجنیرز جلد ۹۳)۔

[3] کراسبی، لاک وڈ اینڈ سنز۔

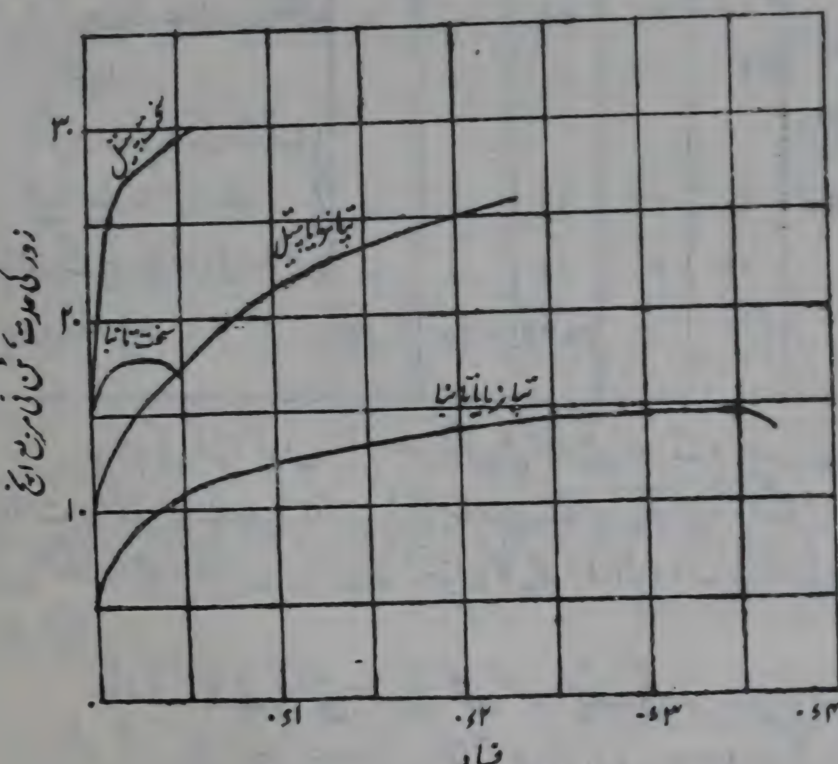
شے اور اس کا استعمال	ترکیب: گندھک کا اعظم فی صد	ترکیب: فاسفورس کا اعظم فی صد	تنشی استحکام ٹن فی مربع انچ: اقل	تنشی استحکام ٹن فی مربع انچ: اعظم	اقل تطول (فی صد) ۸ انچ میں	کیفیت
تعمیری فولاد، بلوں، عام تعمیروں، تختیوں، زاویوں، وغیرہ کے لیے	۰۶ء	i ۰۶ء ii ۰۷ء	۲۸	۳۳	۲۰	i کھلے چولھے کے عمل سے
اُوپر کی تعمیروں کے لیے ریوٹوں کی سلاخیں	-	-	۲۵	۳۰	۲۵	
جہاز کی تختیاں	-	-	۲۸	۳۲	۲۰ iii	ii بیسمر
زاویے، گرہ دار زاویے، نالی دار تراشیں، وغیرہ، جہاز سازی کے لیے	-	-	۲۸	۳۳	۲۰	iii ۳/۸ انچ سے کم کے لیے ۱۶ فیصدی
جہازوں کے لیے ریوٹوں کی سلاخیں	-	-	۲۵	۳۰	۲۵	
ریلوں کے دُھرے	۳۵ء	۳۵ء	۳۵ تا ۴۰	-	۲۵ ۲۰	

فولاد کی گھڑائیوں اور ڈھلوانوں کی مضبوطی اور تمدد بہت سے حالات پر منحصر ہوتے ہیں، اور یہ بڑی جسامت کے ہوں تو ان کے مختلف حصوں میں مختلف ہوتے ہیں۔ ان کی قیمتوں کا کچھ اندازہ باب کے آخر کی جدول سے ہوگا۔

تانبا۔ تانبے کی تنشی مضبوطی، تمدد، اور لچک کی حد میکانی عمل مثلاً سرد پیٹنے یا گرم بیلنے سے بڑی حد تک متاثر ہوتے ہیں۔ یہ دھات اگرچہ بعض حالتوں میں بہت متمدد ہوتی ہے لیکن اس میں کسی ایسے نقطۂ مغلوبیت کا پتا نہیں چلتا جس پر مغلوبیت دفعتہً واقع ہو جیسا کہ لوہے اور فولاد کی صورت میں ہوتا ہے۔ زور اور فساد کے درمیان تناسبیت سے انحراف بتدریج واقع ہوتا ہے (دیکھو شکل ۳۴)۔

تانبے کی ملواں دھاتیں۔ پیتل — پیتل، تانبے اور جست کی ملدھات کا نام ہے۔ میکانی خواص ترکیب اور عمل پر بڑی حد تک منحصر ہوتے ہیں (دیکھو شکل ۳۴)۔ بہت سے پیتل تناؤ میں بہت مستحکم اور تانبے سے زیادہ سخت ہوتے ہیں اور ڈھلائی میں بہتر ہوتے ہیں لیکن اتنے متمدد نہیں ہوتے۔ بعض ملواں دھاتیں جو بہت مضبوط ہوتی ہیں مثلاً ڈلٹا دھات[1] ان میں تھوڑا سا لوہا شامل ہوتا ہے۔ ان کا تنشی استحکام نرم فولاد سے کم نہیں ہوتا۔

کانسی — عام طور پر کانسیاں زیادہ تر تانبے اور ٹن کی ملواں دھاتیں ہوتی ہیں۔



شکل ۳۴

[1] دیکھو ملواں دھاتوں کی تحقیقاتی کمیٹی کی مختلف رپورٹیں (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانیکل انجنیرز ۱۸۹۱ء تا ۱۹۱۰ء)۔

توپ دھات تقریباً ۹۰ فی صدی تانبے اور ۱۰ فی صدی ٹن کے ملواں دھات ہوتی ہے۔ یہ مضبوط ڈھلوانوں (Castings) کے لیے بہت کثرت سے استعمال ہوتی ہے کیونکہ کڑی ہوتی ہے اور اس کی تننشی مضبوطی بلند ہوتی ہے۔

فاسفر کانسی تانبے اور ٹن کی ایک ملدھات ہے جس میں فاسفورس کی تھوڑی مقدار شامل ہوتی ہے۔ اس کا تننشی استحکام بلند ہوتا ہے لیکن توڑق اور تمدد مطلوب ہوں تو ٹن ۵ فی صدی سے اور فاسفورس ۱ء فی صدی سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔ سخت ڈھلوانوں کے لیے ٹن کو ۱۰ فیصدی تک اور فاسفورس کو ۱ فی صدی تک بڑھایا جا سکتا ہے اور اس سے کچھ زیادہ پھوٹک پن نہیں پیدا ہوگا۔

مینگنیز کانسی میں بالعموم ٹن اور مینگنیز کے علاوہ جست بھی ہوتا ہے۔ یہ تناؤ میں مستحکم، متمدد اور سخت ہوتی ہے اور تاکل کی سخت مزاحمت کرتی ہے۔

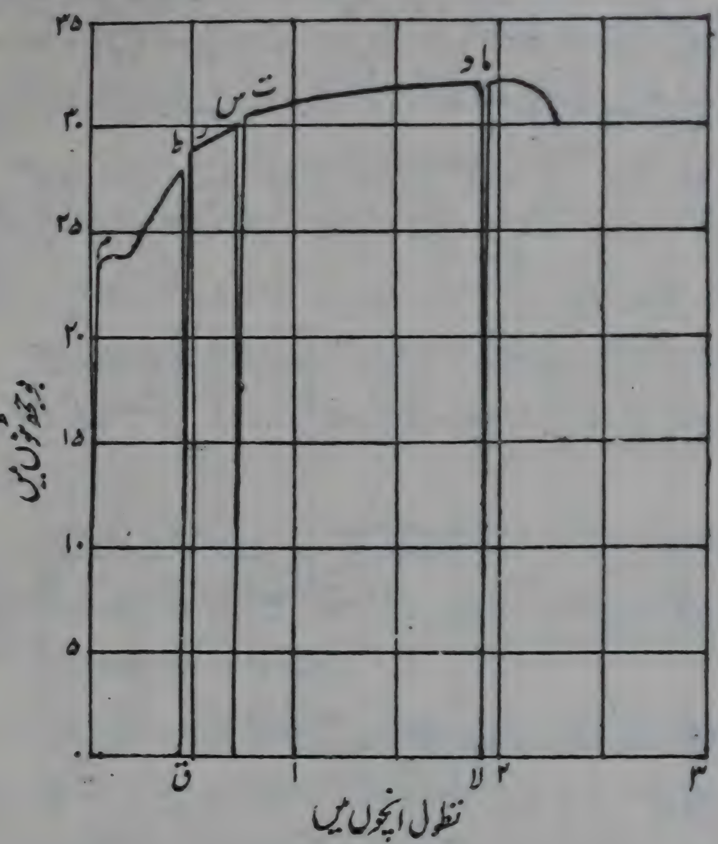
سلیکن کانسی — کانسی میں تھوڑا سا سلیکن ملا دینے سے اس کی مضبوطی اور تمدد میں اضافہ ہو جاتا ہے اور برقی موصلیت میں کمی نہیں ہوتی جیسی کہ فاسفورس ملانے سے ہوتی ہے۔

ایلومینیم کانسی میں بالعموم ٹن نہیں ہوتا بلکہ تانبا اور ایلومینیم ہوتا ہے۔ ایلومینیم بالعموم ۱۰ فی صدی سے زیادہ نہیں ہوتا۔ ایلومینیم اس سے زیادہ کرنے سے تننشی استحکام بڑھتا ہے اور پھوٹک پن پیدا نہیں ہوتا۔ ۱۰ فیصدی والی ملدھات کی مضبوطی بڑی ہوتی ہے (۴۰ تا ۴۵ ٹن فی مربع انچ) اور تمدد بھی خاصا ہوتا ہے۔ (۵۱)

ایلومینیم — ایلومینیم اپنے ہلکے پن کی وجہ سے ایک اہم دھات ہے۔ اس کی کثافتِ اضافی ڈھلے ہونے کی صورت میں صرف ۲ء۶ اور بیلے ہونے کی صورت میں صرف ۲ء۷۵۔ ڈھلے ہونے کی صورت میں اس کی

ا؎ دیکھو ملواں دھاتوں کی کمیٹی کی آٹھویں رپورٹ (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجنیرز جنوری ۱۹۰۷ء) اور نویں رپورٹ (جنوری ۱۹۱۰ء)۔

تنشی مضبوطی مقابلۃً پست یعنی ۵ تا ۶ ٹن فی مربع انچ ہوتی ہے لیکن بیلنے یا تار کشی سے بڑھ جاتی ہے۔ لچک کی حد پست ہے اور مقابلۃً پست تنشی بوجھوں سے



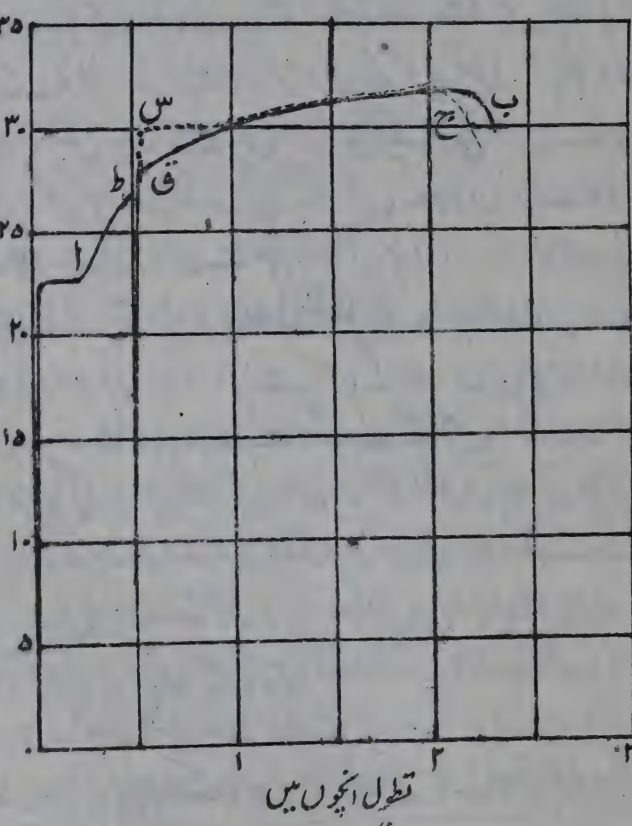
شکل ۳۵

آہستہ "رینگنا" شروع ہو جاتا ہے (دیکھو دفعہ ۲۳)۔ عموماً انتہائی مضبوطی کے نام سے جو زور موسوم ہیں اُن سے بہت پست زور کو اگر دیر تک لگا رکھا جائے تو شکستگی واقع ہو جاتی ہے۔

ملواں دھاتیں۔ تنشی استحکام اور سختی بڑھانے کے لیے ایلومینیم کے ساتھ تانبا، ٹن اور جست ملائے جاتے ہیں۔

۳۲۔ تنشی لچک کی حد اور نقطۂ مغلوبیت کو بڑھانا۔

بیش فسادی ـــــ اگر فولاد یا کسی اور متمدد شے کا ایک ٹکڑا "بیش فساد" ہو یعنی ایسے بوجھ سے فساد کے تحت ہو جو نقطہ مغلوبیت (دفعہ ۲۳) سے متجاوز ہونے کے لیے کافی ہے تو بعد میں اسی ٹکڑے کا پھر امتحان کرنے سے یہ پایا جائیگا اب نقطہ مغلوبیت پہلے سے اونچا ہے اور لچک کی حد اور زور اور فساد کی متناسبیت کی حد کم ہو گئی ہے۔ مثلاً شکل ۳۵ میں بسمر فولاد کی سلاخ کے ایک ٹکڑے کا (۵۲) "بوجھ تطول" نقشہ دکھایا گیا ہے جس کا ابتدائی قطر ۱ انچ تھا اور تطول ایسے طول پر ناپے گئے جو ابتدا میں ۱۰ انچ تھا۔ لداؤ میں تین بار خلل ڈالا گیا یعنی بوجھ لگا کر بہت تیزی سے نکال لیا گیا اور پھر بتدریج صفر سے بڑھایا گیا۔ بوجھ پہلی بار نقطہ ط پر نکالا گیا۔ پھر چند منٹ کے اندر دوبارہ لادنے سے خط ق ر حاصل ہوا جو مغلوبیت کے نئے نقطہ ر تک دھات کے جزوی لچکدار طرزِ عمل کو ظاہر کرتا ہے۔



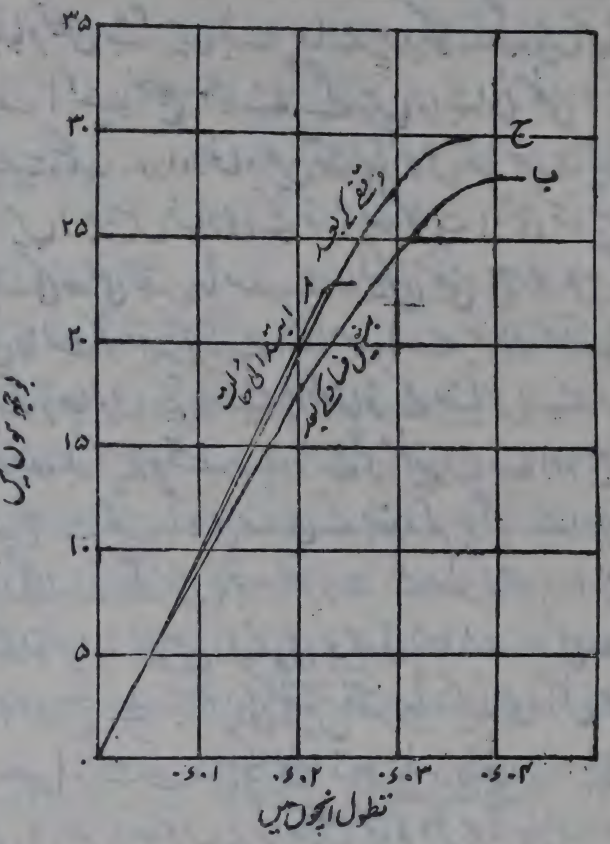
شکل ۳۶

یہ نقطہ رسائی کے نقطہ ط کے بوجھ سے تقریباً ۱ ٹن زیادہ ہے اور سابق کے نقطۂ مغلوبیت م سے بہت زیادہ ہے۔ بعد میں اَور دو نقاط س اور و پر خلل ڈالنے سے نئے اور بلند تر نقاطِ مغلوبیت ت اور ا حاصل ہونگے۔ بوجھ نکال کر پھر لگانے کے لیے ممکنہ طور پر کم وقفہ لیا گیا۔

وقت کا اثر۔ اگر کسی شے کو ایک بار فساد کے تحت آنے کے بعد پھر دوبارہ لادے جانے سے پہلے تھوڑی دیر آرام کرنے دیا جائے تو اس میں زیادہ سختی کے متعلقہ خواص پیدا ہو جاتے ہیں بہ نسبت اس کے کہ فوراً لاد دیا جائے۔ اس کا نقطۂ مغلوبیت بڑھ جاتا ہے اور شکستگی پر کا تطول گھٹ جاتا ہے۔ انتہائی بوجھ بھی بڑھ سکتا ہے خاص کر اگر سابق کا بوجھ انتہائی مضبوطی سے بہت کم نہیں تھا۔ لچک کی حد بھی بڑھ کر تقریباً نئے نقطۂ مغلوبیت تک پہنچ جاتی ہے۔ یہ باتیں اشکال ۳۶، ۳۷ اور ۳۰ میں دکھائی گئی ہیں۔ (۵۳)
شکل ۳۶ میں فولاد کے ایسے دو ٹکڑوں کے "بوجھ تطول" منحنی دکھائے گئے ہیں جو تقریباً بالکل ایک جیسے ہیں اور اسی ایک انچ سلاخ سے کاٹے گئے ہیں لیکن ان پر عمل کسی قدر مختلف کیے گئے ہیں۔ دونوں ٹکڑے ۲۷ ٹن تک نقطۂ ی تک لادے گئے۔ اس سے منحنی ا حاصل ہوا۔ اس کے بعد زور ہٹا لیا گیا۔ پھر پہلے پر فوراً ہی دوبارہ بتدریج بوجھ نقطۂ شکستگی تک ڈالا گیا۔ اس سے نقطۂ مغلوبیت ق حاصل ہوا جو ۲۸ ٹن سے ذرا کم ہے۔ اس کے بعد اس میں جو فسادات واقع ہوئے وہ بھرے ہوئے خط کے منحنی ب سے دکھائے گئے ہیں۔ دوسرے ٹکڑے کو ۲۴ گھنٹے کا آرام دیا گیا اور پھر لادا گیا۔ اس میں نقطۂ مغلوبیت س حاصل ہوا جو تقریباً ۳۰ ٹن ہے۔ اس کے بعد کے فسادات نقطہ دار منحنی ج سے دکھائے گئے ہیں۔ انتہائی تطول اس ٹکڑے میں زیادہ تھا جس کو زیادہ وقفہ نہیں دیا گیا جس میں وہ سخت ہوتا دونوں کی شکستگیاں ایسی تھیں جیسی مختلف تمدد کی دھاتوں کی ہوتی ہیں (دیکھو دفعہ ۳۷)۔ نقطۂ مغلوبیت کا وقفے کی وجہ سے بلند ہو جانا اس وقت اَور بھی نمایاں ہوتا ہے جب کہ بوجھ کو ہٹا لینے کی بجائے ویسا ہی رہنے دیا جائے[۱]۔

---

[۱] دیکھو ایونگ (Ewing) کا مضمون (روئداد رائل سوسائٹی سنہ ۱۸۸۰ء)



شکل ۳۷

اور بوجھ لگانے میں ذرا دیر بھی ٹھہر جانے سے " زور فساد " نقشے میں ایک کٹخنہ بن جاتا ہے۔

(۵۴) "سرد کام" کا اثر — "فساد سختائی" — گزشتہ بیان سے آسانی سے سمجھ میں آجائیگا کہ نقطۂ مغلوبیت اور تمدد خاص کر آہنی (Ferrous) دھاتوں میں اس عمل سے بڑی حد تک متاثر ہوتے ہیں جو عموماً شدید فسادوں پر مشتمل ہوتا ہے اور جو دھاتوں پر ان کو تیار کرتے وقت کیا جاتا ہے مثلاً بیلنا یا سرد حالت میں کھینچنا وغیرہ۔ مقامی سختی یا تمدد کی کمی بھی ایسی دھات میں پیدا ہو جا سکتی ہے جس پر سوراخ سازی جز یا مٹنے کا کھرا عمل کیا گیا ہو۔

بیش فساد نمونوں میں نقطۂ مغلوبیت سے پہلے جو خفیف فساد پیدا ہوتے ہیں وہ دلچسپی سے خالی نہیں۔ ابھی جن دو نمونوں کا ذکر کیا گیا ہے

اُن کے یہ فساد شکل ۳۷ میں بڑے پیمانے پر دکھائے گئے ہیں جس میں شکل ۳۶ کے متناظر حروف ا، ب، ج لگائے گئے ہیں۔ ابتدائی منحنی ا میں تقریباً نقطۂ مغلوبیت تک زور اور فساد میں تقریباً کامل تناسبیت پائی جاتی ہے۔ منحنی ب میں (جو بیش فسادی کے فوراً بعد کا ہے) اتنی تناسبیت نہیں پائی جاتی۔ لچک کی حد بھی تقریباً صفر ہے۔ لیکن منحنی ج جو ۲۴ گھنٹے کے آرام کے بعد کی حالت کو تعبیر کرتا ہے انحنا میں ا سے بہت مختلف نہیں۔ تینوں منحنیوں کے ڈھالوں کے ذریعے جو کھنچاؤ کے مقیاس سے حاصل ہونگے اُن کا باہم مقابلہ کرتے وقت یہ یاد رہے کہ منحنیوں ب اور ج کی صورت میں تراشی رقبہ ا سے تقریباً ۵ فی صدی کے بقدر کم ہوگیا ہے اور نطول ایسے طولوں پر دکھائے گئے ہیں جو ہر صورت کے صفر بوجھ پر ۱۰ انچ تھے۔ اگر ان باتوں کا لحاظ کیا جائے یعنی اگر مجموعی بوجھ کی بجائے زور کی حالت کو ترسیم کیا جائے تو ا اور ج سے مقیاس کی قیمتیں تقریباً ایک ہی حاصل ہونگی۔

حرارت کی مدد سے تیز بازیابی — پانی کے نقطۂ جوش کی سی تپشوں کا بعض دھاتوں پر بڑا قابلِ لحاظ اثر ہوتا ہے اور وہ یہ کہ بیش فسادی کے بعد لچک کی بازیابی کی شرح بہت تیز ہو جاتی ہے۔ لچک بہت جلد تقریباً کامل ہو جاتی ہے اور نقطۂ مغلوبیت بھی اتنا بلند ہو جاتا ہے جتنا کہ ایک کافی آرام کے وقفے کے بعد ہوتا ہے[1]

اوپر جو اقسام بیان ہوئی ہیں اُن کے مختلف منحنیوں کے درمیان جو خفیف سے اختلافات ہیں اُن کو زیادہ واضح کرنے کی یہ تدبیر ہے کہ نقشے میں فساد کا پیمانہ بڑا لیا جائے اور اس بات کو ایک چھوٹی سی جگہ میں حاصل کرنے کے لیے پروفیسر ایونگ (Ewing) نے[2] ایک تدبیر اختیار کی ہے کہ منحنیوں کو

---

[1] دیکھو میور (Muir) کے مضامین (رائل سوسائٹی کے حصۂ فلسفہ کی روداد جلد ۱۹۳ا) اور مارلے اور ٹامرلینن کے مضامین (فلوسافیکل میگزین ملاٗ ۱۹۰۵ء)۔

[2] حصۂ فلسفہ کی روداد جلد ۱۹۳ا۔

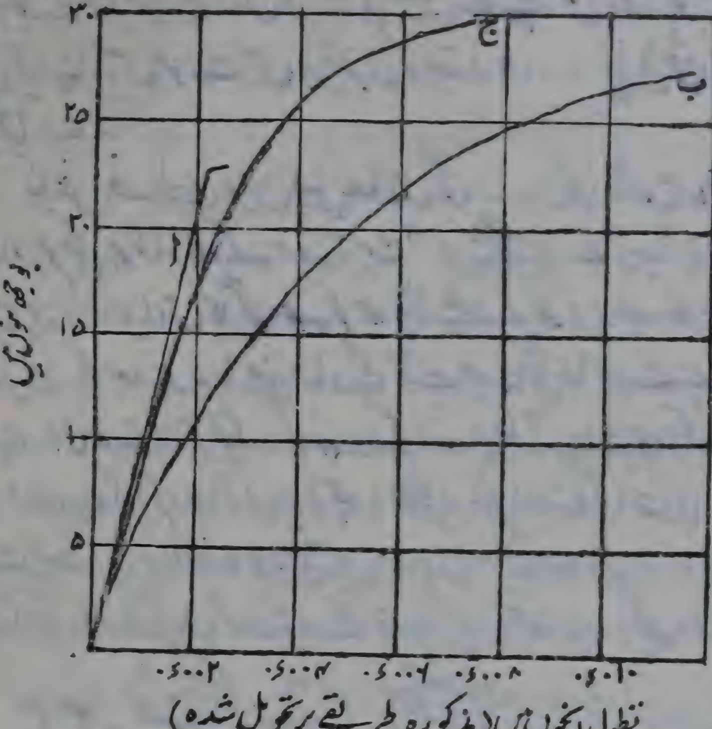
"کتر دیا جائے" یعنی ہر تطول میں سے ایک مقدار منہا کر لی جائے جو اس تطول کے متناظر بوجھ کے متناسب ہو۔ اس طریقے کی تمثیل کے لیے شکل ۳۷ کو شکل ۳۸ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس صورت میں ہر تطول کو بقدر ۰۰۰۹ء انچ فی ٹن بوجھ کے کم کر دیا گیا ہے۔

بیش فسادی میں پس ماندگی — ایسی شے میں جو پہلے بیش فساد ہو چکی ہو فساد کا ایک حصہ آہستہ "رینگتے ہوئے" پیدا ہوتا ہے۔ اور اسی طرح پورا فساد یا اس کا کچھ حصہ بوجھ ہٹا لینے کے کچھ دیر بعد غائب ہوتا ہے۔ بوجھ ہٹا لینے کے بعد جو یہ عارضی فساد کے تحت ہونے کی خاصیت ہے اسے پس ماندگی کہا گیا ہے۔ اسی طرح کا اثر لچک کی حدود کے اندر ہو سکتا ہے اور یہی ایک حد تک اس کا باعث ہے کہ اگر دھاتوں پر بوجھ بالتکرار لگایا جائے تو انتہائی سکونی مضبوطی سے بہت پست زور پر ناکارہ ہو جاتی ہیں اور اس واقعے سے اس بات کی بھی توجیہ ہو سکتی ہے کہ تکراری زور کی مزاحمت زور کے تعدد پر کیوں منحصر ہے (دیکھو دفعہ ۵۱)۔

(۵۵) **۲۳ - ٹھنڈا کرنے میں سختانا** — بیش فسادی کے جو مختلف اثرات ہیں اور جن کو "فساد سختائی" سے موسوم کیا گیا ہے اُن سے بالکل متمایز عمل یہ ہے کہ فولاد کو ایک اعلیٰ تپش سے تیزی سے ٹھنڈا کر کے سخت کیا جائے۔ اس کے لیے عموماً یہ کیا جاتا ہے کہ گرم دھات کو کسی سرد مائع میں ڈبو دیتے ہیں۔ اس سے جو سختی حاصل ہوتی ہے وہ فولاد کے اندر کاربن کی مقدار پر اور ٹھنڈا ہونے کی شرح پر منحصر ہے۔ کم از کم ۵ء۱ فی صدی تک کاربن جتنا زیادہ ہو اور ٹھنڈے ہونے کی شرح جتنی تیز ہو اُتنی ہی زیادہ سختی پیدا ہو گی۔

اس طرح سختانے سے فولاد کا تنشی استحکام بڑھ جاتا ہے لیکن فولاد بہت بھُربھُرا ہو جاتا ہے اور اس کا تمدد بہت کم رہ جاتا ہے۔ اس کا نقطۂ مغلوبیت نمایاں نہیں ہوتا بلکہ "زور فساد" منحنی مستقیمیت سے بتدریج منحرف ہوتا ہے۔ دوسری دھاتیں مثلاً تانبا، جست، ایلومینیم اور پیتل بھی اسی طرح کا عمل کرتی ہیں کیونکہ اُن کی لچک کی وسعت بہت گھٹ جاتی ہے اور بہت پست

زور پر اُن میں مستقل فساد پیدا ہو جاتا ہے[1]۔



شکل ۳۸

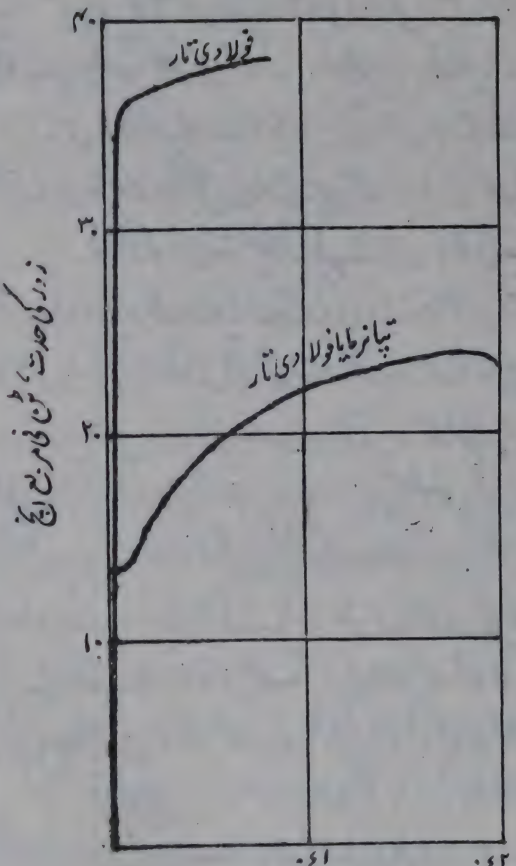
مختلف اغراض کے لیے فولاد کی کم و بیش سختی اس طرح دُور کر دی جاتی ہے کہ دھات کو مختلف تپشوں تک دوبارہ گرم کیا جاتا ہے اور یہ تپش اس پر منحصر ہوتی ہے کہ کتنی سختی باقی رکھنا مطلوب ہے۔ اس عمل کو ”آب“ دینا کہا جاتا ہے اور مطلوبہ ”آب“ اُن رنگوں سے پہچانی جاتی ہے جو دھات کی ایک صاف، پالش کی ہوئی سطح پر ظاہر ہوں۔ کافی اعلیٰ تپش تک گرم کریں تو تیز ٹھنڈا کرنے سے
جو سختی پیدا ہوتی ہے وہ سب کی سب دُور کی جا سکتی ہے۔ دمکتی سُرخ حرارت سے (۵۶)
بجھایا جائے تو بہت ہی نرم فولادوں کو چھوڑ کر باقی سب فولاد کچھ نہ کچھ ضرور سخت ہو جاتے ہیں۔

ڈھلے لوہے کو اس طرح سختایا جا سکتا ہے کہ پگھلی ہوئی دھات کو سرد شدہ

[1] دیکھو ڈاکٹر میور (Muir) کا مضمون (روئداد رائل سوسائٹی جلد ۱)

سانچوں میں ڈالا جائے۔ باہر کی کھال جو پہلے ٹھنڈی ہوتی ہے بہت سخت ہو جاتی ہے۔

۴۳۔ دھاتوں پر حراراتی عمل —— دھاتوں پر تپش کی معین اور منضبط تبدیلیوں کا عمل انجینیری اور فلزیات کا ایک اہم حصہ بن گیا ہے۔ اس کا مکمل علم حاصل کرنے کے لیے فلزیات اور فلز نگاری کے خاصے علم کی ضرورت ہے لیکن بعض حراراتی عمل صنعت کا ایسا اہم حصہ ہو گئے ہیں کہ ان کا مختصر ذکر ضروری ہے۔



شکل ۳۹ ۔ فولادی تار کو تپانرمانے کے اثر

لوہا اپنے نقطۂ اماعت سے جو تقریباً ۱۴۰۰° م ہے ٹھنڈا ہوتے وقت دو فاصل تپشوں پر نمایاں سکوت اختیار کرتا ہے۔ ان تپشوں پر دھات کے اندر حرارت نمودار ہوتی ہے۔ اور بہت سی اشیا میں ایک فاصل تپش پر اسی طرح کا واقعہ مشاہدے میں آتا ہے جب کہ وہ اپنی حالت کو بدلتی ہیں مثلاً مائع سے ٹھوس ہوتے ہیں۔ لوہے کو گرم کرتے وقت اسی طرح دو سکتے واقع ہوتے ہیں جن میں حرارت جذب ہوتی ہے۔ یہ معلوم ہے کہ ٹھوس لوہے کی تین بہروپی شکلیں ہیں اور ایک شکل سے دوسری میں منتقل ہوتے وقت اندرونی ساخت کی بڑی تبدیلی

واقع ہوتی ہے۔ نقطۂ اماعت سے اتر کر بالائی فاصل تپش تک لوہا اُس حالت میں ہوتا ہے جس کو جہ لوہا کہتے ہیں۔ بالائی فاصل تپش پر جو تقریباً ۹۰۰° م ہوتی ہے لوہا بہ شکل میں منتقل ہوتا ہے (جو غیر مقناطیسی ہے) اور تقریباً ۷۶۰° م پر تیسری شکل شروع ہوتی ہے جو عہ لوہا کہلاتی ہے اور یہ شکل ۷۶۰° سے نیچے کی ہر تپش پر پائی جاتی ہے۔

ان تینوں شکلوں عہ، بہ، جہ میں لوہوں کے طبیعی خواص مختلف ہیں۔

جہ لوہا لوہے کے کاربائیڈ کو (جس کو سیمنٹائیٹ (Cementite) کہا جاتا ہے) ایک "ٹھوس محلول" کے طور پر رکھ سکتا ہے یعنی اس طرح کہ اس محلول کے اجزا یعنی لوہا اور لوہے کا کاربائیڈ اس طرح گھلے ملے ہو سکتے ہیں کہ ایک ٹھوس
(۵۷) ٹکڑے کی ساخت بالکل یکساں ہو جیسے کہ مائع محلول میں ہوتی ہے۔

فولاد کو آہستہ ٹھنڈا کرنے میں بالائی فاصل تپش (تقریباً ۹۰۰° م) اور تقریباً ۷۰۰° م کے درمیان تپش کی ایک فاصل وسعت واقع ہوتی ہے جس کے اندر خالص لوہا اس ٹھوس محلول سے علیحدہ ہونا شروع ہوتا ہے اور یہ علیحدگی تقریباً ۷۰۰° م پر مکمل ہو جاتی ہے۔ اب لوہا عہ حالت میں ہوتا ہے اور دوسرے اجزا سے علیحدہ ہوتا ہے جو لوہے اور کاربن پر مشتمل ہوتے ہیں۔ یہ بات خردبین سے مشاہدے میں آ سکتی ہے۔ گرم کرنے کے عمل میں تپش کی وہ حدود جن پر معکوس تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں سرد ہوتے وقت کی حدود سے کسی قدر اونچی ہوتی ہیں اور ٹھوس محلول کی حالت کو پورے طور پر قائم کرنے کے لیے تقریباً ۹۵۰° م تک گرم کرنا ضروری ہوتا ہے۔ بالائی فاصل تپش وہ اقل تپش ہے جس پر فولاد تمام تر ٹھوس محلول کی حالت میں ہو سکتا ہے۔

تطبیع — فولاد کا یہ عمل ایسا ہے کہ دھات کو بالائی فاصل تپش[1] سے تقریباً ۵۰° م اوپر تک (یعنی معمولی نرم فولادوں کو تقریباً ۹۵۰° م تک) گرم کیا جائے اور پھر اس کو ہوا میں ٹھنڈا ہونے کے لیے چھوڑ دیا جائے۔ اس طرح خالص لوہے کو ٹھوس محلول سے علیحدہ ہونے کی آزادی رہیگی۔ بالعموم دھات کو ۹۵۰° کی تپش پر تقریباً ۱۵ منٹ تک رکھا جاتا ہے۔

[1] تپش کی فاصل وسعت کی حدود کسی قدر فولاد کی ترکیب پر منحصر ہوتی ہیں۔

تپانرمانا — یہ وہ حرارتی عمل ہے جو کسی دھات کو نرم اور ممتدد بنانے کے لیے کیا جاتا ہے۔

فولاد کی صورت میں، تپانرمانا اس پر مشتمل ہے کہ ایک منتخبہ تپش تک گرم کیا جائے اور اس کے بعد بہت آہستہ اور منضبط طور پر ٹھنڈا کیا جائے جس کی وجہ سے ساخت کی مختلف تبدیلیوں کو مکمل طور پر واقع ہونے کا موقع ملتا ہے۔ اگر غرض صرف یہ ہے کہ سرد کام کرنے سے جو اندرونی زور پیدا ہو گئے ہیں اُن کو دور کیا جائے تو منتخبہ اعظم تپش بالائی فاصل تپش سے نیچے لی جا سکتی ہے۔ لیکن اگر اس کے علاوہ قلمی ساخت کو مصفٰے کرنا مقصود ہے تو تکبیع کے عمل کی طرح بالائی فاصل تپش سے اُوپر تک گرم کرنا ضروری ہوگا۔

فولاد کو سختانا — اب یہ آسانی سے محسوس ہوگا کہ معمولی کاربنی فولاد جو تیزی سے ٹھنڈا کرنے سے سخت ہو جاتا ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ مختلف اجزائے ترکیبی کو علٰحدہ ہونے سے روک دیا جائے اور لوہے کے کاربائیڈ کو لوہے کے اندر ٹھوس محلول کی شکل میں برقرار رکھا جائے۔ بحالیکہ فولاد کو سخت کرنے کے لیے ضروری ہے کہ اس کو بالائی فاصل تپش سے اوپر تک گرم کیا جائے۔ "خصوصی" یا "ملدھات" فولادوں میں بہت آہستہ مثلاً ہوا میں ٹھنڈا کرنے سے بھی علٰحدگی واقع نہیں ہوتی اور اس کی وجہ یہ ہے کہ نکل یا دوسرے اجزا کے ذریعے علٰحدگی کو روکا جاتا ہے۔

تمشی بیش فساوی یا بناتے وقت یا استعمال کرتے وقت کے کسی اَور سرد کام سے آہنی (Ferrous) دھاتوں اور دیگر دھاتوں میں جو سختی پیدا ہوتی ہے وہ قلموں کے پیکر پذیر فساد کی وجہ سے ہوتی ہے۔ قلموں پر خاص معین سطحوں پر پھسلن واقع ہوتی ہے اور خرد بینی امتحان میں پھسل پٹیوں سے ظاہر ہوتی ہے (دفعہ ۲۴)۔ قلموں کے بگاڑ سے پیدا شدہ سختی تپانرمانے کے عمل میں ظاہراً اس وجہ سے دُور ہوتی ہے کہ قلموں کے اندر تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ ممکن ہے یہ تبدیلی قلموں کا نئے سرے سے بننا ہو یا ایسا ہی کوئی اَور واقعہ ہو۔

آہنی (Ferrous) دھاتوں میں "نیلی حرارت" پر عموماً ایک سختی یا پھوٹنک پن پیدا ہوتا ہے اور اگرچہ بعض صورتوں میں اِن دھاتوں کو سرد

کیے بعد دیگرے مختلف ناپ کے ٹھپوں میں سے کھینچ کر باریک تار بنانے کا جو عمل ہے اس میں ضروری ہے کہ تمدد کو واپس لے آنے کے لیے اُن مختلف مراحل کے درمیان دھات کو تپا نرما لیا جائے۔

سرد کشیدہ فولاد پر حرارتی عمل سے جو اثرات واقع ہوتے ہیں اُن میں سے اکثر بڑی حد تک اس پر منحصر ہوتے ہیں کہ تپا نرمانے کے لیے کونسی تپش اختیار کی گئی۔ پروفیسر لی[1] نے رسالہ انجینیر ۲۳ اور ۳۰ دسمبر ۱۹۲۷ء میں سرد کشیدہ فولادی نلیوں پر کی ہوئی ایک تحقیق کا بیان دیا ہے جس میں وہ مختلف اثرات بیان کیے ہیں جو تپا نرمانے کی تپشوں کو ہوا کی تپش سے لے کر... اُم تک لینے سے پیدا ہوتے ہیں۔

فولاد کے ڈھلوانوں کو تپا نرمانے سے تننشی استحکام اور تمدد بڑھتے ہیں اور لچک کی حد بھی بڑھتی ہے۔ جو فولاد اور لوہا بہت گھسنے پسنے میں آنے والا ہو مثلاً اُٹھاؤ زنجیریں، اُن کو وقتاً فوقتاً تپا نرمایا جاتا ہے تاکہ دھات پھوٹک نہ ہو جائے (دیکھو دفعہ ۴۵)۔

ڈاکٹر ایچ۔ جے۔ گاف[2] کی تحقیق سے پتا چلتا ہے کہ استعمالی طور پر زنجیر پر جو عمل ہوتے ہیں اُن کی وجہ سے پھوٹک بن جانے سے پٹواں لوہے کی کڑیوں کی کھال میں کس طرح تڑق شروع ہو جاتی ہے اور متمدد اندرونی مادے میں سرایت کر کے شکستگی پیدا کرتی ہے۔ مدھم سرخ حرارت پر تپا نرمانے سے یا... اُم پر تطبیع سے بیرونی تہ بن قلم کے نئے سرے سے بنیں گی اور اس طرح کڑیاں متمدد اور مزید استعمال کے لائق ہو جائیں گی۔

حرارتی عمل کے اثرات کے امتحانات — اگرچہ حرارتی عمل کے وہ اثرات جو تناسبیت کی حد، انتہائی زور کے تطول اور رقبے کے سکڑاؤ کے

[1] Prof. F. C. Lea

[2] "پٹواں لوہے کی زنجیر اور طناب کی ناکارگی کے اسباب" (رُوداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجینیرز اپریل ۱۹۲۸ء)۔ اور خصوصی رپورٹ نمبر ۳ انجینیری تحقیقات، صیغۂ فولاد و آہن۔

حالت میں بے خطر طور پر کمایا جا سکے لیکن مدھم سرخ حرارت سے نیچے پیٹنے یا کوئی اور کام کرنے سے تڑق پیدا ہو جانے کا احتمال رہتا ہے۔

(۵۸) کشیدہ تانبا، پیتل، اور کانسیاں اعلیٰ تپش سے بجھا کر یا تیزی سے ٹھنڈا کر کے نرم کیے جاتے ہیں۔ المونیم کی صورت میں نرم کرنے کے لیے ٹھنڈا آہستہ کیا جاتا ہے۔

ڈیورے لومین (Duralumin) جو بٹوال المونیم کی ملواں دھاتوں میں سے ایک بہت اہم ملدھات ہے جس میں تقریباً ۴ فی صدی تانبا اور ۵ء فی صدی مگنیشیم ہوتا ہے حرارتی عمل سے بہت متاثر ہوتا ہے۔ اگر اس کو تقریباً ۴۸۰° م کی تپش سے پانی میں بجھایا جائے اور پھر ۷ دن کی "عمر" ہونے دی جائے تو اس کی انتہائی تنشی مضبوطی تقریباً ۵۰ فی صدی بڑھ جاتی ہے یعنی تقریباً ۲۸ ٹن فی مربع انچ ہو جاتی ہے۔ اگر دھات کو ۳۸۰° م تک گرم کر کے آہستہ ٹھنڈا کیا جائے تو نرم ہو جاتی ہے اور اس پر سرد کام کیا جا سکتا ہے۔

مختلف آہنی (Ferrous) اور غیر آہنی (Non-ferrous) ملواں دھاتوں پر حرارتی عمل کے اثرات کی تفصیلات کے لیے فلزیات کی جدید کتابوں کا مطالعہ کیا جائے۔

متعدد خصوصی دھاتوں اور ملواں دھاتوں کے لیے مناسب حرارتی عمل برطانوی انجینیری کے معیاروں کی مجلس کی تخصیصات میں بتائے گئے ہیں۔

کسی شے مثلاً کشیدہ تار کو تپا نرمانے کا اثر یہ ہوتا ہے کہ تنشی استحکام اور لچک کم ہو جاتے ہیں اور تطول کے ذریعے محسوبہ تمدد بڑھ جاتا ہے جو تیاری کے وقت بہت فساوات واقع ہونے سے گھٹ گیا تھا دیکھو اشکال (۳۴ء اور ۳۹ء)۔ بیلی سلاخوں اور کشیدہ تاروں کو تپا نرمانے سے عموماً ینگ کے مقیاس کی مشاہدہ کی ہوئی قیمتیں بڑھ جاتی ہیں جس کی وجہ غالباً یہ ہے کہ بن کر آنے کے بعد جو اندرونی زور رہ گئے ہوں وہ دور ہو جاتے ہیں۔

متعلق پیدا ہوتے ہیں تنشی امتحانات سے ایک حد تک ظاہر ہو جاتے ہیں لیکن اکثر ایسا ہوتا ہے کہ اختیاری معیاری "وصفی امتحانات" زیادہ حسب حال ہوتے ہیں خاص کر اس لیے کہ ممکن ہے کہ حرارتی عمل جس حصے پر کیا گیا ہے وہ چھوٹا سا ہو یا یہ عمل محض مقامی ہو۔ اس مقصد کے لیے سختی کے امتحانات (دفعہ ۱۸۴) (۵۹)
اور صدمے کے امتحانات (دفعہ ۱۸۵) خاص طور پر کار آمد ہوتے ہیں۔

۳۵- لادنے کی شرح کا اثر ــــ اکثر اشیا کے نمونوں کو تناؤ میں شکستگی تک جانچنے کے لیے جو معمولی وقت لگتا ہے اُس میں لداؤ کی شرح معمولی ہو اکی تپش پر انتہائی بوجھ، نقطۂ مغلوبیت یا تطول پر کوئی اثر نہیں رکھتی۔ فسادوں کو نمودار ہونے کے لیے وقت درکار ہوتا ہے اور اگر بوجھ تیزی سے لگایا جائے (مثلاً دو منٹ میں) تو فساد بوجھ کو زیادہ آہستہ لگانے کی صورت کے مقابلے میں کم ہوں گے۔ اگر اس کے برخلاف بوجھ بہت آہستہ لگایا جائے اور بالتسلسل نہیں بلکہ وقفوں کے ساتھ جن میں دھات سخت ہو سکتی ہے (دفعہ ۲۱) تو ایک کٹھنہ دار بوجھ تطول نقشہ حاصل ہوتا ہے جس سے اوسط فساد کم تر حاصل ہوں گے بہ نسبت اس کے کہ نمونے پر بوجھ تیزی سے لیکن بالتسلسل لگایا جاتا۔

نیز اگر بوجھ لگانے کی شرح اتنی تیز ہو کہ بوجھ ایک صدمے کی نوعیت کا ہو تو شکستگی پر نرم فولاد کا تطول معمولی شرح کے امتحانات کے مقابلے میں بہت زیادہ ہوگا[1]۔ ایسی تیز شرحوں یا دھکے والے لداؤ کے تحت یہ بھی اغلب ہے کہ نقطۂ مغلوبیت معمولی شرحوں کے مقابلے میں بڑھ جائے لیکن تیزی سے لگائے ہوئے بوجھ کی صورت میں زور اور فساد کے درمیان ضروری نہیں کہ وہی ربط ہو جو سکونی بوجھوں کے لیے ہوتا ہے[2]۔ جست اور ٹن میں بوجھ تیزی سے

---

[1] دیکھو "توپ فولاد کا عمل تباری" (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینیرز جلد ۱۳۹)۔ نیز ضربات کے امتحانات پر مضمون (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجینیرز (مئی سنہ ۱۹۱۰ء)۔

[2] دیکھو "دھاتوں میں آنی Momentary زور کے اثرات" از ھاپکنسن (روئداد رائل سوسائٹی سنہ ۱۹۰۵ء)

لگانے کی صورت میں شکستگی کے قبل کے زور بڑھ جاتے ہیں۔ یہاں تک کہ معمولی امتحانی مشینوں میں جو تیز شرح ممکن ہے اُس کے ذریعے سُست امتحانوں کے مقابلے میں دُگنی قیمت حاصل کی جا سکتی ہے۔ سیمنٹ کی خاصیت بھی ایسی ہی ہے (دیکھو دفعہ ۱۸۷)۔

ہوا کی تپش سے بہت بلند تر تپشوں پر انتہائی زور اور تطول پر لداؤ کی شرح کا بہت اثر ہوتا ہے۔ اس سے دفعہ ۳۸ میں اعلیٰ تپشوں پر "رینگنا" کے عنوان سے بحث کی گئی ہے۔

۳۶۔ فشار —— دھاتوں میں لچک کی حد اور لچک کا مقیاس

(ے) راست فشار میں بھی تقریباً وہی ہوتا ہے جو تناؤ میں ہوتا ہے اور چونکہ تنشی امتحان قابل اطمینان فشاری امتحان سے بہت آسان ہوتا ہے اس لیے یہ بالکل عام دستور ہے کہ تقریباً تمام دھاتوں کے میکانی خواص کے علم کے لیے تنشی امتحانوں پر حصر کیا جائے۔

لچک کی حد سے اونچے زوروں کے تحت سخت اور بھوٹک اشیا فشار میں عموماً جزّ کی وجہ سے ناکارہ ہوتی ہیں جو راست فشار سے مائل کسی مستوی پر واقع ہوتا ہے۔ اس کے برخلاف پیکر پذیر اشیا طول میں برابر چھوٹی ہوتی جاتی ہیں اور ساتھ ہی ساتھ عرض میں پھیلتی جاتی ہیں (دیکھو شکل ۴۳ ے) اور اس سے تراش کا رقبہ بڑھتا جاتا ہے جس کی وجہ سے مزید فشاری فساد پیدا کرنے کے لیے زیادہ بوجھ درکار ہوتا ہے۔ اس لیے انتہائی فشاری مضبوطی کی واضح تخصیص مشکل ہے۔ تمثیلی فشاری زور فساد منحنی شکل ۴۲ ے میں دکھائے گئے ہیں۔ شکل ۴۳ ے سے نظر آئیگا کہ بہت فشار کے بعد پٹواں لوہا طولاً تڑقتا ہے۔ اگر دھات کامل پیکر پذیری کے قریب ہو تو زور کی حقیقی حدت جس کے تحت مادہ "بہتا ہے" مستقل ہوگی۔ تب حجم کو مستقل فرض کرتے ہوئے اگر ل = کسی سلاخ کا ابتدائی طول اور ل۱ = گھٹا ہوا طول،

س = ابتدائی تراشی رقبہ، س۱ = بڑھا ہوا تراشی رقبہ، تو

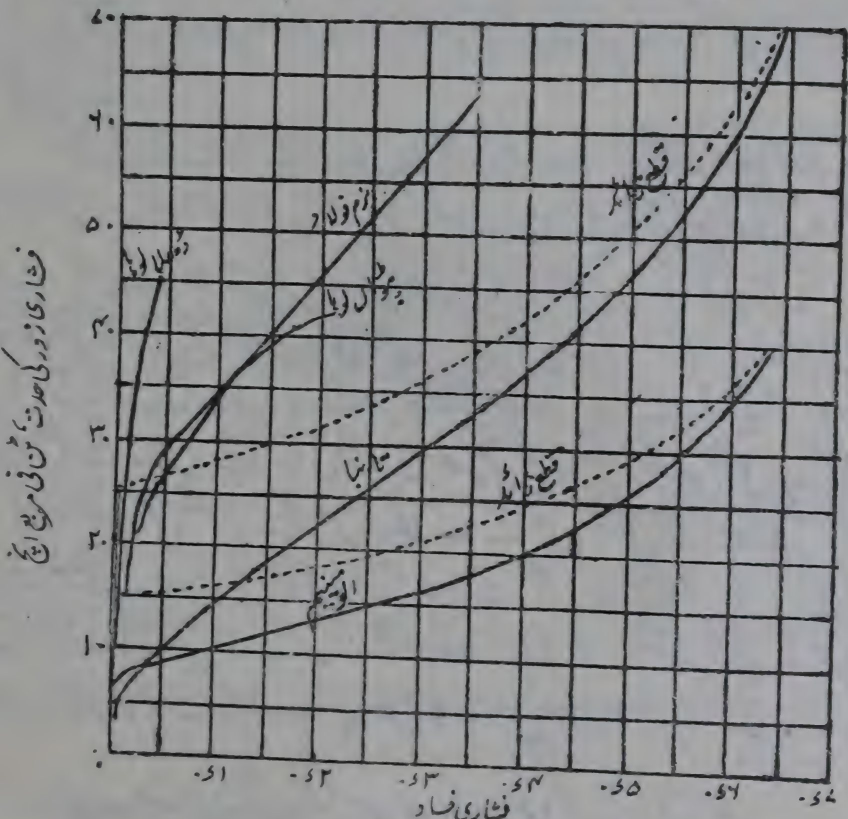
$$\text{س}_1\,\text{ل}_1 = \text{س}\,\text{ل}$$ (دیکھو دفعات ۲۸ اور ۲۹)

$$\text{زور کی حقیقی حدت} = \frac{\text{بوجھ}}{\text{س}_1} \qquad (۶۰)$$

$$= \frac{\text{بوجھ}}{\text{س} \times \frac{\text{ل}}{\text{ل}_1}} = \frac{\text{بوجھ} \times \text{ل}_1}{\text{س}\,\text{ل}}$$

$$= \frac{\text{بوجھ} \times \text{ل}_1}{\text{سلاخ کا حجم}}$$

یعنی پیکر پذیر بہاؤ کے مستقل دباؤ کی حدت $= \frac{\text{بوجھ} \times (\text{ل} - \text{ل کی کمی})}{\text{سلاخ کا حجم}}$



شکل ۴۰ فشاری زور فساد منحنی

اس لیے بوجھوں کو (یا زور کی ظاہری حدت کو) فشاری فسادوں کے مقابل ترسیم کیا جائے تو ایک قائم زائد حاصل ہوگا کیونکہ ان کا حاصل ضرب مستقل ہے۔ اس زائد کے جو دو متقارب ہیں اُن میں ایک تو وہ محور ہے جس پر فساد ناپے گئے ہیں، دوسرا اس کے علی القوائم اس نقطے میں سے جو اکائی فساد کو تعبیر کرتا ہے۔

شکل ۴۰ میں دکھایا گیا ہے کہ کس طرح تانبا اور المونیم وغیرہ جیسی
(۴۱) پیکر پذیر اشیا کے زور فساد منحنی ایک زائد کی شکل اختیار کرتے جاتے ہیں یعنی یہ اشیا کامل پیکر پذیری کے کتنا قریب آتی ہیں جس میں دھات دباؤ کی حقیقی حدت کے اضافے کے بغیر مسلسل بہتی رہتی ہے۔ دباؤ کی اس حدت کو سیالیت کا دباؤ کہا جاتا ہے۔

فشار کے تحت پیکر پذیر بہاؤ کے دوران میں نرم فولاد کی کثافت گھٹتی ہے[۱] لیکن زور ہٹا کر آرام دیا جائے تو اس سے کثافت پھر بڑھتی ہے۔

۴۷۔ راست زور کے تحت شکستگی ــــ تناؤ اور فشار کی

شکستگی کی مختلف اشیا میں جو شکل ہوتی ہے وہ دلچسپی سے خالی نہیں اور اس سے بہت سے نتائج اخذ کیے جا سکتے ہیں۔ متمدد اشیا کی تناؤ کے تحت اور بھونک اشیا کی فشار کے تحت شکستگی عموماً جزوی طور پر یا کُلی طور پر ایسی سمتوں میں جزیا پھسلن کے واقع ہونے سے ہوتی ہے جو راست زور کی سمت سے ترچھی ہوتی ہیں (دیکھو اشکال ۴۱ اور ۴۲)۔ راست زور کے محور کے ساتھ شکستگی کی سطح کا جو میلان ہوتا ہے وہ ہمیشہ وہ نہیں ہوتا جس میں مماسی یا جزّی زور کی حدت کے اعظم ہونے کی توقع ہو سکتی ہے۔ متمدد اشیا کے تناؤ کی صورت میں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ شکستگی سے ذرا پہلے تراشش کا ایک

شکل ۴۱

۱۔ دیکھو مضمون "نقطۂ مغلوبیت سے زیادہ فشاری زور کے تحت نرم فولاد کی کثافت کی تبدیلی" از لی و ٹامس (رسالہ انجینیرنگ ۲ جولائی ۱۹۱۵ء)۔

مقامی سکڑاؤ واقع ہوتا ہے۔ اس طرح نمونے کے طول میں تراش کی جو فوری غیر یکسانیت واقع ہوتی ہے اُس کی وجہ سے شکستگی سے ذرا پہلے اس تراش پر زور کی تقسیم غیر یکساں ہو جاتی ہے۔ اس وجہ سے شکستگی کے معلوم ہونے سے اس امر کے متعلق کوئی صحیح نتیجہ نہیں اخذ کیا جا سکتا کہ مختلف مائل سطحوں پر جزی زور کی حدیں باہم کیا ربط رکھتی ہیں۔

شکل ۴۲

فشاری شکستگیاں — بھُربھُری اشیا میں (دیکھو شکل ۴۳) فسادات نقطۂ شکستگی تک خفیف سے ہوتے ہیں اور اگر شے متجانس اور متساوی السموت ہے تو زور کی تقسیم غالباً وہی ہوگی جو لچک کی حدود کے اندر ہوتی ہے۔

اگر ایک شے حدت ف کے یکساں فشاری زور کے تحت ہو تو اُن تمام سطحوں پر جن کا عماد راست فشار کے محور سے زاویہ طہ بناتا ہو حسبِ ذیل زور ہونگے:- (دیکھو دفعہ)

(۱) ایک مماسی یا جزی زور $ف_م$ = ف جب طہ جم طہ

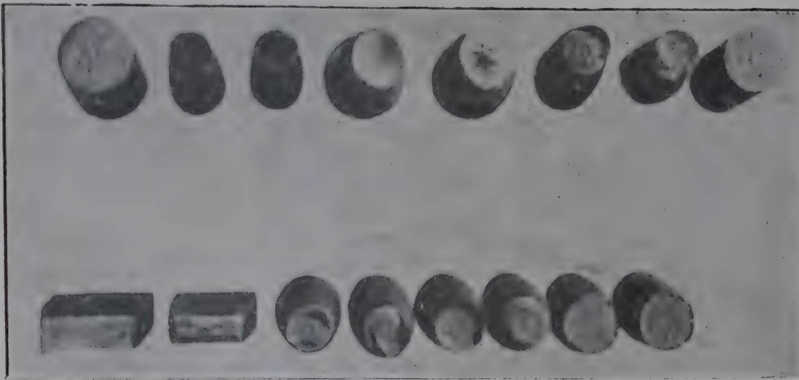
اور (۲) ایک عمادی فشاری زور $ف_ع$ = ف $جم^2$ طہ (۶۲)

شکل ۴۳

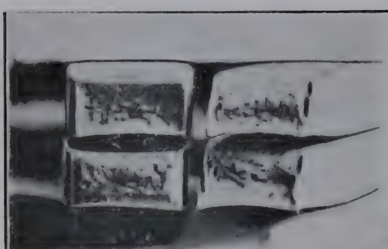
جزی زور کی حدت طہ = ۴۵° کے لیے اعظم ہوگی لیکن مادہ یہاں خالص جزکے تحت نہیں کیونکہ اس کے ساتھ عمادی زور $ف_ع$ موجود ہے اور جس سطح پر شکستگی میں جز عمل میں آتا ہے اس کی سمت کسی حد تک عمادی زور کے عمل پر موقوف ہوتی ہے جس کی حدت طہ کے بڑھنے سے گھٹتی ہے۔

نےویر[1] کا نظریہ — فرض کرو کہ جس سطح پر جز واقع ہوتا ہے وہ خالص راست زور کی تراش سے زاویہ طہ بناتی ہے۔ تب اس سطح کے دونوں طرف کے حصے شکستگی سے پہلے ایک دوسرے کو اس سطح پر حدت ف $جم^2$ طہ کے زور سے دبائینگے اور اگر دونوں حصوں کے درمیان رگڑ کی قدر مہ فرض کی جائے تو شکستگی کی ایک مزاحمت مہ ف $جم^2$ طہ فی اکائی رقبہ

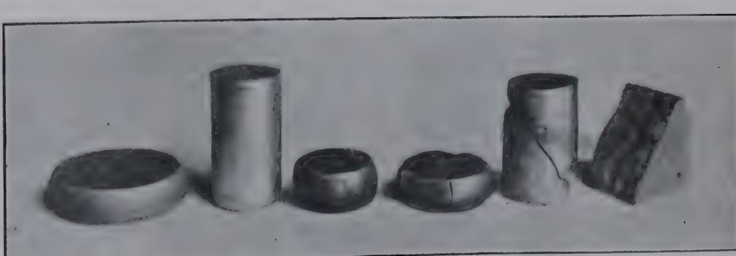
[1] Navier



شکل ۴۱ ۔ تنشی شکستگیاں



شکل ۴۲ ۔ نرم فولاد کی تنشی شکستگی



شکل ۴۳ ۔ فشار

ہوگی جو خالص جزؔ کی اُس انتہائی مزاحمت کے بالکل علاوہ ہوگی جو مادے کی قوتِ اتصال سے عمل میں آتی ہے۔ قوتِ اتصال کی مزاحمت کو ایک مستقل ق کے مساوی سمجھا جا سکتا ہے۔ اس لیے شکستگی پر

ف م = ف جب طہ جم طہ = ق + مہ ف جم۲ طہ .... (۱)

یا

$$\text{ف} = \frac{\text{ق}}{\text{جب طہ جم طہ} - \text{مہ جم}^{2}\text{ طہ}}$$

تب اگر شکستگی ایسے زاویہ طہ پر واقع ہو جس کے لیے فشاری زور ف کم سے کم درکار ہو تو اس کے لیے $\frac{\text{فرف}}{\text{فرطہ}} = ۰$، اس لیے تفرق کرنے سے

جم۲ طہ - جب۲ طہ + مہ × ۲ جب طہ جم طہ = ۰

یا

جم ۲ طہ + مہ جب ۲ طہ = ۰

یا

$$\text{مم ۲ طہ} = -\text{مہ} = -\text{مس فہ} = \text{مم}\left(\frac{\pi}{2} + \text{فہ}\right) \ldots\ldots (۲)$$

جہاں فہ رگڑ کا زاویہ یا ٹھیراؤ کا زاویہ ہے اور مس فہ = مہ

اس طرح $\text{طہ} = \frac{\pi}{4} + \frac{\text{فہ}}{2}$

یعنی شکستگی کا اقتضا جس سطح پر زیادہ سے زیادہ ہے اُس کا میلان ۴۵° سے بقدر $\frac{\text{فہ}}{2}$ کے زیادہ ہے جہاں فہ شے کے دانوں کا ٹھیراؤ کا زاویہ ہے۔ (۶۳)

یہ بات ظاہر نہیں کہ کسی شے کے جو دو حصے جزی شکستگی کی وجہ سے آخر کار جدا ہو جاتے ہیں اُن کے درمیان رگڑ کی قدر وہی ہونی چاہیے جو اسی شے کی دو پہلے سے علیحدہ سطحوں کے درمیان ہوتی ہے اور نہ یہ بات کہ درحقیقت کوئی رگڑ ہونی بھی چاہیے۔ لیکن بھُربھُرے دھاتوں اور پتھروں پر جو تجربات کیے گئے ہیں اُن سے حاصل شدہ شکستگی کے زاویوں کی قیمت اور اس قیمت میں جو رگڑ کے معمولی زاویے سے محسوب کی جائیں خاصی مطابقت پائی جاتی ہے۔ ڈھلے لوہے کے لیے طہ کی قیمت جو عام طور پر حاصل ہوتی ہے

تقریباً ۵۵ ہے جو فہ = ۲۰ کے متناظر حاصل ہوتی ہے (دیکھو شکل ۴۳)۔

فشاری اور جزی زور کے درمیان ربط ـــ اُوپر کی حاصل شدہ مساوات کو صحیح مان لیں اور مساوات (۲) سے مہ کی قیمت کو مساوات (۱) میں مندرج کریں تو

$$ف \text{ جب } طہ \text{ جم } طہ = ق + ف \text{ جم}^2 طہ \times (- \text{مم } ۲ طہ)$$

یا
$$ف \text{ جم } طہ \left(\text{جب } طہ + \text{جم } طہ \frac{\text{جم}^2 طہ - \text{جب}^2 طہ}{۲ \text{ جب } طہ \text{ جم } طہ} \right) = ق$$

یا
$$ف = ۲ ق \text{ مس } طہ = ۲ ق \frac{۱ + \text{جب } فہ}{\text{جم } فہ}$$

اس سے فشاری اور جزی زور کی انتہائی مزاحمتوں کے درمیان ربط شکستگی کے زاویے یا ٹھیراؤ کے زاویے کی رقوم میں حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح کے ربط کو تجربے سے جانچنا آسان نہیں۔ کیونکہ تیز دھار سے قینچی کا سا کترنے کا عمل کیا جائے تو اس کے ساتھ ہی دوسرے زور بھی واقع ہو جاتے ہیں اور ایک گول سلاخ پر مروڑ کا عمل کرنے سے اگرچہ خالص جزی پیدا کیا جا سکتا ہے لیکن اس صورت میں لچک کی حد کے باہر جزی زور کی حدت کا اندازہ صحت کے ساتھ نہیں کیا جا سکتا۔

ایسے چھوٹے ٹکڑوں میں جو خمیا نہیں جاتے دباؤ کے تحت شکستگی کا زاویہ اور کچلاؤ کی انتہائی مزاحمت دونوں اس امر پر منحصر ہوتے ہیں کہ جن سطحوں پر بیرونی دباؤ عائد کیا گیا ہے وہ کسی سخت اور مغلوب نہ ہونے والے مادے مثلاً مقوے[۱] یا پلاستر میں نصب ہیں یا کسی نرم شے میں مثلاً سیسے کی تختی ہو اگر دباؤ اس کے سیالیت کے دباؤ سے بڑھ جائے تو بہنا شروع ہوتی ہے (دفعہ ۳۶)۔ اس تنصیبی شے کے بہاؤ سے جو عرضی[۲] تناؤ پیدا ہوتے ہیں اُن سے شکستگی ایک بہت پست تر بوجھ پر اور ایسی سطحوں پر واقع ہوتی ہے جن کا میلان اعظم فشاری زور کی سطح سے زیادہ زاویہ بناتا ہے بلکہ

---

۱ Millboard, ۲ Lateral

بعض اوقات تو شکستگی کی سطحیں دباؤ کی سمت کے متوازی ہو جاتی ہیں[1]۔ اس کی تمثیل بارک شائر کی موٹی ریت کے کچلاؤ کے امتحانات سے شکل ۲۴۳ ب میں کی گئی ہے جس کی تفصیلات دفعہ ۱۹۱ میں دی گئی ہیں۔

تناؤ کے تحت شکستگیاں

دفعہ ۷ میں دکھایا گیا تھا کہ ایک متوازی سلاخ حدت ف کے یکساں تناؤ کے تحت ہو تو مماسی یا جزی زور کی حدت اعظم قیمت $\frac{1}{2}$ ف کو اُن سطحوں پر پہنچتی ہے جن کے عماد تناؤ کی سمت سے ۴۵° کا زاویہ بناتے ہیں۔ تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ جس زاویے پر متعدد اشیا تنشی زور کے تحت جز کی وجہ سے شکست ہوتی ہیں وہ ۴۵° سے بہت مختلف نہیں۔ اس سے یہ نتیجہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ ان اشیا میں انتہائی جزی زور کی حدت (۶۴) انتہائی تنشی مضبوطی کا نصف ہوتی ہے۔ لیکن اس طرح کا نتیجہ اخذ کرنے سے پہلے بہت سی مثلاً حسب ذیل باتوں پر غور کرنا ضروری ہے:-

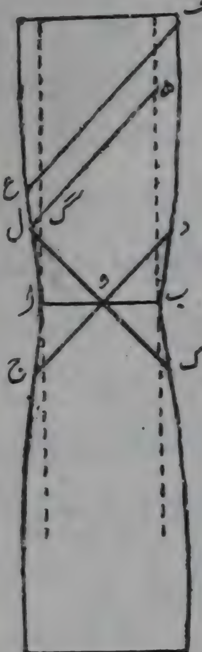
(۱) جزی زور $\frac{1}{2}$ ف کے ساتھ جس کا ابھی ذکر کیا گیا ہے اعظم تناؤ کی سمت سے ۴۵° کا زاویہ بنانے والی سطحوں پر عمادی تناؤ $\frac{1}{2}$ ف بھی ہوتا ہے (دیکھو دفعہ ۷) جس سے شے کی جزی زور کی مزاحمت پر اثر پڑ سکتا ہے۔

(۲) شکستگی پر تنشی زور کی حدت مجموعی کھنچ کی قوت بٹے ابتدائی تراشی رقبہ کے مساوی نہیں (دیکھو دفعہ ۲۹) اگرچہ اسی ظاہری زور کو تنشی استحکام کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

(۳) متعدد اشیا میں شکستگی سے قبل ایک مقامی کمر بن جانے کی وجہ سے اُن مخروطی یا مستوی سطحوں کا رقبہ جو تناؤ کے محور سے ۴۵° کا زاویہ بنائیں اقل تراشس کے $\sqrt{2}$ گنے کے مساوی نہیں اور نہ ابتدائی تراشس کے $\sqrt{2}$ گنے کے۔ مثلاً شکل ۴۴ ب میں رقبہ ع ف سلاخ کے اس حصے کی تراش کے رقبے کا $\sqrt{2}$ گنا ہے جس میں مقامی سکڑاؤ واقع نہیں ہوا۔ گ ھ اقل تراش ا ب کا $\sqrt{2}$ گنا ہے اور تراشس ج د ان دونوں قیمتوں کے درمیان ہے اور کمر کی شکل پر منحصر ہے۔

[1] دیکھو مسٹر گلبیورڈ کا مضمون (روئداد رائل سوسائٹی آف ایڈنبرا جلد ۲۹ صفحہ ۴۳۲)۔

(۴) ج د جیسی سطح (شکل ۴۴) پر جزی زور کی حدت یکساں نہیں ہوگی اور اقل تراشس کے نقطۂ تقاطع و پر اعظم ہوگی۔



شکل ۴۴

انتہائی جزی مضبوطی کی پیمائش کی دقت کا ذکر کیا جا چکا ہے لیکن جہاں تک معمولی حالات کے جز کے تجرباتی نتائج کا تعلق ہے نسبت

$$\frac{\text{زج}}{\text{زت}} \text{ یا } \frac{\text{انتہائی جزی مزاحمت}}{\text{انتہائی تنشی مضبوطی}}$$

جو حسبِ معمول "ظاہری" زوروں سے محسوب کی جائے پھوٹک دھاتوں میں ۲ء۱ سے لے کر متمدد دھاتوں میں ۶ء تک ہوتی ہے۔ نرم فولاد اور پٹواں لوہے کے لیے اس کی قیمت تقریباً ۷۵ء ہے۔ جزی مزاحمت کی یہ قیمتیں ایسے جزی زوروں سے متعلق ہیں جو عام حالات کے تحت لگائے جاتے ہیں نہ کہ کسی تصوری صورت سے متعلق جس میں کہ جز "خالص" یعنی دیگر فسادی اثرات سے پاک ہے۔

یہ نظریہ پیش کیا گیا ہے کہ تنشی زور کے تحت جو بھی شکستگی واقع ہوتی ہے وہ مماسی زور کے تحت آخر کار جز کے واقع ہونے سے ہوتی ہے[1] لیکن سخت اشیا مثلاً ڈھلے لوہے اور اوزاری فولاد کی حدت میں اس کو تسلیم کرنا مشکل ہے کیونکہ ان میں ترچھی شکستگی کا کوئی شائبہ نہیں پایا جاتا (دیکھو شکل ۴۱)۔

---

[1] دیکھو "طولی زور کے تحت فولاد کا انشقاق" (روداد رائل سوسائٹی جلد ۹۴ صفحہ ۲۴۳)۔ نیز "اشیائے تعمیر کا طرزِ عمل خالص جز کے تحت" (روداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانیکل انجینیرز حصۂ اول ۱۹۰۶ء) اور اس پر جو بحث ہوئی۔

جو اشیا بہت متمدد ہیں مثلاً ایلومینیم، تانبا، اور نرم فولاد ان میں شکستگی کھینچ کے محور سے ۴۵° پر یا کسی قدر زیادہ پر واقع ہوتی ہے۔ گول سلاخ میں (۶۵)
جزہ ہو جانے کا سبب میں زیادہ اقتضا تشاکل مخروطی سطحوں مثلاً ل و د اور ج و ک (شکل ۴۲) پر ہوگا اور متجانس دھاتوں میں شکستگی ہمیشہ ایسی ہی شکل اختیار کرتی ہے (دیکھو شکل ۴۱)۔ سخت تر اشیا میں جزئی مضبوطی کی تنشی استحکام کے ساتھ نسبت زیادہ ہوتی ہے اور بیلے بیسیمر فولاد میں یا ایسے فولادوں میں جن کو کھینچ کر خاص کر قلب پر سخت کیا گیا ہو تنشی شکستگی بالعموم ایک قلم کیے ہوئے مخروط کی شکل میں ہوتی ہے جس کی وجہ بظاہر یہی ہے کہ پہلے مرکزی حصہ پھٹتا ہے اور پھر باہر کا نرم مادہ کترا جاتا ہے۔ یہ بات شکل ۴۱ میں فولاد کی چار گول سلاخوں میں دکھائی گئی ہے۔ متمدد دھات کی چوڑی چپٹی سلاخوں میں اگر مادہ متجانس ہو تو شکستگی کی جس شکل کی توقع کی جا سکتی ہے وہ مستوی یا قلم کیے ہوئے مضلع مخروط ہیں جن کے چہرے سلاخ کے محور سے ۴۵° سے کچھ زیادہ زاویہ بنائیں گے۔ اس طرح کی شکستگیاں شکل ۴۲ میں دکھائی گئی ہیں۔

یہ قابل لحاظ بات ہے کہ اگر فولاد یا بٹواں لوہے کے ایک ٹکڑے کو آہستہ توڑا جائے تو بہت باریک ساخت کی بلکہ ریشہ دار شکستگی حاصل ہوتی ہے جس میں قلمیں بہت چھوٹی چھوٹی ہوتی ہیں اور اگر اسی فولاد یا لوہے کو بہت تیزی سے توڑا جائے تو شکستگی پر بڑی بڑی قلمیں نمودار ہوتی ہیں۔

۳۸- میکانی خواص پر تپش کا اثر ——— جو اہم ترین دھاتیں ہیں اُن کے تنشی استحکام، تمدد اور لچک میں معمولی کرۂ ہوائی کی تپشوں کی حدود کے اندر کوئی بڑا تغیر نہیں ہوتا۔ لیکن یہ سب کو معلوم ہے کہ بہت سی دھاتوں کی مضبوطی "سفید گرم" تپشوں پر بڑی حد تک کم ہو جاتی ہے۔

بٹواں لوہے اور فولاد پر اعلیٰ تپشوں اور لادنے کی معمولی شرحوں پر جو سکونی امتحانات کیے گئے ہیں اُن سے حسب ذیل اثرات کا پتہ

چلتا ہے[1] :-

(۱) تنشی استحکام (ا) معمولی تپشوں پر تپش کے ۲۰۰ تا ۳۰۰° ف تک بڑھنے سے گھٹتا ہے اور اس کی قیمت ۶۰° ف کی قیمت سے تقریباً ۵ فی صدی کم ہوتی ہے۔ (ب) پھر اس کی قیمت بڑھنا شروع ہوتی ہے اور ۴۰۰ اور ۶۰۰° ف کے درمیان کسی تپش پر اعظم ہوتی ہے۔ یہ قیمت ۶۰° ف پر کی قیمت سے تقریباً ۱۵ فی صدی زیادہ ہوتی ہے۔ (ج) تپش اور بڑھے تو اس کی قیمت بالتسلسل گھٹتی ہے۔

(۲) لچک کی حد تپش کے بڑھنے سے بالتسلسل گھٹتی ہے۔

(۳) تطول (ا) تپش طبعی تپش سے بڑھے تو یہ گھٹتا ہے اور ۳۰۰° ف کے قریب اقل قیمت کو پہنچتا ہے، اور پھر (ب) تپش کے بڑھنے سے بالتسلسل بڑھتا ہے۔

۲۰۰° اور ۴۰۰° ف کے درمیان تناؤ کے تحت تطول بالاستقامت واقع نہیں ہوتا بلکہ بوجھ لگانے کے دوران میں وقفوں کے ساتھ پیدا ہوتا ہے۔ جب زور اور فساد کو ترسیم کیا جاتا ہے تو ہموار منحنی کی بجائے ایک کٹھنہ دار منحنی حاصل ہوتا ہے۔

(۴) راست لچک کا مقیاس (ے) تپش کے بڑھنے سے بالاستقامت گھٹتا ہے۔ جن دھاتوں میں اس کی قیمت کرۂ ہوائی کی تپش پر ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہوتی ہے اُن میں ۵۰۰° ف پر گھٹ کر ۱۲۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہو جاتی ہے۔

اعلیٰ تپشوں پر "رینگنا" — یہ بات ایک عرصے سے معلوم

[1] دیکھو مضمون "تپش کے ساتھ دھاتوں کے لچک کے مقیاس اور دیگر خواص کی تبدیلی" برٹش ایسوسی ایشن سکشن گ ۱۹۱۴ء (رسالہ انجنیرنگ ۱۶ اکتوبر ۱۹۱۴ء) - نیز "اشیا کے طبعی خواص" ممالک متحدۂ امریکہ کے بیورو آف سٹینڈرڈز اور اعلیٰ تپش پر اشیا کے خواص کے متعلق انجنیری تحقیقاتی رپورٹ (متعلق بہ سائنس و صنعت) کی گشتی نشان ۱۰۱ -

ہے کہ " رینگنا " یعنی بوجہ دیر تک لگا رہے تو تطول کا آہستہ آہستہ بڑھنا اعلیٰ تپشوں پر خاص کر واقع ہوتا ہے ۔ ۱۹۲۰ء کے بعد " رینگنے " پر بہت سے تجربات شائع ہوئے ہیں ۔ اعلیٰ تپشوں پر " انتہائی رینگتا زور " یعنی (٦٦)
زور کی وہ حد جس کے نیچے رینگنا آخر کار موقوف ہو گیا اور جس کے اوپر شروع ہوا یہاں تک آخر کار شکستگی واقع ہو گئی ، لی نے[1] ۱۹۲۴ء میں ان حدود کو معلوم کرنے کی ایک کوشش کا ذکر شائع کیا ۔ ایسی حدود کا معلوم کرنا ایک وقت طلب اور لازماً بالواسطہ اور مشکل عمل ہے لیکن اس سے جو معلومات حاصل ہوتی ہیں وہ دن بدن اہمیت اختیار کرتی جاتی ہیں خاص کر اندرونی احتراقی انجنوں اور دیگر مشینوں کے دن بدن بڑھتے ہوئے استعمال کی وجہ سے جو اعلیٰ تپشوں پر کام کرتی ہیں خاص کر جہاں سبک پن کی ضرورت ہو جیسا کہ طیارہ سازی میں ہوتا ہے ۔ " اعلیٰ تپشوں پر اشیا کے خواص " پر ایک جامع تحقیقات سرکاری معمل طبیعیات میں شروع کی گئی اور جو پہلی دو رپورٹیں ٹیپ سل (Tapsell) اور کلن شا (Clenshaw) نے[2] لکھی ہیں ان سے کاربنی فولادوں کے متعلق بہت سی کارآمد معلومات حاصل ہوتی ہیں جن کے اندر " انتہائی رینگتے زور " کی قیمتیں بھی شامل ہیں ۔ نمونے کے طور پر ایک نتیجہ دفعہ ۵۰ اور شکل ۵۲ ا میں دیا گیا ہے ۔

پست تپشیں —— ایک بہت نرم فولاد پر بہت پست تپش پر

---

۱ " اشیا پر ادنیٰ اور اعلیٰ تپشوں کے اثرات " از پروفیسر لی (روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانیکل انجنیئرز دسمبر ۱۹۲۴ء) ۔

۲ سررشتہ سائنٹیفک وصنعتی تحقیقات کی انجنیری تحقیقاتی رپورٹیں نمبر ۱ و ۲ ۔ نیز نمبر ۳ جس میں فساد اور تپش دونوں کے تدریجی سختانے کے اثرات پر روشنی پڑتی ہے ۔

تجربات[1] کرنے سے پایا گیا کہ تپش کے گھٹنے سے تنشی مضبوطی بتدریج بڑھتی ہے۔ تطول تقریباً غائب ہو جاتا ہے اور شے ایک بہت پھوٹک شے کا عمل کرتی ہے۔ معمولی تپش پر واپس آنے پر اصلی خواص سے کوئی مستقل انحراف نہیں پایا جاتا۔

۳۹- تپش کے تغیر سے پیدا ہونے والا زور —

یہ سب کو معلوم ہے کہ اگر دھاتیں اپنے ابعاد کو بدلنے کے لیے آزاد ہوں تو تپش کے تغیر سے اپنے ابعاد کو بدلتی ہیں۔ لیکن اگر ابعاد کے تغیر کو روکا جائے تو شے کے اندر زور پیدا ہوتا ہے جو روکے ہوئے فساد کے متناظر ہوتا ہے۔ مثلاً اگر ایک لمبی سلاخ کو گرم کیا جائے جس سے اس کا طول بڑھ جائے اور پھر اس کے سروں کو متوازی سہاروں کے ساتھ مضبوط جکڑ دیا جائے جس کی وجہ سے سلاخ سکڑ کر اپنے اصلی طول کو واپس نہ آسکے تو سلاخ ٹھنڈی ہو کر تناؤ میں ہوگی اور سہاروں کو کھینچیگی۔ اس طرح کی کھینچ عائد کرنے کی کئی عملی مثالیں ہیں مثلاً دو متوازی دیواروں کو جکڑنے والی بندھن سلاخیں اور ٹائر جو پہیوں پر سکڑ کر بیٹھے ہوں۔

حرارت کے تحت طولی پھیلاؤ تپش کی معمولی وسعتوں میں تپش کے اضافے کے متناسب ہوتا ہے۔ متناسب تطول یعنی تطول فی اکائی طول فی درجہ تپش کو طولی پھیلاؤ کی شرح کہا جاتا ہے۔ اس طرح اگر پھیلاؤ کی شرح عہ ہو تو ایک سلاخ جس کا طول تپش $ت_1$ پر ل ہو تپش $ت_2$ پر حسب ذیل طول کی ہو جائیگی

$$ل\{1 + عہ(ت_2 - ت_1)\}$$

[1] دیکھو لوہے اور فولاد کے انسٹی ٹیوٹ کے رسالہ (سنہ ۱۹۰۵ء) میں ہیڈ فیلڈ (Hadfield) کا مضمون۔ یا رسالہ انجینیر ۲۶ مئی ۱۹۰۵ء یا رسالہ انجینیرنگ ۹ مئی ۱۹۰۶ء۔ اور لی (Lea) کا وہ مضمون جس کا حوالہ "رینگنے" کے سلسلے میں اوپر دیا گیا ہے۔

اگر اس کے بعد سلاخ ٹھنڈی ہو کر تپش ت۲° پر آئے اور سکڑاؤ بالکل نہ ہونے پائے تو فساد عہ (ت۱ - ت۲) باقی رہیگا اور سروں کو مقید کرنے والے سہاروں پر تناؤ ئے عہ (ت۱ - ت۲) سلاخ کی تراش کے فی اکائی رقبہ پیدا ہوگا۔ ئے ینگ کا مقیاس ہے۔

فارن ہیٹ درجوں کے لیے طولی پھیلاؤ کی تقریبی شرحیں (۶۷) حسب ذیل ہیں:—

پٹوال لوہا	۰۰۰۰۰۶۷ء
فولاد	۰۰۰۰۰۶۲ء
تانبا	۰۰۰۰۱۰ء
ڈھلا لوہا	۰۰۰۰۰۶۰ء

فولاد میں اگر سکڑاؤ روک دیا جائے تو تنشی فساد فی درجہ فارن ہیٹ ۰۰۰۰۰۶۲ء ہوگا، اور اگر کھنچاؤ کا مقیاس ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ لیا جائے تو اس سے زور کی حدت

$$13000 \times .0000062 = .806$$

ٹن فی مربع انچ پیدا ہوگی۔ اس طرح ۱ ٹن فی مربع انچ کا زور پیدا کرنے کے لیے

$$\frac{1}{.806} = \text{تقریباً } 1.2° \text{ف}$$

ٹھنڈا کرنا ہوگا۔

مشین کے اندر مختلف دھاتوں میں مختلف پھیلاؤ واقع ہونے سے شدید زور پیدا ہونے کا احتمال رہتا ہے۔ بعض وقت دو حصوں کے پھیلاؤں کے اختلاف سے بھی کام لیا جاتا ہے۔

مثال ۱ — اگر ۱ انچ قطر اور ۱۰ فٹ طول کی ایک فولاد کی سلاخ کرۂ ہوائی کی تپش سے ۱۰۰° ف اوپر تک گرم کی جائے اور سروں پر مضبوطی سے جکڑ لی جائے تو اگر ٹھنڈی ہوتے وقت سلاخ سروں کے بندھنوں کو بقدر $\frac{1}{16}$" کے کھینچ لے تو کرۂ ہوائی کی تپش تک ٹھنڈی ہونے پر

سلاخ میں کتنا تناؤ ہوگا۔ یہ مان لو کہ فولاد فی درجہ فارن ہیٹ اپنے طول کا ۰۰۰۰۰۶۲ء پھیلتا ہے اور یہ کہ کھنچاؤ کا معیار ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے

سلاخ کا حاصل فساد

= ۰۰۰۰۰۶۲ء × ۱۰۰ − ۱/۴۰ ÷ ۱۲۰

= ۰۰۰۶۲ء − ۰۰۰۲۱ء = ۰۰۰۴۱ء

اس لیے زور کی حدت = ۱۳۰۰۰ × ۰۰۰۴۱ء

= ۵ء۳۳ ٹن فی مربع انچ

اس لیے ۱ انچ قطر کی سلاخ پر مجموعی کھینچ

= ۵ء۳۳ × ۰ء۷۸۵۴ = ۴ء۱۸ ٹن

مثال ۲ — تانبے کی ۱ انچ قطر کی ایک چھوٹی سلاخ ایک فولادی نلی کے اندر جس کا بیرونی قطر ۱ ۳/۸ انچ ہے اور موٹائی ۱/۸ انچ ہے وسط میں رکھ دی گئی ہے اور ۶۰° ف پر دونوں کے سرے باہم استوارانہ جکڑ دیے گئے ہیں۔ اگر اس مجموعے کو ۲۶۰° ف تک گرم کیا جائے تو دونوں دھاتوں میں زور کی حدت کیا ہوگی۔ پھیلاؤ کی شرحیں وہی لو جو اوپر دی گئی ہیں۔ ے کی قیمت فولاد کے لیے ۱۳۰۰۰ اور تانبے کے لیے ۷۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے۔

تانبے میں فولاد سے آزاد پھیلاؤ کی زیادتی فی اکائی طول

= ۰۰۰۰۱ء − ۰۰۰۰۰۶۲ء = ۰۰۰۰۰۳۸ء

اب اس مجموعے میں تانبا اتنا نہیں پھیلیگا جتنا آزادی کی حالت میں پھیلتا، اور فولاد آزادی کی حالت سے زیادہ پھیلیگا۔ دونوں کے طولی فسادوں کا مجموعہ ۰۰۰۰۰۳۸ء فی درجہ اور اس طرح ۲۰۰ درجے کے لیے ۰۰۰۷۶ء ہوگا۔

اب اگر س۱ = فولاد کا فساد (۶۸)

اور س۲ = تانبے کا فساد

تو
$$س_ف + س_ت = 0.0076 \quad \text{.........} \quad (1)$$

فولاد میں زور کی حدت $= 13000\, س_ف$

تانبے 〃 〃 $= 7000\, س_ت$

فولاد میں مجموعی کھینچ = تانبے میں مجموعی دباؤ

اس لیے
$$13000 \times س_ف \times \frac{\pi}{4}\left\{\left(\frac{11}{8}\right)^2 - \left(\frac{9}{8}\right)^2\right\}$$
$$= 7000 \times س_ت \times \frac{\pi}{4}$$

اس لیے
$$\frac{س_ف}{س_ت} = \frac{7}{13} \times \frac{8^2}{11^2 - 9^2} = \frac{7}{13} \times \frac{64}{40} = \frac{56}{65}$$

یا
$$س_ت = \frac{65}{56}\, س_ف \quad \text{.........} \quad (2)$$

اس قیمت کو (۱) میں مندرج کرنے سے

$$س_ف\left(1 + \frac{65}{56}\right) = 0.0076$$

$$س_ف = 0.00352$$

$$س_ت = 0.00408$$

فولاد میں زور کی حدت $= 13000 \times 0.00352$

$= 45.7$ ٹن فی مربع انچ

تانبے میں زور کی حدت $= 7000 \times 0.00408$

$= 28.6$ ٹن فی مربع انچ

انتہائی مضبوطیوں کی جدول ذیل کی قیمتیں اوسط ہیں انتہائی نہیں		
شے	تنفشی استحکام ٹن فی مربع انچ	جزّی مضبوطی ٹن فی مربع انچ
ڈھلا لوہا	۷ تا ۱۰	۹ تا ۱۱
پٹواں لوہے کی سلاخیں	۲۰ تا ۲۴	۱۵ تا ۱۸
" " تختیاں (مضبوطی ریشوں کی سمت میں)	۲۱	۱۶
" " " (مضبوطی ریشوں کے علی القوائم)	۱۹	۱۴
فولاد، نرم تعمیری (دیکھو جدول دفعہ ۳۱)	۲۸ تا ۳۲	۲۱ تا ۲۴
" " ریوٹوں کے لیے	۲۶ تا ۲۹	-
" پٹریوں کے لیے	۳۰ تا ۴۰	-
" کے ڈھلواں اور گھڑائیاں	۲۵ تا ۳۵	-
" کے تار	۷۰ تا ۹۰	-
اوزاری فولاد (کاربنی، سختایا)	۷۰	۴۵
تانبا، ڈھلا ہوا	۹	-
" ، سخت کھنچا ہوا	۲۰	-
" ، تپا نرمایا ہوا	۱۳	-
پیتل	۸	۸ تا ۱۰
توپ دھات	۱۴ تا ۱۷	۱۵
فاسفر کانسی	۲۶	۲۴
مینگنیز کانسی	۳۵	-
الومینیم، ڈھلا ہوا	۳ تا ۵	-
" ، بیلا ہوا	۷ تا ۱۰	۶
الومینیم کانسی (۱۰ فی صدی تانبا)	۴۰	۲۵
چوبینہ	دیکھو دفعہ ۱۹۶	دیکھو دفعہ ۱۹۸

(۴۹) انتہائی فشاری یا کچل مضبوطی کی جدول

شے	شکستی مضبوطی ٹن فی مربع انچ
ڈھلا لوہا	۴۰ تا ۵۰
پیتل	۵
تانبا (ڈھلا)	۲۰

لچک کی قدروں کی جدول

شے	کھنچاؤ کا، یا راست، یا ینگ کا مقیاس ے ٹن فی مربع انچ	عرضی، یا جزی، یا استواری کا مقیاس س ٹن فی مربع انچ
پٹواں لوہا	۱۲۰۰۰ تا ۱۳۰۰۰	۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰
فولاد	۱۳۰۰۰ تا ۱۴۰۰۰	۵۵۰۰ تا ۶۵۰۰
ڈھلا لوہا	۶۰۰۰ تا ۹۰۰۰	۲۵۰۰ تا ۳۵۰۰
تانبا	۶۰۰۰ تا ۷۰۰۰	۲۰۰۰ تا ۳۰۰۰
پیتل	۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰	۲۰۰۰ تا ۳۰۰۰
توپ دھات	۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰	۲۰۰۰ تا ۳۰۰۰
ایلومینیم	۴۰۰۰ تا ۵۰۰۰	—
ایلومینیم کانسی	۷۵۰۰	—

سوالات ۲

۱۔ نرم فولاد کے ایک گول ٹکڑے کے تنشی امتحان کے مشاہدات سے

جس کا قطر ۱ انچ اور ناپ نقطوں کے درمیان طول ۱۰ انچ تھا حسبِ ذیل اعداد حاصل ہوئے :—

بوجھ (ٹن)	۵	۱۰	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۰٫۵	۲۱	۲۱٫۵
تطول (انچ)	٫۰۰۴۷	٫۰۰۹۶	٫۰۱۴۵	٫۰۱۵۵	٫۱۶	٫۲۱	٫۲۶	٫۳۲	٫۳۶	٫۳۹	٫۴۳
بوجھ (ٹن)	۲۲	۲۲٫۵	۲۳	۲۳٫۵	۲۴	۲۴٫۵	۲۵	۲۵٫۴۵	۲۵٫۱	۲۳٫۱	۲۱٫۷
تطول (انچ)	٫۴۹	٫۵۳	٫۶۰	٫۶۹	٫۷۸	٫۸۹	۱٫۰۸	۲٫۱۳	۲٫۱۳	۲٫۳۰	۲٫۳۵

لچکدار اور متمادّ تطولوں کے لیے علیحدہ زور فساد نقشے کھینچو اور دھات کی انتہائی تنشی مضبوطی، نقطۂ مغلوبیت پر زور کی حدت، ۱۰ انچ پر فی صدی تطول اور کھنچاؤ کا مقیاس معلوم کرو۔

۲۔ دو متوازی دیواروں کو جن کا باہمی فاصلہ ۲۵ فٹ ہے ایک انچ قطر کی فولادی سلاخ کے ذریعے باہم تھاما گیا ہے جو دونوں سروں پر دھات کی تختیوں اور ڈھبریوں میں سے گزرتی ہے۔ سلاخ جب ۳۰۰° ف کی تپش پر تھی تو ڈھبریاں کس دی گئیں۔ سلاخ جب ٹھنڈی ہو کر ۶۰° ف کی تپش پر آجائے تو حسبِ ذیل صورتوں میں اُس کی کھینچ معلوم کرو (ا) سرے بالکل اپنی جگہ برقرار رہیں (ب) سرے بقدر $\frac{1}{4}$ انچ کے مغلوب ہوں۔ فولاد فی درجہ فارن ہیٹ اپنے طول کا ۰۰۰۰۰۶۲ء پھیلتا ہے اور ے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔

۳۔ تانبے کی دو موٹی تختیاں فولادی بولٹوں کے ذریعے باہم تماس میں رکھی گئی ہیں۔ اگر تپش میں ۲۰۰° ف کا اضافہ ہو اور بولٹوں کے سروں اور ڈھبریوں کو اتنی کافی مسندی سطح ہو کہ تانبے کے فشاری فساد نظر انداز کیے جا سکیں تو بولٹوں کے اندر تنشی زور کا اضافہ معلوم کرو۔ فارن ہیٹ درجوں کے لیے پھیلاؤ کی شرح فولاد کے لیے ۰۰۰۰۰۶۲ء اور تانبے کے لیے ۰۰۰۰۱ء، اور (۷۰)

ہے کی قیمت فولاد کے لیے ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔

۴۔ ۳۰۰۰ پونڈ کا ایک بوجھ تین متوازی تاروں سے سہارا گیا ہے جو ایک ہی انتصابی مستوی میں ہیں۔ درمیانی تار فولاد کا ہے اور بازو کے دونوں پیتل کے ہیں اور تینوں کا تراشی رقبہ $\frac{۱}{۴}$ مربع انچ ہے۔ تار اس طرح ترتیب دیے گئے ہیں کہ جب تپش ۶۰° ف ہو تو تینوں مساوی بوجھ سہارتے ہیں۔ ہر ایک تار کا زور (ا) ۶۰° ف پر (ب) ۲۰۰° ف پر معلوم کرو اور بتاؤ کہ ہر ایک تار مجموعی بوجھ کی کونسی کسر برداشت کرتا ہے۔ ے کی قیمت فولاد کے لیے ۳۰×۱۰^{۶} پونڈ فی مربع انچ اور پیتل کے لیے ۱۲×۱۰^{۶} پونڈ فی مربع انچ ہے اور پھیلاؤ کی شرح فارن ہیٹ درجوں کے لیے فولاد کے لیے ۰٫۰۰۰۰۰۶۲ اور پیتل کے لیے ۰٫۰۰۰۰۱ ہے۔

۵۔ ایک ڈھلے لوہے کا استوانے کا ڈھکن ڈھلے لوہے کے استوانے کے حاشیے کو پٹواں لوہے کے بولٹوں کے ذریعہ بولٹ کیا گیا ہے جن کا مجموعی تراشی رقبہ اُن سے دبنے والی سطحوں کے موثر رقبے کا $\frac{۱}{۱۰}$ ہے۔ اگر بولٹوں کو کسنے کے بعد دھات کی تپش ۳۰۰° ف بڑھ جائے تو بولٹوں میں تناؤ کی کمی فی مربع انچ معلوم کرو۔ پھیلاؤ کی شرح (فارن ہیٹ) پٹواں لوہے کے لیے ۰٫۰۰۰۰۰۶۷ اور ڈھلے لوہے کے لیے ۰٫۰۰۰۰۰۶ ہے۔ ے کی قیمت پٹواں لوہے کے لیے ۱۲۰۰۰ ٹن فی مربع انچ اور ڈھلے لوہے کے لیے ۶۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے۔

تیسرا باب (۷۱)

بازگشتگی اور متغیّر زور

۷۰ - تنشی فساد پیدا کرنے میں کام ——— ایک سلاخ کے اُوپر ایک بتدریج بڑھتا ہوا تنشی بوجھ لگایا جائے تو بوجھ کی سمت میں تطول واقع ہوتا ہے اور کام ہوتا ہے - ایک بہت چھوٹے تطول مف لا انچ کے دوران میں کھینچ کی متغیر قوت مستقل اور ق ٹن کے مساوی سمجھی جا سکتی ہے - تب اس تطول کے دوران کا کام

= ق × مف لا انچ ٹن

مجموعی تطول ل کے دوران کے کام کو ق × مف لا جیسی مقداروں کے مجموعے سے یعنی ———

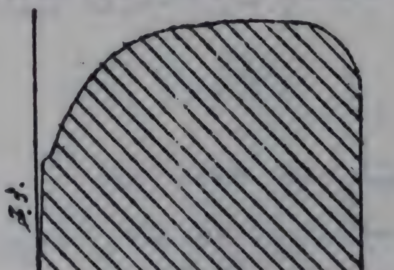
ح (ق × مف لا) یا $\int^{ل}$ ق فر لا

سے تعبیر کیا جا سکتا ہے -

ترسیمی تعبیر ——— کسی "بوجھ تطول" نقشے میں معین قوت کو تعبیر کرتے ہیں اور فصلے پیدا شدہ تطول کو - اس طرح منحنی کے نیچے کا رقبہ یعنی ———

ارق فرلا

کھنچاؤ کے کام کو تعبیر کرتا ہے۔ اسی طرح شکل ۴۵ میں سایہ دار رقبہ کام کو تعبیر کریگا۔



شکل ۴۵

پیمانہ — اگر قوت کا پیمانہ ایک انچ کو ف ٹن ہو اور تطول کا پیمانہ ایک انچ کو ط انچ تو نقشے کا ایک مربع انچ رقبہ ف ط" انچ ٹن" کو تعبیر کریگا۔ اس طرح یہ کام کے نقشے کا پیمانہ ہوگا۔

متمدد دھاتوں میں شکستگی تک کے پورے کام کو موٹے اندازے کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے کہ مجموعی تطول اور نقطۂ مغلوبیت کے بوجھ کا حاصل ضرب مثبت تطول اور اعظم بوجھ اور نقطۂ مغلوبیت کے بوجھ کے فرق کے دو تہائی حاصل ضرب کے مساوی ہے۔ یا بالفاظ دیگر اوسط بوجھ

$$= \text{مغلوبیت کا بوجھ} + \frac{2}{3}\,(\text{اعظم بوجھ} - \text{مغلوبیت کا بوجھ})$$

اس تقرب کے معنیٰ یہ ہوئے کہ نقطۂ مغلوبیت تک کے فساد کو نظر انداز کیا جائے اور باقی زور فساد منحنی کو مکافی سمجھا جائے۔ (۶۲)

۴۱ - لچکدار فساد کی توانائی

لچکدار فساد پیدا کرنے میں جو کام ہوتا ہے وہ زیر فساد شے کے اندر فسادی توانائی کی شکل میں مجتمع ہوتا ہے اور بوجھ ہٹا لینے پر نمودار ہوتا ہے۔ اس کے برخلاف غیر لچکدار فساد کے دوران میں جو کام کیا جاتا ہے وہ شے کے ذرات کے اتصال پر غالب آنے اور ان کو ایک دوسرے پر پھسلانے میں صرف ہوتا ہے اور زیر فساد شے میں حرارت کی شکل میں ظاہر ہوتا ہے۔ جو اشیا ھوک کے

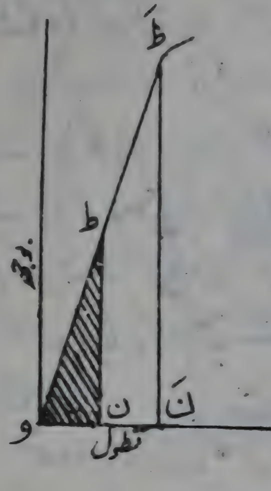
قانون کی پابندی کرتی ہیں اُن میں چونکہ بوجھ تطول نقشے کا لچکدار حصہ ایک خطِ
مستقیم ہوتا ہے اس لیے اگر تنشی فساد میں
بوجھ لچک کی حد سے متجاوز نہ ہو تو فسادی
توانائی کی شکل میں جو کام جمع ہوتا ہے وہ

= $\frac{1}{2}$ بوجھ × تطول

شکل ۴۶ میں جب بوجھ قیمت ط ن
کو پہنچے تو جمع شدہ کام سایہ دار رقبہ
ط و ن یعنی $\frac{1}{2}$ × ط ن × و ن سے
تعبیر ہوگا جو

$\frac{1}{2}$ × بوجھ × تطول

کے تناسب ہے



شکل ۴۶

۴۲۔ بازگشتگی — لفظی طور پر بازگشتگی سے وہ طاقت مراد ہوگی جو کسی زیرِ فساد شے میں فسادی قوتوں کے ہٹ جانے پر اپنی اصلی حالت پر واپس آنے کی ہو۔ لیکن اصطلاح میں اس سے مراد وہ توانائی ہے جو زیرِ فساد شے واپس کردے۔ لچک کی حد کے اندر اس کی مقدار تنشی فساد کے کام کی طرح بوجھ کے نصف اور تطول کے حاصل ضرب کے مساوی ہوگی۔

اگر دھات کا ایک ٹکڑا لچک کی حد کے اندر یکساں تنشی زور کی حدت ف کے تحت ہو۔ تراش کا رقبہ س ہو اور طول ل اور بوجھ ف × س ہو تو
تطول

= ل × فساد = ل × $\frac{\text{ف}}{\text{ک}}$ (دفعہ ۹)

جہاں ک کھنچاؤ کا مقیاس ہے۔ اس لیے بازگشتگی

$$= \frac{1}{2}\,\text{ف ر} \times \text{ل}\,\frac{\text{ف}}{\text{ے}} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{ف}^{2}}{\text{ے}}\,\text{ل ر}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\text{ف}^{2}}{\text{ے}} \times \text{ٹکڑے کا حجم}$$

یا بازگشتگی =

$$\frac{1}{2}\,\frac{\text{ف}^{2}}{\text{ے}}\ \text{فی اکائی حجم}$$

اگر تناؤ یکساں نہ ہو تو جملہ اسی شکل کا ہوگا لیکن اگر ف اعظم حدت ہو تو جزوِ ضربی $\frac{1}{2}$ سے کم ہوگا۔ چند خاص صورتوں پر بعد میں غور کیا جائیگا۔

برداشتنی بازگشتگی — کسی شے کے اندر مستقل فساد پیدا کیے بغیر جو فسادی توانائی جمع کی جا سکے وہ اس کی برداشتنی بازگشتگی کہلاتی ہے۔ اگر لچک کی حد یا برداشتنی زور پر زور کی یکساں حدت ز ہو تو برداشتنی بازگشتگی

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\text{ز}^{2}}{\text{ے}} \times \text{حجم}$$

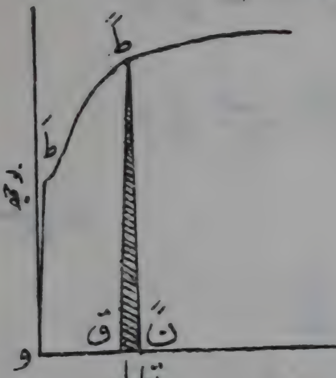
یہ شکل $\frac{46}{\text{ب}}$ میں ایسی شے کے لیے جو ھوک کے قانون کی پابند ہو رقبہ (۴۳)
و طاَ نَ سے تعبیر ہوگی۔

برداشتنی بازگشتگی کو بعض اوقات کسی شے کی ایک خاصیت کے طور پر بیان کیا جاتا ہے اور اس وقت اسے فی اکائی حجم بیان کرتے ہیں یعنی —

$$\frac{1}{2}\,\frac{\text{ز}^{2}}{\text{ے}}$$

لچک کی حد کے باہر فسادی توانائی — جیسا کہ دفعہ ۵ میں بیان کیا گیا ہے لچک کی حد کے باہر عموماً فساد کا صرف ایک حصہ لچکدار نوعیت کا ہوتا ہے۔ شکل $\frac{47}{\text{ب}}$ دفعہ ۳۲ سے معلوم ہوتا ہے کہ متمدد و تطول کے دوران میں جو لچکدار یا تقریباً لچکدار فساد ہوتا ہے اس کے دوران میں زور اور فساد کی نسبت خالص لچکدار فساد کے دوران کی نسبت سے زیادہ مختلف نہیں ہوتی۔ بالفاظِ دیگر

یہ تقریباً اصلی کھنچاؤ کے مقیاس کے مساوی ہوتی ہے۔ اس لیے فسادی توانائی یا جس کو "لچک کی حد کے باہر بازگشتگی" کہا جا سکتا ہے تقریباً



شکل ۴۷

$$\frac{1}{2}\ \frac{ف^2}{ہ} \times حجم$$

کے مساوی ہوگی اور شکل ۴۷ میں رقبہ طَ نَ قَ سے تعبیر ہو سکتی ہے جہاں طَ قَ تقریباً متوازی ہے طَ و کے اور تقریباً مستقیم ہے۔

یہ مقدار صریحاً اس کام سے بہت مختلف ہے جو بوجھ کو بتدریج بڑھا کر زور ف تک پہنچنے میں ہوتا ہے اور جو رقبہ و طَ نَ سے تعبیر ہوتا ہے اور بازگشتگی نہیں کہلا سکتا۔

۴۲ ا[1]۔ عام صورت میں لچکدار فساد کی توانائی۔

اگر صدر زور اور فساد وہ ہوں جو دفعہ ۱۹ میں دیے گئے ہیں تو چونکہ صدر زور $ف_1$، $ف_2$، $ف_3$ ایک دوسرے سے بے تعلق ہیں اس لیے $ف_1$ کا کام فی اکائی حجم (گزشتہ دفعہ کی سادہ صورت کے مقابلے میں جس میں $ف_2 = ف_3 = ۰$) جانبی فساد $\frac{ف_2 + ف_3}{م\ ہ}$ کے کام کی وجہ سے کم ہو جائیگا اور ذیل کی مقدار کے مساوی ہوگا:۔

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{ف_1^2}{ہ} - \frac{ف_1(ف_2+ف_3)}{م\ ہ}\right\} \quad\cdots\cdots\cdots (1)$$

اور اسی طرح کے جملے دوسرے زوروں $ف_2$، $ف_3$ کے لیے حاصل ہوں گے۔ اس لیے

[1] اس دفعہ کو کتاب کے ابتدائی مطالعے میں چھوڑ دینا بہتر ہوگا۔

جمع کرنے سے مجموعی فسادی توانائی فی اکائی حجم

$$= \frac{1}{2\text{ے}}\left\{\text{ف}_1^2+\text{ف}_2^2+\text{ف}_3^2-\frac{2}{\text{م}}\left(\text{ف}_1\text{ف}_2+\text{ف}_2\text{ف}_3+\text{ف}_3\text{ف}_1\right)\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

ایک دلچسپ مثال خالص جزّ کی ہے جس کے لیے فرض کرو کہ

$$\text{ف}_1=\text{ق}،\ \text{ف}_2=-\text{ق}،\ \text{ف}_3=0،$$

تب لچکدار فساد کی توانائی فی اکائی حجم

$$= \frac{\text{ق}^2}{\text{ے}}\left(1+\frac{1}{\text{م}}\right)$$

جو مساوات (۱) دفعہ ۱۳ کی رُو سے $\frac{1}{2}\,\frac{\text{ق}^2}{\text{س}}$ کے مساوی ہے، اور یہ نتیجہ
ایک دوسرے طریقے سے آگے چل کر نکالا جائیگا (دفعہ ۹۵) اور اس طرح یہ دفعہ ۱۳ کے (۴۴)
ربط (۱) کے ثبوت کا ایک متبادل طریقہ ہے۔

مقدار (۲) کی قیمت اعظم فسادی توانائی کے مفروضے (دفعہ ۲۵) کی رُو سے کسی شے کی لچکدار مضبوطی کا ناپ ہوگی۔ دفعہ ۲۵ کے آخر میں جس خاص صورت کا ذکر کیا گیا ہے اس میں ف_1 اور ف_2 کی بجائے دیے ہوئے صدر زور مندرج کیے جائیں اور ف_3 (= صفر) کو حذف کر دیا جائے اور اس کا خیال رکھیں کہ دفعہ ۲۵ کی ترقیم میں ف_1 زور کا ایک جزوِ ترکیبی ہے صدر زور نہیں تو (۲) کی شکل یہ ہو جاتی ہے:-

$$\frac{1}{2\text{ے}}\left\{\text{ف}_1^2+2\text{ق}^2\left(1+\frac{1}{\text{م}}\right)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

یا اگر ز وہ سادہ تناؤ ہو جس سے یہی لچکدار فسادی توانائی فی اکائی حجم پیدا ہو تو

$$\text{ز}^2=\text{ف}_1^2+2\text{ق}^2\left(1+\frac{1}{\text{م}}\right)=\text{ف}_1^2+\frac{\text{ے}}{\text{س}}\text{ق}^2 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

یا

$$\text{ز}=\sqrt{\text{ف}_1^2+\frac{\text{ق}^2\text{ے}}{\text{س}}}=\sqrt{\text{ف}_1^2+2\text{ق}^2\left(1+\frac{1}{\text{م}}\right)} \quad \ldots\ldots (5)$$

اگر ہوائی سن کی نسبت $\frac{۱}{م} = \frac{۱}{۴}$ جس کی وجہ سے

$$۱ + \frac{۱}{م} = \frac{ے}{۲ س} = \frac{۵}{۴}$$

تو معادل سادہ زور ز جس سے یہی لچکدار فسادی توانائی فی اکائی حجم پیدا ہو

$$ز = \sqrt{ف_۱^۲ + \frac{۵}{۲} ق^۲} \quad \text{......} (۶)$$

جو دفعہ ۲۵ کی مقداروں (۱) اور (۲) سے زیادہ ہے، اور "اعظم زور کے فرق" (یعنی جزی زور کے دگنے) سے کم ہے جو دفعہ ۲۵ کی مساوات (۳) سے

$$\sqrt{ف_۱^۲ + ۴ ق^۲}$$

ہے۔

۴۳۔ لچک کی حد کے اندر متحرک تنشی بوجھ

اگر ایک سلاخ پر ایک تنشی بوجھ اچانک لگایا جائے اور اس سے جو زور پیدا ہو وہ لچک کی حد سے باہر نہ ہو تو سلاخ ایک کامل کمانی کا عمل کریگی اور تناؤ میں اہتزاز کریگی۔ تعادل کے محل کے دونوں جانب اہتزاز کا حیطہ اُس امتداد کے مساوی ہوگا جو اسی بوجھ کو بتدریج لگانے سے پیدا ہوتا۔ اس لیے اعظم آنی فساد اس کا دُگنا ہوگا جو اسی بوجھ کو بتدریج لگانے سے پیدا ہوتا۔

مثلاً فرض کرو کہ ایک تنشی بوجھ و تراشی رقبہ ر کی ایک سلاخ کو اچانک لگایا جاتا ہے تب آنی فساد

$$س = ۲ \frac{و}{ر} \div ے$$

اور زور کی آنی حدت

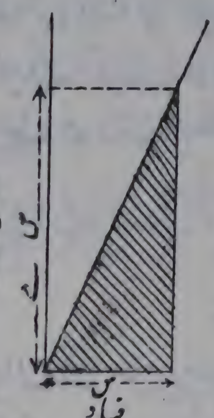
$$ف = ے س = ۲ \frac{و}{ر}$$

اور یہ اُس زور کا دُگنا ہے جو سکونی یا بتدریج لگائے ہوئے بوجھ و سے پیدا ہوتا۔ یہاں

یہ فرض کیا گیا ہے کہ زور فساد منحنی (یا ینگ کے مقیاس کی قیمت) لچک کی حد کے اندر بوجھ پڑنے کی شرح پر منحصر نہیں اور یہ بات غالباً تقریباً صحیح ہے۔
آنی "زور فساد" نقشہ شکل ۴۸ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا رقبہ مقدار

(۷۵) $$\frac{1}{2}\,\text{ے س}^{2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2}\,\frac{(\text{ے س})^{2}}{\text{ے}}$$

کے تناسب ہوگا جو شے کے اکائی حجم کا کام ہے۔
اگر ایک سلاخ پر پہلے سے ایک بوجھ مثلاً ایک "ساکن" تنشی بوجھ و. ہو اور اسی قسم کا ایک متحرک بوجھ و لگایا جائے تو بشرطیکہ لچک کی حد سے تجاوز نہ ہو اعظم زور



شکل ۴۸

$$= \frac{\text{و.}}{\text{ر}} + \frac{2\,\text{و}}{\text{ر}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{و.} + \text{و}}{\text{ر}} + \frac{\text{بوجھ کا تغیر}}{\text{ر}}$$

اگر اس کے برخلاف متحرک بوجھ و سے مخالف قسم کا زور پیدا ہو (مثلاً فشاری) تو آنی زور

$$= \frac{\text{و.}}{\text{ر}} - \frac{2\,\text{و}}{\text{ر}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{و.} - \text{و}}{\text{ر}} - \frac{\text{بوجھ کا تغیر}}{\text{ر}}$$

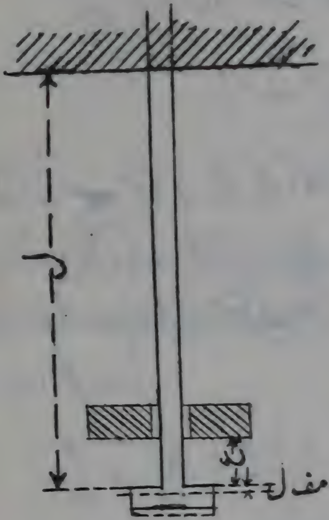
مثال — وہ سکونی بوجھ معلوم کرو جس سے وہی اعظم زور پیدا ہوں جو (ا) ایک ۴۰ ٹن کے ساکن تنشی اور ایک ۱۰ ٹن کے متحرک تنشی بوجھ سے پیدا ہوں، اور (ب) ایک ۲۰ ٹن کے ساکن تنشی اور ۳۰ ٹن کے متحرک فشاری بوجھ سے پیدا ہوں۔

(ا) معادل سکونی بوجھ = ۵۰ + ۱۰ = ۶۰ ٹن تناؤ۔

(ب) معادل سکونی بوجھ = ۲۰ − ۳۰ − ۳۰ = −۴۰ ٹن یعنی ۴۰ ٹن دباؤ۔

۴۴ - اگر ایک ہلکی سلاخ پر ایک تنشی بوجھ دھکے کے ساتھ محوراً لگایا جائے مثلاً ایک بھاری وزن کسی بلندی سے گرایا جائے اور زور اور فساد کی تناسبیت کی

حدود سے تجاوز واقع نہ ہوا ہو اگر سلاخ کے سوا تمام رابطے بے انتہا استوار ہوں تو سلاخ میں جو فسادی توانائی جمع ہو جائیگی وہ گرے ہوئے وزن کی کھوئی ہوئی توانائی بالحرکت کے مساوی ہوگی۔



شکل ۴۹

اگر ایک بھاری وزن و پونڈ (شکل ۴۹) ع انچ کی ایک بلندی سے ایک روک کے اوپر اس طرح گرے کہ طول ل انچ اور تراشی رقبہ ر مربع انچ کی ایک سلاخ میں ایک خالص محوری تنشی زور پیدا ہو تو اگر کھنچاؤ مف ل پیدا ہو، فساد س، اور آنی تنشی زور کی حدت ف، اور اگر روک، گرنے والا وزن، اور سلاخ کے سہارے سب بے انتہا استوار سمجھے جائیں تو

$$\text{و}\,(\text{ع} + \text{مف ل}) = \tfrac{1}{2}\,\text{ے س} \times \text{ر} \times \text{مف ل}$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\text{ق مف ل} \quad \ldots\ldots (۱)$$

جہاں ق سلاخ پر معادل سکونی بوجھ پونڈوں میں ہے اور ے کھنچاؤ کا لچک کا مقیاس پونڈ فی مربع انچ میں۔ اس لیے

$$\text{و}\,(\text{ع} + \text{مف ل}) = \tfrac{1}{2}\,\text{ے س} \times \text{ر} \times \text{س ل} \quad \ldots\ldots (۲)$$ (۶)

یا چونکہ $\frac{\text{ف}}{\text{ے}} = \text{س}$

$$\text{اس لیے}\quad \text{و}\,(\text{ع} + \text{مف ل}) = \tfrac{1}{2}\,\frac{\text{ف}^2}{\text{ے}} \times \text{سلاخ کا حجم} \quad \ldots\ldots (۳)$$

$$\text{اور}\quad \text{ف}^2 = \frac{۲\text{ے} \times \text{و}\,(\text{ع} + \text{مف ل})}{\text{سلاخ کا حجم}} \quad \text{یا تقریباً} \quad \frac{۲\text{ے و ع}}{\text{حجم}} \quad (۴)$$

جب کہ مف ل بلندی ع کے مقابلے میں بہت چھوٹا ہو۔

اس مساوات سے ف معلوم ہوسکتا ہے اگر ے معلوم ہو۔

اگر ع = ۰ تو

$$\text{ف}^{2} = \frac{\text{۲ ے و مف ل}}{\text{س ا ل}} = \text{۲}\,\frac{\text{و}}{\text{س}} \times \text{ے} \times \frac{\text{مف ل}}{\text{ل}}$$

$$= \text{۲}\,\frac{\text{و}}{\text{س}} \times \text{ف}$$

یعنی $\text{ف} = \text{۲}\,\frac{\text{و}}{\text{س}}$ ....(۵)

جیسا کہ دفعہ گزشتہ میں حاصل ہو چکا ہے۔

تصادم کے وقت سلاخ کے جمود کی وجہ سے جو توانائی ضائع ہو گی اگر اس کا لحاظ کیا جائے تو بقائے معیارِ حرکت کے اصول سے تصادم کے فوراً بعد وزن و اور سلاخ کے آزاد سرے کی رفتار ی اس طرح معلوم ہو سکتی ہے کہ یہ فرض کریں کہ امتداد اُسی طرح تقسیم ہوا ہے جس طرح کہ سکونی بوجھ و کی صورت میں ہوتا یعنی گویا کہ تناؤ سارے طول میں ایک آن میں پھیل گیا ہے۔ اس طرح اگر سلاخ کا وزن و ہو تو

$$\text{و}\sqrt{\text{۲ ج ع}} = \text{و ی} + \frac{\text{و}}{\text{ل}}\int_{0}^{\text{ل}} \frac{\text{لا}}{\text{ل}}\,\text{ی فرلا}$$

$$= (\text{و} + \tfrac{1}{2}\,\text{و})\,\text{ی}$$

یا $\text{ی} = \sqrt{\text{۲ ج ع}}\;\frac{\text{و}}{\text{و} + \frac{1}{2}\text{و}}$ ....(۶)

تصادم کے بعد مجموعی توانائی بالحرکت

$$\text{تح} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{و ی}^{2}}{\text{ج}} + \frac{1}{\text{۲ ج}} \times \frac{\text{و}}{\text{ل}}\int_{0}^{\text{ل}} \left(\frac{\text{لا}}{\text{ل}}\,\text{ی}\right)^{2} \text{فرلا}$$

$$= \frac{1}{\text{۲ ج}}\,(\text{و} + \tfrac{1}{3}\,\text{و})\,\text{ی}^{2}$$

$$= \frac{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})\,\text{و}^2}{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})^2}\,.\,\text{ع} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

اس توانائی بالحرکت میں و اور و کے تجاذبی کام کو جمع کر کے حاصل جمع کو فسادی توانائی کے اضافے کے مساوی رکھیں تو

$$\text{نیح} + \text{و}\,\frac{\text{ف}}{\text{ے}} \times \text{ل} + \frac{\text{و}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ف}}{\text{ے}} \int^{\text{ل}} \text{لا فرلا}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\text{ف}^2\,\text{سا ل}}{\text{ے}} + \frac{\text{و}}{\text{ل}} \times \frac{\text{ف}}{\text{ے}} \int^{\text{ل}} \text{لا فرلا} \quad \cdots\cdots (8)$$ [۱]

یا
$$\text{ف}^2 - 2\,\text{ف}\,\frac{\text{و}}{\text{سا}} - \frac{2\,\text{ے}}{\text{سا ل}} \times \frac{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})}{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})^2} \times \text{و}^2\,\text{ع} = 0 \quad \cdots\cdots (9)$$

یا
$$\text{ف} = \frac{\text{و}}{\text{سا}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{2\,\text{سا}\,\text{ے}\,(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})}{\text{ل}\,(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})^2} \times \text{ع}} \right\} \quad \cdots\cdots (10)$$

اگر ع = ۰ تو ف = ۲ $\frac{\text{و}}{\text{سا}}$ جیساکہ دفعۂ گزشتہ میں اور دفعۂ ہذا میں اوپر حاصل ہوا ہے۔ اگر ع تطول منف ل کے مقابلے میں بہت بڑا ہو تو مساوات (۹) میں ف کی رقم غائب ہو جائیگی اور

$$\text{ف} = \text{و}\sqrt{\frac{2\,\text{ے}}{\text{ل سا}}\,.\,\frac{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})}{(\text{و} + \frac{1}{2}\text{و})^2} \times \text{ع}} \quad \cdots\cdots (11)$$

---

۱ دائیں جانب اس طرح حاصل ہوتی ہے کہ ابتدائی فسادی توانائی $\frac{1}{2\,\text{ے}} \int^{\text{ل}} \left(\frac{\text{و لا}}{\text{سا ل}}\right)^2 \text{سا فرلا}$ کو آخری فسادی توانائی $\frac{1}{2\,\text{ے}} \int^{\text{ل}} \left(\text{ف} + \frac{\text{و لا}}{\text{سا ل}}\right)^2 \text{سا فرلا}$ میں سے تفریق کیا جائے۔

دستور ہے کہ دھکے کے ساتھ پڑنے والے یا تیزی کے ساتھ پڑنے والے بوجھوں کی صورت میں کھنچاؤ کا مقیاس وہی تسلیم کیا جائے جو سکونی امتحان سے حاصل ہوتا ہے اگرچہ یقین نہیں کہ یہ درست ہے۔ اس کے متعلق[1] ہم پروفیسر ہاپکنسن[2] کے دھکوں کے تجربات کا حوالہ دیتے ہیں جن میں ایسے خالص لچکدار زور اور فساد پائے جاتے ہیں جو لچک کی عام مفروضہ حدود سے بہت زیادہ ہیں بشرطیکہ وہ وقفہ جس کے دوران میں زوران حدود سے بڑھ گئے ہوں $\frac{1}{1000}$ ثانیہ یا اس سے کم ہو۔ آیا زور لگانے کی اتنی تیز شرحوں میں زور اور فساد کا باہمی ربط وہی رہتا ہے جو ان سے ہزاروں گنا سست شرح پر ہوتا ہے یہ امر نامعلوم ہے۔ (۷۷)

مثال — اگر کسی ۲ ہنڈرڈویٹ کے وزن کے گرنے کا پورا صدمہ ایک فولادی سلاخ کے کھنچنے میں صرف ہو جس کا قطر $1\frac{1}{2}$ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے تو سلاخ کا امتداد اور زور کی حدت معلوم کرو۔ فولاد کے لیے ہے کی قیمت ۳۰×۱۰^۶ پونڈ فی مربع انچ اور گرنے کی بلندی سلاخ کے کھنچنے سے پہلے ۲ انچ ہے۔

اگر لا = کھنچاؤ انچوں میں، تو توانائی کی مساوات انچ پونڈوں میں حسب ذیل ہوگی:

$$۲۲۴(۲ + لا) = \frac{1}{2} ہے \frac{لا}{۱۲۰} \times \frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times لا$$

یا $$لا^2 - ۰٫۰۰۱ لا - ۰٫۰۰۲۰۳ = ۰$$

یا $$لا = ۰٫۰۴۵۵ \text{ انچ}$$

$$\text{زور کی حدت} = \frac{۰٫۰۴۵۵}{۱۲۰} \times ۳۰ \times ۱۰^6 = ۱۱۳۷۰ \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

---

[1] روئداد رائل سوسائٹی فروری ۱۹۰۵ء۔ نیز "صدمہ کے متعلق چند تجربات" رسالہ انجینیرنگ ۳۰ اپریل و ۷ مئی ۱۹۰۹ء۔

[2] Prof. B. Hopkinson

۴۵۔ صدموں کی مزاحمت ۔۔ ظاہر ہے کہ کسی شے میں کسی ضرب کی توانائی کو لے لینے کی جو صلاحیت ہوگی اُس سے ایک حد تک اس بات کا پتا چلیگا کہ یہ شے ایسی تعمیروں کے لیے موزوں ہے یا نہیں جو صدموں کے زیر عمل آتی ہوں۔ ایک دلچسپ سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ اس موزونیت کو معلوم کرنے کے لیے برداشتنی بازگشتگی بہتر رہنما ہے یا شے کو توڑ دینے کا مجموعی کام۔ اس کے لیے متعدد باتوں پر غور کرنا ضروری ہے۔

(۱) مستقل بگاڑ کے بغیر ضرب کو برداشت کر لینے کی صلاحیت کا ایک پیمانہ برداشتنی بازگشتگی یعنی وہ توانائی ہے جو لچک کی حد تک جمع ہو اور جو رقبہ ط اَ ن و (شکل ۴۶) کے متناسب ہے۔ چونکہ یہ مقدار ایک سکونی یا آہستہ لداؤ کے امتحان سے معلوم کی جاتی ہے اس لیے یہ صحیح طور پر ضرب کی برداشت کی صلاحیت کا اندازہ اُسی صورت میں کریگی کہ فسادوں کی مقدار زور لگانے کی شرح پر منحصر نہ ہو۔

(۲) کسی شے کو توڑنے میں جو مجموعی کام صرف ہو اُس سے اس کا اندازہ ہو سکتا ہے کہ یہ شے پہلے بیش فساد نہ ہوئی ہو تو ایک واحد ضرب سے ٹوٹنے کی کتنی مزاحمت کریگی۔ یہ امر کہ آیا یہ بہت تیز لداؤ اور آہستہ لداؤ دونوں کے لیے ایک ہی ہے اس پر منحصر ہے کہ آیا دونوں صورتوں میں بے لچک فساد اور زور ایک ہی ہیں۔ مگر غالباً انتہائی زور اور فساد دونوں تیز لداؤ کی صورت میں زیادہ ہوتے ہیں یعنی شکستگی کی مزاحمت زیادہ ہوتی ہے۔

(۳) برداشتنی بازگشتگی کے اور اُس کام کے درمیان جو کسی شے کو توڑنے میں کیا جائے کسی ربط کا ہونا ضروری نہیں خواہ یہ توڑنا آہستہ یا تیز یا زور کو ایک ہی بار لگانے یا بار بار لگانے سے عمل میں آیا ہو۔

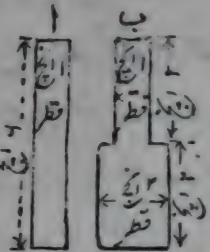
مساوی یا غیر مساوی ضربوں کی تکرار سے جو شکستگی واقع ہوگی اُس میں صرف شدہ توانائی صریحاً وہ نہیں ہوگی جو ایک ہی ضرب سے توڑنے میں ہوتی ہے۔ اگر ایک واحد ضرب جس کی توانائی رقبہ و ط ط ن نَ (شکل ۴۷) کے

متناسب ہو طؔ نؔ کے متناسب زور پیدا کرے تو لچکدار فساد کی توانائی کسی رقبہ طؔ نؔ قؔ کے متناسب ہوگی۔ اس سے جو سختاؤ پیدا ہوگا (دفعہ ۳۲) اُس سے لچکدار فساد کی برداشت کی صلاحیت بڑھ جائیگی لیکن ایک دی ہوئی ضرب سے پیدا ہونے والے زور بھی بڑھ جائینگے۔ پیکر پذیر فساد کے ذریعے صدموں کو برداشت کرنے کی صلاحیت جو اس طرح گھٹ جائیگی اُس کو تپانرمانے کے عمل کے ذریعے پھر حاصل کرلیا جاسکتا ہے جیسا کہ اُٹھاؤ، زنجیروں، وغیرہ، کی صورت میں ہوتا ہے۔

متعدد صدموں کے بعد واقع ہونے والی شکستگی تک جو مجموعی توانائی صرف ہوتی ہے اُس کا اور ایک واحد صدمے سے ہونے والی شکستگی کی توانائی کا ربط ظاہر ہے کہ کوئی ایسا سادہ ربط نہیں ہوگا بلکہ جو مختلف صدمات واقع ہوں اُن کی مقدار اور اُن سے پیدا ہونے والے سختاؤں پر منحصر ہوگا۔ نیز چھوٹی ضربوں کے بعد جس آخری ضرب سے شکستگی واقع ہو (۷۸) اُس کی توانائی صریحاً سابق کی ضربوں کی مقدار پر منحصر ہوگی۔ اس بات کا غلطی سے بعض اوقات خیال نہیں رکھا جاتا جب کہ اشیا کا بڑھتی ہوئی مقداروں کی تکراری ضربات سے تخریب تک امتحان کیا جاتا ہے، اور مزاحمت کی صلاحیت کا اندازہ فقط آخری ضرب کی مقدار سے کرلیا جاتا ہے۔

لچک کی حد تک جو توانائی جمع ہو، یا کسی شے کو توڑنے میں جو کام صرف ہو، جب کہ پوری شے میں زور کی حدت یکساں ہو، ان کو شے کے فی اکائی حجم بیان کرنے میں آسانی ہوتی ہے اور جب اس طرح بیان کیے جائیں تو وہ زیر بحث شے کی ایک خاصیت کے طور پر ہوتے ہیں۔ لیکن ایک دیے ہوئے فسادی عمل کے تحت اشیا کی شکلیں مختلف ہوں تو زور کی تقسیم مختلف ہوگی اور بازگشتگی یا شکستگی تک کا کام مختلف ہوگا کیونکہ یہ ایک حد تک ہندسی شکل پر منحصر ہوتے

ہیں۔ مثلاً ایک ہی شے کے دو ٹکڑوں ا اور ب (شکل ۵۰) سے بہت مختلف برداشتنی بازگشتگی حاصل ہوگی۔ ٹکڑے ب میں ٹکڑے ا سے حقیقی بازگشتگی کم ہوگی اور بازگشتگی فی اکائی حجم اور بھی کم ہوگی۔



شکل ۵۰

فرض کرو کہ زیر بحث شے کے لیے برداشتنی تنشی (یا فشاری) زور کی حدت یعنی لچک کی حد پر زور کی حدت ز ہے۔ تب چونکہ ب کی اقل تراشش وہی ہے جو ا کی ہے اس لیے مجموعی برداشتنی بوجھ دونوں ٹکڑوں کے لیے وہی ہوگا۔ ب کا امتداد صریحاً ا سے کم ہوگا اس لیے بازگشتگی جو بوجھ اور امتداد کے حاصل ضرب کا نصف ہوتی ہے اُسی نسبت میں کم ہوگی جس میں کہ امتداد کم ہے۔ نسبت۔

$$\frac{\text{ا کا امتداد}}{\text{ب کا امتداد}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{8}{5}$$

کیونکہ ب کے نچلے حصے میں زور صرف $\frac{1}{4}$ ز ہوگا۔

ا کی بازگشتگی (دفعہ ۴۲) —

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{ز}^2}{\text{ے}} \times \text{حجم} = \frac{1}{2} \frac{\text{ز}^2}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{4} \times 6$$

ب کی بازگشتگی —

اوپر کے حصے کے لیے جس کا قطر ا انچ ہے $= \frac{1}{2} \frac{\text{ز}^2}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{4} \times 3$

نچلے حصے کے لیے جس کا قطر ۲ انچ ہے $= \frac{1}{2} \frac{(\frac{1}{4}\text{ز})^2}{\text{ے}} \times 4 \times \frac{\pi}{4} \times 3$

$$= \frac{1}{2} \frac{\text{ز}^2}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$\text{مجموعی} = \frac{۱}{۲}\,\frac{\text{ز}^{۲}}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{۴} \times ۳\frac{۳}{۴}$$

اور نسبت

$$\frac{\text{ا کی بازگشتگی}}{\text{ب کی بازگشتگی}} = \frac{۶}{۳\frac{۳}{۴}} = \frac{۸}{۵} = ۱٫۶ \;\text{(اوپر کی طرح)}$$

یعنی ا کی شکل کا ٹکڑا ب کی شکل کے ٹکڑے کے مقابلے میں ۶۰ فی صدی زیادہ (۷۹)
توانائی لچکدار فساد کی شکل میں مستقل فساد کے بغیر جذب کر سکتا ہے حالانکہ شے ایک ہی ہے اور ب کا حجم زیادہ ہے۔

دونوں شکلوں کا فی اکائی حجم مقابلہ کرنے سے

$$\frac{\text{ا کا حجم}}{\text{ب کا حجم}} = \frac{۱ \times ۶}{(۴ \times ۳) - (۱ \times ۳)} = \frac{۲}{۵} \;\text{یا}\; ۰٫۴$$

اس لیے

$$\frac{\text{ا کی بازگشتگی فی اکائی حجم}}{\text{ب کی بازگشتگی فی اکائی حجم}} = \frac{۱٫۶}{۰٫۴} = ۴:۱$$

دونوں ٹکڑوں کا مقابلہ ایک اور طرح پر کیا جا سکتا ہے۔ اگر ب کے اندر زور کسی بوجھ سے مثلاً ایک دھکے والے بوجھ سے لچک کی حد ز کو پہنچے تو اس کے اندر جذب شدہ توانائی

$$= \frac{۱}{۲}\,\frac{\text{ز}^{۲}}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{۴} \times ۳\frac{۳}{۴}$$

اب اگر ا بھی یہی توانائی جذب کرے تو اس میں ایک پست تر زور ف پیدا ہوگا۔ (گزشتہ جملوں کے استعمال سے) ف کی قیمت یوں حاصل ہوگی :—

$$\frac{۱}{۲}\,\frac{\text{ف}^{۲}}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{۴} \times ۶ = \frac{۱}{۲}\,\frac{\text{ز}^{۲}}{\text{ے}} \times \frac{\pi}{۴} \times ۳\frac{۳}{۴}$$

یا

$$\frac{\text{ف}^{۲}}{\text{ز}^{۲}} = \frac{۵}{۸}$$

یا

$$\frac{\text{ف}}{\text{ز}} = \sqrt{\frac{۵}{۸}} = ۰٫۷۹$$

یعنی ایک دیے ہوئے عمل سے (ا) میں ۲۱ فی صدی کم زور پیدا ہو گا حالانکہ اس میں ۶۰ فی صدی کم مادہ ہے۔ اور اس کی وجہ یہ ہے کہ اس میں پورا طول دیے ہوئے عمل کے تحت متاثر ہے اور ب میں ایسا نہیں ہوتا۔

اس تقابل سے جو کسی قدر انتہائی صورت تھی یہ فوراً ظاہر ہو گا کہ کیوں ایسے بولٹ کے تنے کی تراش کو جو صدمات یا اچانک بوجھوں کے تحت آتا ہو گھٹا کر اس تراش کی حد تک لے آتے ہیں جو پیچ کی چوڑیوں کی تہ پر ہو۔ ڈنڈے کے اندر چوڑیوں میں کی اس اقل تراش سے زیادہ تراش رکھنے سے دھکے والی قوتوں کا اثر کم زور ترین حصے میں مرتکز ہو گا اور ان کا فسادی اثر بڑھ جائے گا۔

۴۶۔ دھاتوں کی تھکن

— تجربے سے معلوم ہوا ہے کہ تعمیر میں جو دھاتیں استعمال ہوتی ہیں وہ آخر کار ایسے زوروں کی تکرار سے ٹوٹ جاتی ہیں جو ان کی انتہائی سکونی مضبوطی سے بہت کم ہوتے ہیں۔ نیز یہ کہ اگر زوروں کی محض تکرار ہی نہ ہوئی ہو بلکہ تعاکس بھی ہوا ہو یعنی دھات پر مخالف قسموں کے تکراری بوجھوں کا عمل ہوا ہو تو شکستگی کی مزاحمت اور بھی گھٹ جاتی ہے۔ ان صورتوں میں اکثر کہا جاتا ہے کہ زیر بحث شئے "تھک گئی ہے"۔ چونکہ متغیر زور کے تحت کی ناکارگی کی ابھی پوری تحقیق نہیں ہوئی ہے اس لیے پوری دھات کی تھکن کے الفاظ سے یہ ٹھیک ٹھیک معلوم نہیں ہوتا کہ مادے کے اندر کیا واردات گزرتی ہے۔

نیز تھکن کے لفظ کو زور کے عمل کی تکرار کے اثرات کے ساتھ مخصوص کر دینا بھی درست نہیں کیونکہ بعض حالات میں ایک مستقل زور کے دیر تک عمل کرنے سے دھات کے اندر کم زوری پیدا ہو جاتی ہے۔ لیکن اب دستور یہی ہے کہ "تھکن" کا لفظ تکراری زور کے اثرات کے ساتھ مخصوص رکھا جاتا ہے۔ (۸۰)

یہاں یہ معلوم ہونا چاہیے کہ زور کے تغیرات کی آہستہ یا تیز تکرار سے دھات پر جو کچھ گزرتی ہے وہ اس سے بالکل مختلف ہے جو دفعہ گزشتہ میں

ضربات یا صدمات کے متعلق بیان ہوا ہے۔
اشیا کے سبک پن اور کفایت کی جو مانگ ہے اور مشینری میں بہت تیز تر رفتاروں کا جو استعمال ہونے لگا ہے اس کی وجہ سے موجودہ زمانے میں سابق کے مقابلے میں بہت زیادہ زور جائز رکھے جانے لگے ہیں اور چونکہ بہت سی صورتوں میں دھاتوں کی ناکارگی ایسے زوروں پر تھکن کی وجہ سے واقع ہو گی جو سکونی لداؤ کے لیے بالکل بے خطر ہوتے اس لیے گزشتہ ستر سال کے عرصے میں مختلف ممالک میں تھکن سے پیدا ہونے والی ناکارگی کی تجربانی تحقیقات پر بہت توجہ کی گئی ہے۔

تھکن پر غور کرنے کے لیے مناسب ہے کہ متغیر زوروں کی جو مختلف قسمیں ہیں اُن میں تمیز کی جائے۔ "گھٹتے بڑھتے" زور کی اصطلاح اُس وقت استعمال کی جاتی ہے جب زور ایک ہی علامت کی اعظم اور اقل قیمت کے درمیان بدلے اور اس میں اگر اقل قیمت صفر ہو تو زور کو "تکراری" کہا جاتا ہے۔ "متعاکس" زور سے مراد ایسے زور ہیں جو مخالف علامتوں کی اعظم اور اقل قیمت کے درمیان بدلیں مثلاً تناؤ سے فشار تک بدلیں۔ "متبادل" زور عموماً اُس متعاکس زور کو کہا جاتا ہے جو مساوی اور مخالف حدود کے درمیان بدلے۔

۴۷۔ تھکن کی تحقیقات کی مختصر تاریخ — اگرچہ ۱۸۶۴ء سے پہلے بھی کچھ تحقیقیں کی گئی تھیں لیکن اہم تحقیق سب میں پہلے فیربیرن[1] نے کی جو "رائل سوسائٹی کے فلسفیانہ کاروبار" میں ۱۸۶۴ء میں شائع ہوئی۔ اس کے بعد کئی اہم تحقیقیں کی گئیں خاص کر بیسویں صدی عیسوی میں۔ یہاں ایک تحقیق کا مختصر بیان کیا جاتا ہے۔ یہ تحقیق عزت کی مستحق ہے اور تھکن کے مضمون کے لیے ایک بہت کارآمد تمہید کا کام دیتی ہے۔

[1] Fairbairn

وولر کے تجرباتع — وولر کی طویل تحقیقوں سے لوہے اور فولاد کے گھٹتے بڑھتے زوروں کے تحت کے طرز عمل پر بہت روشنی پڑتی ہے۔ اس کے تجربات میں مروڑ، خماؤ اور سادہ راست زور شامل تھے۔ ان تجربات سے اہم ترین نتائج جو اخذ ہوتے ہیں، یہ ہیں:۔

(۱) گھٹتے بڑھتے زوروں کے تحت شکستگی کی مزاحمت خاص خاص حدود کے اندر زور کے گھٹنے بڑھنے کی وسعت پر یعنی اعظم اور اقل زور کے جبری فرق پر منحصر ہوتی ہے نہ کہ صرف اعظم زور پر۔

(۲) اگر زور متعاکس ہوں (یعنی تنشی اور فشاری) تو سکونی شکستی زور سے بہت کم پر بلکہ معمولی لچک کی حد سے بھی کم پر تکرار کی کثرت سے شکستگی واقع ہو سکتی ہے۔

یہ دوسرا نکتہ جدول ۱ اور شکل ۵۱ کے ذریعے واضح ہو سکتا ہے۔ منتخبہ دھات دُھرے کا لوہا ہے جو فینکس[2] کمپنی کا بنایا ہوا ہے۔ اس پر مساوی اور مخالف تناؤ اور فشار عاید کیے گئے جو خماؤ کے عمل سے ایک گھومتی ہوئی سلاخ میں پیدا ہوئے۔ اس دھات کی انتہائی مضبوطی معمولی سکونی تنشی امتحانات سے ۲۳ ٹن فی مربع انچ اور تطول تقریباً ۲۰ فی صدی حاصل ہوا تھا۔

ع اس کا ایک تفصیلی بیان رسالۂ انجینیرنگ جلد ۱۱ (۱۸۷۱ء) میں دیا گیا ہے۔ نیز ایک عمدہ بیان اور کئی نتائج اور بحث انون کی کتاب "اشیا کی آزمائش" میں دیے گئے ہیں (لانگمینز)۔ نیز برٹش ایسوسی ایشن کی رپورٹ ۱۸۸۷ء صفحہ ۴۲۴ میں۔

[1] Wöhler   [2] Phoenix Co.

(۸۱)

جدول ۱۔

(زور ٹن فی مربع انچ میں)

اعظم زور (تناؤ)	اقل زور (فشار)	زور کی وسعت	شکستگی تک تکرار کی تعداد
۱۵٫۳+	(-)۱۵٫۳	۳۰٫۶	۵۶۴۳۰
۱۴٫۳	۱۴٫۳	۲۸٫۶	۹۹۰۰۰
۱۳٫۴	۱۳٫۴	۲۶٫۸	۱۸۳۱۴۵
۱۲٫۴	۱۲٫۴	۲۴٫۸	۴۷۹۴۹۰
۱۱٫۵	۱۱٫۵	۲۳٫۰	۹۰۹۸۴۰
۱۰٫۵	۱۰٫۵	۲۱٫۰	۳۶۳۲۵۸۸
۹٫۶	۹٫۶	۱۹٫۲	۴۹۱۷۹۹۲
۸٫۶	۸٫۶	۱۷٫۲	۱۹۱۸۶۷۹۱
۷٫۶	۷٫۶	۱۵٫۲	۱۳۲۲۵۰۰۰۰ (نہیں ٹوٹا)

شکل ۵۱ میں زور کی وسعت کو معین اور اس پر شکستگی پیدا کرنے کے لیے تکرار کی ضروری تعداد کو فصلہ مان کر ترسیم کیا گیا ہے۔ لا انتہا تکرار کے لیے زور کی وسعت تقریباً ۱۵٫۲ ٹن حاصل ہوتی ہے یعنی ۷٫۶ ٹن فی مربع انچ اعظم تنشی یا فشاری زور۔ اور یہ قیمت شے کی معمولی لچک کی حد سے غالباً بہت نیچے ہے۔ یہ وسعت "زور کی انتہائی وسعت" کہلاتی ہے جس پر شکستگی واقع کرنے کے لیے تکرار کی مطلوبہ تعداد لا انتہا ہو جائے۔

یہ نتائج، اگرچہ بعض دیگر نتائج سے زیادہ باقاعدہ ہیں لیکن انہی کو

(۸۲)

جدول ۔ ۱

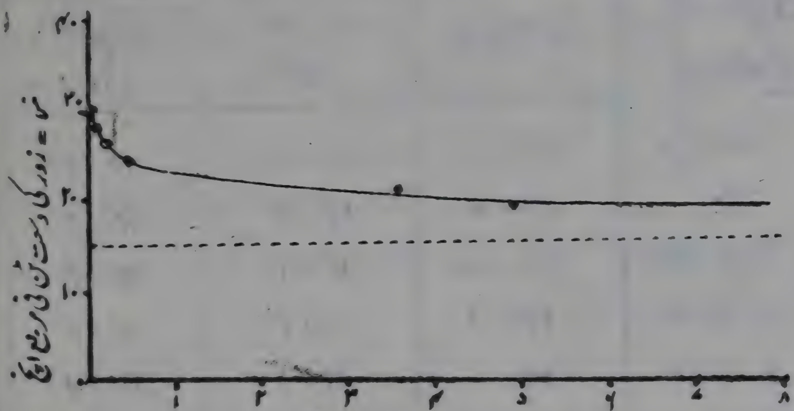
(زور ٹن فی مربع انچ میں)

اعظم زور	اقل زور	زور کی وسعت	شکستگی تک تکرار کی تعداد
۲۲٫۹۲	۰	۲۲٫۹۲	۸۰۰
۲۱٫۰۱	۰	۲۱٫۰۱	۱۰۶۹۱۰
۱۹٫۱۰	۰	۱۹٫۱۰	۳۴۰۸۵۳
۱۷٫۱۹	۰	۱۷٫۱۹	۴۰۹۴۸۱
۱۷٫۱۹	۰	۱۷٫۱۹	۴۸۰۸۵۲
۱۵٫۲۸	۰	۱۵٫۲۸	۱۰۱۴۱۶۴۵
+ ۲۱٫۰۱	+ ۹٫۵۵	۱۱٫۴۶	۲۳۷۳۴۲۴
+ ۲۱٫۰۱	+ ۱۱٫۴۶	۹٫۵۵	۴۰۰۰۰۰۰ (نہیں ٹوٹا)

یہاں تکراری زوروں کا انتہائی اعظم زور بوجھ کو لگا کر پورا نکال لینے کی صورت میں تقریباً ۱۵٫۲۸ ٹن فی مربع انچ ہے اور صرف نصف نکالنے کی صورت میں ۲۱ ٹن فی مربع انچ ہے۔ اس طرح متغیر بوجھ کی تینوں قسموں کے لیے انتہائی اعظم زور حسب ذیل ہوئے:

تکراری بوجھ کی قسم	انتہائی اعظم زور	انتہائی وسعت
کاملاً متعاکس	۷٫۶	۱۵٫۲
اعظم سے صفر تک	۱۵٫۲۸	۱۵٫۲۸
اعظم سے نصف تک	۲۱٫۰۱	تقریباً ۱۰

نوعیت میں مختلف مضبوطیوں کے پٹوال لوہوں اور فولادوں کے تمثیلی نتائج



شکل ۱۵

سمجھا جا سکتا ہے ۔ اعلیٰ کاربن کے سخت فولادوں میں نرم فولادوں سے "زور کی انتہائی وسعت" زیادہ حاصل ہوتی ہے ۔

گھٹتے بڑھتے زور کے تحت قوتِ برداشت کا زور کی وسعت پر انحصار جدول (۲) سے ظاہر ہو سکتا ہے ۔ یہ اوپر کی دھات کے خالص کششی امتحانات سے حاصل ہوئی ۔

ان اعداد سے ظاہر ہے کہ ایسے امتحانوں میں متغیر زور کے تحت برداشت یا شکستگی کا سوال اعظم زور سے زیادہ زور کی وسعت پر منحصر ہے۔

اسپین گن برگ[1] نے وولر[2] کے تجربات کو انہیں مشینوں پر جاری رکھا اور اسی طرح کے نتائج لوہے اور فولاد اور تانبے کی بھرتوں کے لیے حاصل کیے۔ اسی قسم کے وسیع نتائج باؤشنگر[3] اور سر بی۔ بیکر نے[4] لوہے اور فولاد کے لیے شائع کیے ہیں۔ چند نتائج مختلف لوہوں اور فولادوں کے لیے جدول ۳ میں درج کیے جاتے ہیں۔ ان میں صرف پہلا باؤشنگر کے تجربات سے ماخوذ ہے باقی سب انون[5] کی کتاب "اشیا کا امتحان" سے لیے گئے ہیں۔ زور جو ٹن فی مربع انچ میں بیان کیے گئے ہیں وہ زور ہیں جو دھاتوں نے شکستگی سے پہلے ۲۰ لاکھ سے زیادہ تکرار پر برداشت کیے۔

جدول ۳ سے ظاہر ہوتا ہے کہ زور کے "کامل تعاکس" یا "تبادل" کی حد سخت فولادوں میں انتہائی سکونی مضبوطی کی $\frac{1}{3}$ سے لے کر متمدد ترین لوہوں اور فولادوں میں $\frac{1}{2}$ تک ہوتی ہے۔ موجودہ زمانہ کی دھاتوں اور امتحان کے طریقوں سے ان سے بڑی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔ نیز جدول سے یہ بھی معلوم ہوگا کہ تکرار کی حد انتہائی مضبوطی کے ۴۰ سے ۶۰ فی صدی تک ہوتی (۸۳) ہے۔ متمدد لوہوں اور نرم فولادوں میں ۵۵ سے ۶۰ فی صدی تک ہوتی ہے۔ نیز یہ کہ تعاکس اور تکرار کی حدود اعلیٰ تنشی استحکام کے فولادوں (یعنی اعلیٰ کاربن والے فولادوں) میں زیادہ نرم اور متمدد فولادوں سے زیادہ ہوتی ہیں، اگرچہ انتہائی سکونی مضبوطیوں کی اتنی بڑی کسر نہیں ہوتیں جتنی نرم اور متمدد فولادوں میں ہوتی ہیں۔

---

۱ دیکھو انون کی "اشیا کی آزمائش" میں کے اور برٹش ایسوسی ایشن کی رپورٹ ۱۸۸۶ء صفحہ ۴۲۴ میں کے خلاصے۔

---

[1] Spangenberg [2] Wöhler [3] Bauschinger

[4] Sir B. Baker [5] Unwin

جدول نمبر ۳

شے اور تنشی استحکام	اقل زور (انتہائی)	اعظم زور (انتہائی)	زور کی انتہائی وسعت	اعظم کی نسبت تنشی استحکام کے ساتھ
کرپ (Krupp) کا ڈھلا فولاد، ۲۵ ٹن	-۱۴٫۰۵	+۱۴٫۰۵	۲۸٫۱	٫۲۷
	۰	۲۰٫۵	۲۰٫۵	٫۳۹
	۱۷٫۵	۳۷٫۷۵	۲۰٫۲۵	٫۷۳
پٹواں لوہے کی تختی، ۲۲٫۸ ٹن	-۷٫۱۵	+۷٫۱۵	۱۴٫۳۰	٫۳۱
	۰	۱۳٫۱۰	۱۳٫۱۰	٫۵۷
	۱۱٫۴	۱۹٫۲	۷٫۸	٫۸۴
بسمر فولاد، ۲۸٫۶ ٹن	-۸٫۵۵	+۸٫۵۵	۱۷٫۱۰	٫۳۰
	۰	۱۵٫۷	۱۵٫۷	٫۵۵
	۱۴٫۳	۲۳٫۸	۹٫۵	٫۸۳
فولادی پٹری، ۳۹ ٹن	-۹٫۷	+۹٫۷	۱۹٫۴	٫۲۵
	۰	۱۸٫۴	۱۸٫۴	٫۴۷
	۱۹٫۵	۳۰٫۸۵	۱۱٫۳۹	٫۷۹
نرم فولاد کی جوشارہ تختی، ۲۶٫۶ ٹن	-۸٫۶۵	+۸٫۶۵	۱۷٫۳	٫۳۳
	۰	۱۵٫۸	۱۵٫۸	٫۵۹
	۱۳٫۳	۲۲٫۵۵	۹٫۲۵	٫۸۵

رینلڈز[1] اور سمتھ[2] کی تحقیق ——— وولر کے کام کی اشاعت کے بعد ایک عرصے تک اس مضمون پر کوئی قابلِ ذکر کام نہیں ہوا

[1] Reynolds [2] Smith

یہاں تک کہ سنہ ۱۹۲۰ء میں ڈاکٹر جے۔ ایچ۔ سمتھ نے پروفیسر آسبرن رینلڈز کی شرکت میں ایک طویل تحقیق کے نتائج شائع کیے۔ یہ تحقیق ایک میکانی وزن کی عمودی قوتوں کے ذریعے مختلف دھاتوں میں پیدا ہونے والے زور کے تعاکسوں پر تھی (دیکھو دفعہ ۱۸۲)۔ مقابل سادہ زور یعنی تنشی اور فشاری تقریباً مساوی مقداروں کے تھے اور تعاکس کی سرعت جو وولر کے تجربات میں تقریباً ۶۰ تا ۸۰ تغیرات فی منٹ تھی ان تجربات میں ۱۳۰۰ تا ۲۵۰۰ فی منٹ تھی جو سابق کے تمام تجربات سے زیادہ ہے۔

ان تجربات سے یہ ثابت ہوتا معلوم ہوا کہ زور کے تعاکسوں کی صورت میں "زور کی انتہائی وسعت" اور کسی خاص زور پر شکستگی کے لیے تعاکسوں کی مطلوبہ تعداد ان تیز رفتاروں پر بہت کم ہے اور جو رفتاریں اوپر بیان کی گئی ہیں اُن کے درمیان رفتار کے بڑھنے سے گھٹتی ہے۔ لیکن بعد میں جو متعدد تحقیقیں عمل میں آئیں اُن سے معلوم ہوا کہ ہوا کی تپش پر متبادل زور کی انتہائی وسعت ۱۳۰۰ اور ۲۵۰۰ دور فی منٹ کے درمیان تعدد کے بدلنے سے نہیں بدلتی۔ تاہم رینلڈز اور سمتھ کے تجربات تھکن کی تحقیق کی تاریخ میں ایک اہم اور نمایاں واقعہ ہیں اور ان کی وجہ سے اس مضمون کے ساتھ نئے سرے سے دلچسپی پیدا ہوگئی اور میکانی انجنوں اور دیگر مشینوں کی رفتاروں میں اضافہ ہوجانے کی وجہ سے اور بعد میں ہوابازی کے انجنوں میں وزن کو کم سے کم رکھنے کی ضرورت کی وجہ سے اس دلچسپی میں اور اضافہ ہوگیا۔ (۸۴)

۸۴۔ تھکن کے مظہر کے متعلق موجودہ علم ۔ بیسویں صدی عیسوی میں اس مضمون پر انگلستان میں اور ممالک متحدہ امریکہ میں بہت تحقیق

ے رائل سوسائٹی کے شعبۂ فلسفہ کی روئداد ۱۹۰۲ء صفحہ ۲۶۵۔

کی گئی ہے۔ سب میں زیادہ روشنی ڈالنے والا جو کام ہے اُس کا اکثر حصہ انگلستان کے سرکاری طبیعی معمل (نیشنل فزیکل لیبارٹری) میں انجام پایا ہے اور حال میں اس معمل میں اور دوسری جگہوں پر جو تحقیقیں کی گئی ہیں اُن کو ایک فوقیت یہ حاصل ہے کہ اُن کو انجینیری کی اتحادی مجلس تحقیقات کے ساتھ اشتراک اور ہوائیاتی تحقیقی کمیٹی کے مشورے حاصل تھے۔ الی نوآ (Illinois) (امریکہ) کی یونیورسٹی کے انجینیری تجربہ گاہ میں بھی امریکہ کی سرکاری تحقیقی کونسل، بحری انجینیری تجربہ گاہ اور ہوائی سروس کے معمولوں کے ساتھ اشتراکِ عمل کے ذریعے قابلِ قدر تحقیق عمل میں آئی ہے۔ برطانوی اور امریکی سرکاری تحقیقی مجلسوں کی مطبوعات کی وجہ سے اِس مضمون کے باقاعدہ علم کا ایک کثیر حصہ حاصل ہوتا ہے جس کے اہم حصے پر ذیل کی دفعات میں تبصرہ کیا جاتا ہے۔ زمانۂ موجودہ کی تحقیقات کی ضروریات کے مدِ نظر متعدد موزوں امتحانی مشینیں ایجاد کی گئی ہیں ان کا کچھ حوالہ باب ۱۶ میں دیا گیا ہے۔

دھاتوں کی تھکن کے پورے مضمون پر مکمل معلومات کے لیے ڈاکٹر گاف[1] کی کتاب "دھاتوں کی تھکن" ۱۹۲۴ء کا یا پروفیسر مور اور کامرز[2] کی کتاب "دھاتوں کی تھکن" کا مطالعہ کیا جائے۔ اِن دونوں کتابوں میں معلومات کے اصلی ماخذوں کی تفصیلی فہرست دی گئی ہے۔ تفصیلی معلومات کا ایک کثیر حصہ الی نوآ (Illinois) یونیورسٹی کے انجینیری تجربہ گاہ کے رسالے کے نمبروں ۱۲۴، ۱۳۶، ۱۴۲، ۱۵۲، ۱۵۶، ۱۶۴ اور ۱۶۵ میں ملیگا۔ اس مضمون کا ۱۹۲۶ء تک کا ایک عمدہ مختصر تبصرہ گاف کے کینٹر[3] لکچروں (۱۹۲۸ء) میں ملیگا۔[ع]

---

[1] Dr. H. J. Gough

[2] Prof. H. F. Moore & J. B. Kommers

[3] Cantor Lectures

[ع] رائل سوسائٹی آف آرٹس کا رسالہ ۱۹۲۸ء۔

۴۹۔ زور کی انتہائی وسعتیں

—— بہت مختلف قسموں کی مشینوں سے بہت مختلف طریقوں پر تکراری زور لگائے گئے اور ان سب سے ایک اہم بات واضح طور پر ظاہر ہوئی اور وہ یہ ہے کہ ویسے ہوئے حالات کے تحت زور کی ایک معین انتہائی وسعت موجود ہوتی ہے جس کو بعض اوقات "تھکن کی وسعت" یا "برداشت کی وسعت" کہا جاتا ہے جس کے اندر زور کی تکرار کتنے ہی بار کیوں نہ کی جائے شکستگی واقع نہیں ہوگی۔ ظاہر ہے کہ یہ نتیجہ نکالنا مشکل ہے کہ زور کی بالکل لاانتہا تکرار پر بھی شکستگی واقع نہیں ہوگی لیکن تجربات میں تکرار ۱۰ کروڑ تک کی گئی تھی۔ نیز جس طریقے پر اس حد کا تقرب حاصل ہوتا ہے وہ خود اس حد کے وجود کی ایک زبردست دلیل ہے۔ ایک عمدہ مثال الی نوآ یونیورسٹی کے تجربہ گاہ کے رسالے کے نمبر ۱۲۴ سے پروفیسر مور اور کاموز کے کام سے انتخاب کی گئی ہے۔ ایک فولاد پر جس میں ۹۳ء فی صدی کاربن تھا اور جس پر ایک معین اور قلم بند شدہ حرارتی عمل کیا گیا تھا تکراری زور کا عمل کیا گیا۔ یہ تکراری زور (جو ایک گھومتے ہوئے قطعے پر یکساں خماؤ کا معیار عائد کر کے پیدا کیا گیا تھا) مساوی اور متضاد حدود کے درمیان تھا یعنی ایک خاص تننشی زور سے مساوی حدت کے فشاری زور تک بدلتا تھا۔ اس سے جو نتائج حاصل ہوئے وہ جدول ا میں درج ہیں۔

(۸۵)

جدول ۱

موؔر اور کاممرنر کے فولاد نمبر ۹، کاربن ۹۲ء ("گوہریں"[ل]) پر متعاکس خماؤ کے امتحان کے نما۔ن نتائج

نما یعنی اعظم زور پونڈ فی مربع انچ میں۔ تنناؤ اور فشار	ن یعنی دوروں کی تعداد ہزار کی اکائیوں میں
۴۸۸۰۰	۱۵
۴۴۵۰۰	۲۴
۴۲۰۰۰	۳۶
۴۰۰۰۰	۸۰
۳۸۱۰۰	۱۷۷
۳۶۹۰۰	۱۶۲
۳۵۷۰۰	۳۰۱
۳۴۲۰۰	۲۹۰
۳۳۴۰۰	۳۶۱
۳۲۸۰۰	۶۴۳
۳۲۲۰۰	۸۸۱
۳۱۱۰۰	۱۳۰۲
۳۰۸۰۰	۶۶۲
۳۰۸۰۰	۲۲۷۰
۳۰۵۰۰	۱۰۰۱۲۵ع
۳۰۵۰۰	۱۰۳۶۷۷ع
۳۰۳۰۰	۱۰۱۱۹۰ع
۲۹۹۰۰	۱۰۱۱۷۶ع
۲۹۹۰۰	۱۰۲۴۸۳ع

ل Pearlitic

ع نمونہ ٹوٹا نہیں

اگر ن کو فصلہ اور نر کو معین مان کر ایک منحنی کھینچا جائے جس کو نر/ن منحنی کہا جاتا ہے جس کا نمونہ شکل ۵۱ میں دکھایا گیا ہے تو منحنی تقریباً ۳۰۵۰۰ پونڈ فی مربع اِنچ کا متقارب ہوتا ہے۔ اگر نر اور ن کو ترسیم کرنے کی بجائے لوک نر اور لوک ن کو علی الترتیب فصلہ اور معین کے طور پر ترسیم کیا جائے[۱] جس کو لوک نر/لوک ن منحنی کہا جاتا ہے تو اور زیادہ نمایاں نتیجہ حاصل ہوتا ہے جو شکل ۵۲ میں دکھایا گیا ہے۔

شکل کو دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ زور کی اُن وسعتوں کے متناظر نقاط جن کے لیے شکستگی واقع ہوئی تقریباً ایک خطِ مستقیم پر واقع ہیں جس کو خارج کیا جائے تو لوک ۵ کے محور کو قطع کریگا۔ لیکن جن نقاط کے متناظر شکستگی واقع نہیں ہوتی اس مستقیم طریق سے بالکل ہٹ کر واقع ہیں۔ ترسیم کرنے کے اس لوکارتمی طریقے میں دو خوبیاں ہیں۔ ایک تو یہ کہ ایسا پیمانہ مل سکتا ہے جو ن کی بڑی قیمتوں اور چھوٹی قیمتوں دونوں کے لیے موزوں ہو دوسرے یہ کہ زور کی انتہائی وسعت کی قیمت کے قریب منحنی کا چپٹا پن زیادہ نمایاں ہو جاتا ہے۔ سٹرائے میئر[۲] نے نر اور ن کے درمیان ایک قوت نمائی ربط معلوم کرنے کی بھی کوشش کی[۲]

یہ امتحان اور قوت برداشت کے متعلق اکثر امتحانات فیرس دھاتوں (فولادوں) سے متعلق ہیں، لیکن اب یہ امر عام طور پر مسلم ہے کہ فیرس دھاتوں کے لیے زور کی ایک معین انتہائی وسعت ہے جو نمونے میں زور کے

---

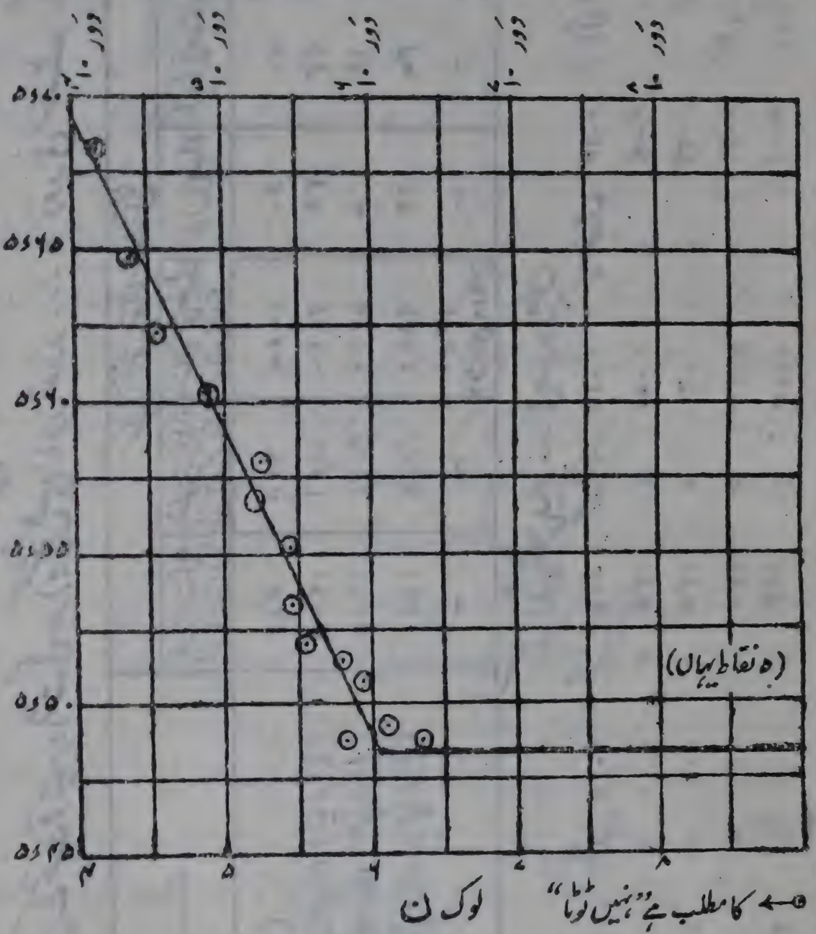
۱ جیساکہ باسکوئن نے "برداشت کے امتحان کا قوت نمائی قانون" میں تجویز کیا ہے۔ (آزمائش اشیا کی امریکی سوسائٹی کی روئداد جلد ۱۰ سنہ ۱۹۱۰ء)۔

۲ "متبادل زور کے تحت تھکن کی حدود" (روئداد رائل سوسائٹی الف جلد ۹۰ سنہ ۱۹۱۴ء)۔

---

۲ Stroymeyer

ایک تا دو کروڑ تعاکسوں سے شکستگی واقع نہ ہونے سے معلوم ہو سکتی ہے۔ اور جہاں تک تحقیق کی گئی ہے یہ بات عام طور پر خالص دھاتوں کے متعلق ہے اور اکثر غیر فیرس بھرتوں کے متعلق بھی درست پائی گئی ہے۔ لیکن بعض



شکل ۵۲

غیر فیرس دھاتیں اور بھرتیں کئی کروڑ تعاکسوں کے بعد بھی ٹوٹی ہیں اگرچہ کہ ان زوروں پر ز۔ ن منحنی بالکل چپٹا نظر آتا تھا۔ اس لیے "انتہائی وسعت" کے وجود کے متعلق کوئی عام بیان دیتے وقت احتیاط کرنی چاہیے۔

لہ دیکھو الی نوائے یونیورسٹی کے انجنیری تجربات گھ کا رسالہ نمبر ۱۵۲ صفحہ ۵۵۔

(۸۷)

جدول ۲

متعاکس زوروں کے تحت قوتِ برداشت کی حد (تپشیں طبعی) اور تعدد … ۵ دَور فی منٹ کے اندر

نمبر	شے	سکونی تنشی امتحانات کے نتائج: تناسبیت کی حد ٹن فی مربع انچ	مغلوبیت پذیر زور ٹن فی مربع انچ	انتہائی تنشی مضبوطی ٹن فی مربع انچ	تطول فی صدی	سکڑاؤ فی صدی	برداشت کی حدود (انگوٹھی سلاخ کا امتحان) ٹن فی مربع انچ	برداشت کی حد ÷ انتہائی تنشی مضبوطی
۱	آرمکو لوہا (تپا نرمایا)	۵٫۲	۹٫۸	۱۸٫۶	۵۰	۸۰	±۱۲٫۶	٫۶۷
۲	۰٫۲۴ فی صدی کاربن کا فولاد (تپا نرمایا)	۱۶٫۸	۱۷٫۱	۲۶٫۰	۳۹	۹۴	±۱۱٫۴	٫۴۲
۳	۱٫۲۰ فی صدی کاربن کا فولاد (تپا نرمایا)	۲۶٫۲	۲۷٫۱	۵۲٫۲	۸	۱۲	±۲۲٫۳	٫۴۳
۴	۳ فی صدی نکل کرومیم فولاد (تپا نرمایا)	۱۹٫۰	۳۸٫۲	۶۵٫۵	۲۳	۴۸	±۳۱٫۰	٫۴۷
۵	ڈھلا لوہا	—	—	۱۴٫۱ (فشاری ۴۹٫۶)	—	—	۴٫۷	٫۳۳

کیمیائی تجزیہ — فی صدوں میں

نمبر ۱	کاربن	٫۱۲	سلیکن	٫۰۱۷	مینگنیز	٫۰۷	گندھک	٫۰۱۷	فاسفورس	٫۰۱۴ (باقی لوہا)
نمبر ۲	〃	٫۲۴	〃	٫۰۰۷	〃	٫۴۵	〃	٫۰۵۱	〃	٫۰۰۹ 〃
نمبر ۳	〃	۱٫۲	〃	٫۱۹	〃	٫۲۵	〃	٫۰۲۱	〃	٫۰۲۱ 〃
نمبر ۴	〃	٫۱۹	〃	٫۳۲	〃	٫۴۵	〃	٫۰۲۸	〃	٫۰۲۱ نکل ۳٫۰ کرومیم ۸۴۸ (باقی لوہا)
نمبر ۵	〃	۳٫۴۴	〃	۱٫۱۰	〃	٫۶۲	〃	٫۰۹۳	〃	٫۵۰۱ (۲٫۷۳ کاربن گریفائیٹی تھا) (باقی لوہا)

(۸۸) قوت برداشت کی حدود یا زور کی انتہائی وسعتوں کی چند قیمتیں بطور نمونہ اور لوہوں اور فولادوں کی پانچ اہم قسموں کی مضبوطی کے متعلق اہم خواص جدول ۲ میں دکھائے گئے ہیں۔ ان میں سے دو (یعنی نمبر ۳ اور ۵) الی نوآیو نیورسٹی کے انجینیری تجربہ گاہ کے رسالے کے نمبروں ۱۴۲ اور ۱۶۴ سے لیے گئے ہیں۔ باقی سرکاری طبیعی معمل (انگلستان) کی تحقیقات کے نتائج سے ماخوذ ہیں اور گاف کی کتاب "دھاتوں کی تھکن" کے ضمیمے میں دھاتوں کے میکانی خواص کے متعلق جو عمدہ جدولیں دی گئی ہیں اُن سے لیے گئے ہیں۔ گاف کی اس کتاب میں زیادہ وسیع معلومات مل سکتی ہیں۔

جدول ۲ کی برداشت کی حدود اُن مساوی اور مخالف تنشی اور فشاری زوروں کے لیے ہیں جو ایک اُستوانی نمونے کے خماؤ سے پیدا ہوتے ہیں۔ جب مساوی اور مخالف تناؤ اور فشار محوری قوتوں کے طور پر لگائے جائیں جن سے کم از کم فرضی طور پر نمونوں کی پوری تراشوں پر یکساں زور واقع ہوں تو برداشت کی حدود کسی قدر پست حاصل ہوتی ہیں۔ مثلاً شے نمبر ۱ میں برداشت کی حد راست زور کے لیے ± ۹٫۹ ٹن فی مربع انچ یعنی جدول ۲ میں دی ہوئی قیمت کی صرف ۷۹ فی صدی پائی گئی۔ برداشت کی ظاہری حدود کے اِن اختلافات کی کوئی یقینی توجیہ موجود نہیں بعض لوگ اس کی ایک ممکن وجہ یہ بتاتے ہیں کہ متبادل دباؤ اور کھنچاؤ برداشت کرنے والے نمونوں میں بوجھ شاید ٹھیک ٹھیک محوری نہ رہتا ہو اور اس طرح زور کی تقسیم غیر یکساں ہو جاتی ہو (دیکھو دفعہ ۹۸)۔ اور ایک ممکن توجیہ اس واقعے سے بھی کی جاتی ہے جو تجربے سے بھی ثابت ہے کہ اگر ایک دھات پر برداشت کی حدود کے اندر زور کی تکرار کی جائے تو اس کی برداشت کی حد بڑھ جاتی ہے جس کی وجہ سے ایک گھومتے ہوئے شہتیر کا اندرونی حصہ جہاں زور سطح سے کم ہے (دیکھو باب ۵) مضبوط تر ہو جائیگا۔ لیکن چونکہ یہ فرق پست نقطۂ مغلوبیت کی "نرم" اشیا میں زیادہ ہوتا ہے اور ایسی اشیا میں بہت کم ہوتا ہے جو "مغلوب" نہیں ہوتیں اور اس طرح اپنے آپ کو

چھٹکارا نہیں دے سکتیں اس لیے غالباً توجیہ در اصل یہ ہے کہ بعض اشیا میں گھومتے شہتیروں کے جو امتحان کیے جاتے ہیں اُن میں انتہائی زور اتنا ہوتا ہے کہ زور کو نئے سرے سے تقسیم کرے اور اس طرح اعظم زور در اصل اتنا نہیں ہوتا جتنا کہ خالص لچکدار خماؤ کے نظریے سے حاصل ہوتا ہے۔ اس نکتے کے متعلق گاف و ٹیپ سل[1] کے مضمون "تھکن کے چند تقابلی امتحانات" کا حوالہ دیا جاتا ہے جو ہوائی تحقیقی کمیٹی کی رپورٹوں اور یادداشتوں کے سلسلے کے نمبر ۹۲۷ میں اپریل ۱۹۲۶ء کو شایع ہوا ہے۔

برداشت کا زور کا نظریہ — سکونی زوروں کی مزاحمت سے جو لچکدار مضبوطی معلوم کی جاتی ہے (دفعہ ۲۵) اس کی طرح یہ معلوم کرنا بھی دلچسپی سے خالی نہیں کہ زور (یا فساو) کی کس حالت سے یہ پتہ چلیگا کہ کوئی جسم زور کے دوری تغیرات کے تحت بے انتہا برداشت رکھتا ہے یا ناقص ہوتا جائیگا اور آخر کار ٹوٹ جائیگا۔ اشیا کے نمونوں میں خماؤ کے ذریعے راست زور کے تعاکس اور مروڑ کے ذریعے جزی زور کے تعاکس پیدا کرکے یہ دکھایا گیا ہے کہ مختلف دھاتوں میں جزی زور کی برداشت کی حد اور راست (بذریعہ خماؤ) زور کی برداشت کی حد کے درمیان کوئی مستقل نسبت نہیں۔ ایک بہت متمدد نرم فولاد کے لیے میسن[2] نے[1] نسبت ۰٫۵ پائی جو اس کے متناظر ہے کہ ناکارگی جزی زور کی وجہ سے واقع ہو کیونکہ سادہ راست زور سے ایک جزی زور اس کے نصف کے مساوی پیدا ہوتا ہے (دفعہ ۷) لیکن دوسری دھاتوں میں دوسری (اس سے بڑی) نسبتیں حاصل ہوئیں اور اس طرح متمدد دھاتوں کے لیے بھی کوئی عام نتیجہ اخذ نہیں کیا جا سکتا۔

---

[1] متعاکس زور کے تجربات۔ روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجنیرز فروری ۱۹۱۷ء۔

---

[1] Gough and Tapsell [2] Mason

انتہائی وسعتوں کی سرعت کے ساتھ دریافت — (۸۹)

ڈاکٹر اسمتھ نے[ع۱] نمونوں میں ایک "مستقل منشی" "اوسط" یا "برقرار" زور کے اوپر متعاکس زور تیزی کے ساتھ عائد کیے یعنی اس طرح کوئی مطلوبہ اعظم تناؤ اور اس کے ساتھ زور کی کوئی مطلوبہ وسعت حاصل کی۔ اُنھوں نے اپنے نمونوں کو ایک امتداد پیما لگایا اور زور فساد کے ربط میں لچک کی حدیں اور مغلوبیت کے نقطے اسی طرح معلوم کیے جس طرح سکونی زوروں کی صورت میں کیے جاتے ہیں۔ زور کی مختلف وسعتوں کے لیے (جن کے ساتھ مختلف اوسط زور شامل تھے) نقطۂ مغلوبیت کا زور معلوم کر کے اُنھوں نے "مغلوبیت کی وسعتیں" مرتسم کی ہیں، یعنی متغیر زور کی وہ اعظم وسعتیں جن کے اندر مغلوبیت واقع نہیں ہوتی۔ یہ مغلوبیت کی وسعتیں اوسط زور کی مختلف قیمتوں کے لیے متعدد فیرس دھاتوں میں زور کی برداشت کی "وؐولر[ل۱] کی وسعت" کے مطابق پائی گئیں، حالانکہ وولر کی وسعت اس طرح معلوم کی جاتی ہے کہ ۱۰ لاکھ مکمل اتار چڑھاؤ عائد کیے جائیں اور نمونہ نہ ٹوٹے۔ اِس مطابقت کے اظہار کے لیے جو نقشے بنائے گئے ہیں اُن کو دیکھنا ہو تو ڈاکٹر اسمتھ کے اصلی پرچے کا مطالعہ کیا جائے۔ اگر ان "مغلوبیت کی وسعتوں" اور زور کے اُتار چڑھاؤ کی مستقل برداشت کی وسعتوں کی مطابقت مسلم ہو جائے تو وولر کے امتحان کے لیے ایک سہل طریقہ ہاتھ آ جائیگا ورنہ اس میں اتنا وقت صرف ہوتا ہے کہ اکثر اوقات اس سے درگزر کرنا پڑتا ہے۔

اسٹرائےمیئر[ل۲] نے[ع۲] ایک متبادل موڑ کی مشین پر کام کر کے

ع۱ "دھاتوں کی تھکن پر چند تجربات" لوہے اور فولاد کے انسٹی ٹیوٹ کا رسالہ (نمبر ۲ سنہ ۱۹۱۰ء)

ع۲ "تھکن کی حدود" روئداد رائل سوسائٹی جلد ۹۰ سنہ ۱۹۱۴ء۔

ل۱ Wohler   ل۲ Stroymeyer

حرارتی پیمائش کے ذریعے لچک کے خاتمے کو تقریباً نقطۂ مغلوبیت کے متناظر معلوم کیا اور حرارتی پیمائش کے ذریعے اس کی دریافت ممکن ہے کیونکہ اس حالت میں کسی شے کے اندر جو کام کیا جاتا ہے اُس سے حرارت نمودار ہوتی ہے۔ بعد میں گاف نے[1] حرارہ پیمائی تفتیش کے ذرائع کو اور ترقی دی اور متبادل مروڑ اور متبادل خماؤ کے امتحانوں میں "فساد" کا طریقہ پیش کیا۔ فساد کے طریقے کی ٹھیک ٹھیک تفصیل کسی قدر پیچیدہ ہے لیکن بہت سی (خاص کر فیرس) دھاتوں کے لیے اس سے تھکن کی جو وسعتیں حاصل ہوتی ہیں وہ اسمتھ کی "مغلوبیت کی وسعتوں" کے مطابق نہیں لیکن کثیر تعداد کے تکراری دوروں سے جو برداشت کی وسعتیں حاصل ہوتی ہیں اُن کے بہت قریب ہیں۔ دوسرے تجربہ کرنے والوں نے، انگلستان اور امریکہ دونوں جگہ "فساد" کا اور حرارہ پیمائی دونوں طریقے اختیار کیے ہیں اور اس طرح جو وسعتیں حاصل ہوئیں اُن میں اور برداشت کی وسعتوں میں خاصی مطابقت پائی گئی خاص کر فیرس (Ferrous) دھاتوں میں۔ لیکن خاص کر غیر فیرس اشیا میں ان سرعت کے ساتھ معلوم کی ہوئی وسعتوں اور حقیقی برداشت کے امتحانات سے معلوم کی ہوئی وسعتوں کے درمیان نمایاں اختلافات قلم بند کیے گئے ہیں[2] اس لیے ان طریقوں سے جو نتائج حاصل ہوں اُن کو برداشت کی وسعتیں سمجھنے میں اور خاص کر غیر فیرس دھاتوں میں ایسا سمجھنے میں احتیاط سے کام لینا چاہیے۔ (۹۰)

---

[1] دیکھو "متعاکس مروڑ کے تحت دھاتوں کی تھکن پر چند تجربات" (ہوائی تحقیقی کمیٹی کی رپورٹیں اور یادداشتیں نمبر ۳۴۴، ۱۹۲۱ء) یا گاف کی "دھاتوں کی تھکن" باب ۱۰۔ نیز "تھکن کی آزمائش کے طریقوں کی ترقی" رسالہ انجینیر ۱۲ اگست ۱۹۲۱ء و رسالہ انجینیرنگ ۶ جولائی ۱۹۲۳ء۔

[2] دیکھو الی نوائی یونیورسٹی کی انجینیری تحقیقات گاہ کا رسالہ نمبر ۱۵۲ از مور Moore و جیسپر (Jesper) صفحہ ۶۲۔

۵۰ - برداشت اور تھکن کی وسعتوں پر اثر ڈالنے والے امور

(ا) تعدد کا اثر ــــ رینلڈز[1] اور اسمتھ[2] ؎۱ کے تجربات سے یہ معلوم ہوتا نظر آیا کہ ہوا کی تپشوں پر معمولی فولادوں میں برداشت کی (متعاکس میں) انتہائی وسعت (جو صرف ۱۰ لاکھ دوروں کے ذریعے معلوم کی جائے) ۱۹۰۰ تا ۲۴۰۰ دور فی منٹ کی رفتار پر ۱۳۰۰۰ تا ۱۶۰۰۰ دور فی منٹ کے مقابلے میں خاصی کم ہے۔ لیکن دوسروں نے بعد میں جو مختلف طریقوں پر تحقیق کی ؎۲ اس سے نہ صرف اس کی تصدیق نہیں ہوئی بلکہ یہ معلوم ہوا کہ تھکن کی انتہائی وسعت میں تعداد کے فرق سے ۲۰۰ سے ۵۰۰۰ دور فی منٹ تک کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

ھاپکنسن ؎۳ نے ۷۰۰۰ دور فی منٹ کے جو اعلیٰ تعدد کے تجربات کیے اُن سے اس سے بڑی انتہائی وسعت حاصل ہوئی جو اسی شے پر دوسری قسم کی مشینوں میں ۱۰۰۰ تا ۲۰۰۰ دور فی منٹ پر کیے گئے۔ یہ شہادت پورے طور پر فیصلہ کن نہیں معلوم ہوئی لیکن جنکن (Jenkin) نے ؎۴ بھی آر لکولوہے

؎۱ رائل سوسائٹی کے شعبۂ فلسفہ کی روئداد ۱۹۰۲ء، صفحہ ۲۶۵۔

؎۲ خاص طور پر دیکھو فولاد کے متعلق مور اور جیسپر کا کام (الی نوائے یونیورسٹی کی انجینیری تحقیقات گاہ کا رسالہ نمبر ۱۳۶ صفحہ ۵۸) اور ھے Haigh کا کام پیتلوں کی تھکن کے متعلق (دھاتوں کے انسٹی ٹیوٹ کا رسالہ نمبر ۲ جلد ۱۸ ۱۹۱۷ء)۔

؎۳ "ایک تیز رفتار تھکن کا ممتحن اور اعلیٰ تعدد کے متعاکس زور کے تحت دھاتوں کی برداشت" (روئداد رائل سوسائٹی ا جلد ۸۶ جنوری ۱۹۱۲ء)۔ نیز ایڈن کے مضمون پر بحث۔

؎۴ ہوائی تحقیقی کمیٹی کی رپورٹ اور یادداشتیں نمبر ۹۸۲۔ "اعلیٰ تعدد کے تھکن کے امتحانات" از پروفیسر جنکن جو روئداد رائل سوسائٹی ا جلد ۱۰۹ امئی ۱۹۲۵ء سے لے کر علیحدہ چھاپا گیا۔

---

[1] Reynolds. [2] Smith

نرم فولاد اور تانبے میں اعلیٰ تعدد پر زور کی انتہائی وسعت میں اضافہ پایا ہے۔ اُس نے ایک چھوٹی سلاخ پر کام کیا جو برق کے ذریعے عرضی ارتعاش میں رکھی گئی اور اُس نے ان تینوں دھاتوں میں ۶۰۰۰۰ دَور فی منٹ پر زور کی انتہائی وسعت کو ۳۰۰۰ دَور فی منٹ پر کی وسعت کے مقابلے میں ۱۰ فی صدی زیادہ پایا۔

اس مضمون پر اب جو کچھ معلومات میسر ہیں اُس کی اکثریت سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ ہوا کی تپشوں پر (تعاکس کی) تھکن کی وسعت میں تعدد کی تبدیلی سے کوئی قابل لحاظ تبدیلی نہیں ہوتی اور تعاکس کی اعلیٰ رفتار پر تھکن کی وسعت میں کسی قدر اضافہ ہونا پایا جاتا ہے۔ اس کے متعلق اتنی کافی شہادت نہیں کہ یقین کے ساتھ کہا جائے کہ اگر زور ایک اعظم اور اقل تناؤ یا ایک اعظم اور صفر تناؤ کے درمیان اُتر تا چڑھتا رہے تو بھی تعدد کا تھکن کی وسعت پر کوئی اثر نہیں ہوگا۔ یہ بھی یقینی معلوم ہوتا ہے کہ اعلیٰ تپشوں پر تعدد کا تھکن کی وسعتوں پر بہت اثر ہوتا ہے۔

(ب) امتحان کی تپش کا اثر — ہوا کی معمولی تپش سے زیادہ حرارت کا برداشت کے اعداد و شمار پر اہم اثر ہوتا ہے۔ مطبوعہ تحقیقوں سے (جن میں پہلی تحقیق لی (Lea) کی ہے[1] جو ۱۹۲۴ء میں طبع ہوئی) پتا چلتا ہے کہ بہت سے فولادوں کے لیے مساوی اور مقابل زوروں کی برداشت کی حد ہوا کی معمولی تپشوں سے ۳۰۰° م تا ۴۰۰° م تک کسی قدر بڑھتی ہے یا تقریباً مستقل رہتی ہے اور اس کے بعد تپش کے بڑھنے سے گھٹتی ہے۔ لی کے نتائج کے جیسے نتائج ہور و (۹۱)

[1] "فولاد پر تکراری زور کی وسعت پر اعلیٰ تپش کا اثر" برٹش ایسوسی ایشن ۱۹۲۴ء۔ نیز رسالہ انجینیرنگ ۳ و ۱۰ اکتوبر ۱۹۲۴ء۔ نیز "دھاتوں پر تپش کا اثر" روداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجینیرز دسمبر ۱۹۲۴ء۔

جلیسپی[1] نے مختلف اوصاف کے فولادوں کے لیے حاصل کیے۔
لیکن یہ بات قابل لحاظ ہے کہ (تعاکس کی) برداشت کی حد کا گھٹاؤ اتنی سرعت کے ساتھ واقع نہیں جتنا کہ "انتہائی رینگتے زور" کا (دفعہ ۳۸)، یعنی دیر تک قائم رہنے والے بوجھ کے تحت کے تنشی زور کا گھٹاؤ ہوتا ہے۔ چنانچہ تقریباً ۳۰۰° تا ۴۰۰° ھر کے اوپر تعاکس کی انتہائی وسعت کا نصف انتہائی رینگتے زور سے زیادہ ہوتا ہے۔ پروفیسر لی کا خیال ہے کہ اعلی تپشوں پر ایک لزج قسم کی مزاحمت ایک اہمیت اختیار کر لیتی ہے جو ہوا کی تپشوں پر اتنی اہم نہیں ہوتی۔
"اعلی تپشوں پر اشیا کے خواص" کے متعلق سرکاری طبیعی معمل (انگلستان) میں جو جامع تحقیقات شروع کی گئی ہے اس میں اعلی تپشوں پر تھکن کے زور کی انتہائی وسعتوں کی دریافت بھی شامل ہے اور پہلی دو رپورٹوں میں[2] جو ٹیپ سل اور کلین شا[3] نے لکھی ہیں آرمکو (Armco) لوہے کے (جو تقریباً خالص لوہا ہوتا ہے) اور سادہ کاربنی فولادوں کے متعلق جن میں ۱۷ء، ۲۴ء اور ۵۱ء فی صدی کاربن ہو دلچسپ اعداد موجود ہیں۔ ذیل کی جدول انہیں رپورٹوں سے ایک ۱۷ء فی صدی کاربن کے فولاد کے لیے لی گئی ہے:۔

---

[1] الی نوائے یونیورسٹی کے انجنیری تحقیقات خانہ کا رسالہ نمبر ۱۵۲۔
[2] سائنٹیفک اور صنعتی تحقیقات کے سررشتہ کی انجنیری تحقیقات کی خصوصی رپورٹیں نمبر ۱ و ۲ سنہ ۱۹۲۶ء۔
[3] Tapsell and Clenshaw.

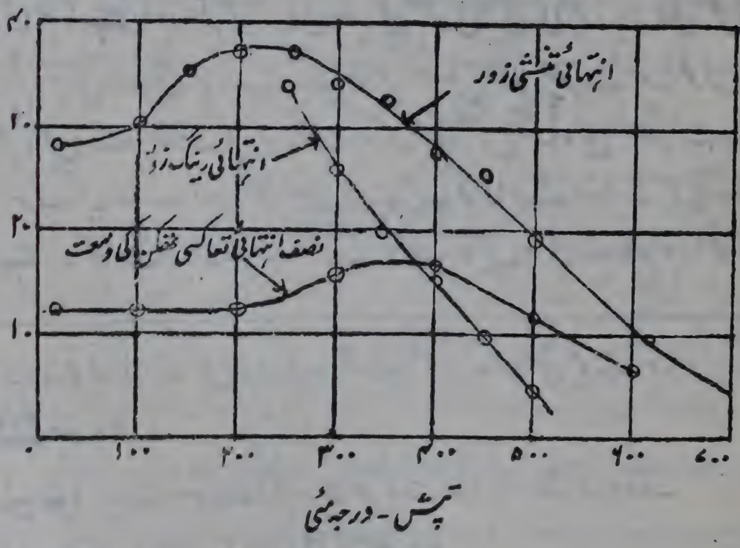
امتحان کی تپش	انتہائی تھکن کی وسعت اندازے کے بموجب ٹن فی مربع انچ	انتہائی رینگتے زور کا اندازہ ٹن فی مربع انچ	انتہائی تنشی زور (لداؤ کی معمولی شرح) ٹن فی مربع انچ
ہوا	±۱۲٫۵	-	۲۸٫۵
۱۰۰	±۱۲٫۳	-	۳۰٫۵
۲۰۰	±۱۲٫۳	-	۳۷٫۶
۲۵۰	-	۳۴٫۰	۳۷٫۳ (۲۵۵° م پر)
۳۰۰	±۱۶٫۰	۲۶٫۰	۳۴٫۳
۳۵۰	-	۲۰٫۰	۳۲٫۷
۴۰۰	±۱۶٫۸	۱۴٫۵	۲۷٫۸
۴۵۰	-	۹٫۵	۲۵٫۵
۵۰۰	±۱۱٫۷	۴ تا ۵	۱۹٫۴
۶۰۰	±۶٫۸	-	۹٫۹ (۶۱۵° م پر)

اس جدول کے اعداد کو شکل ۵۲ ب ا میں ترسیم کیا گیا ہے۔ دیکھو ۵۰۰° م پر "متعاکس" زور کی تھکن کی انتہائی وسعت انتہائی رینگتے زور کے یعنی اُس سکونی تناؤ کے دُگنے سے زیادہ ہے جو کہ زیر بحث شے رینگنے اور آخر کار ٹوٹ جانے کے بغیر برداشت کرے۔ نیز ۵۰۰° م پر "تکراری" تھکن کی وسعت تقریباً ۱۷ ٹن فی مربع انچ پائی گئی (اقل زور صفر، اعظم ۱۷، اوسط زور ۸٫۵ ٹن فی مربع انچ) یعنی تکرار کے دوران ان کا اوسط زور بھی انتہائی رینگتے زور سے بہت زیادہ تھا۔[1]

(ج) ٹھنڈے کام اور تپانرمانے کا اثر — سکونی امتحانوں پر

[1] اس تحقیق کے متعلق مزید اطلاعات کے لیے دیکھو "نرم فولاد کی تھکن کی مزاحمت کے خواص" از ٹیپ سل (لوہے اور فولاد کے انسٹی ٹیوٹ کا رسالہ مئی ۱۹۳۸ء)۔

ٹھنڈے کام کا اثر دفعہ ۳۲ میں اور تپا نرمانے کا اثر دفعہ ۳۴ میں دکھایا گیا (۹۲)
تھا۔ فولاد کی برداشت کی حدود پر مثلاً سلوٹی انتہائی تنشی مضبوطی پر یہ اثر ہوتا ہے کہ ٹھنڈے کام سے اضافہ ہوتا ہے اور تپا نرمانے سے کمی ہوتی ہے۔ لیکن یہ اثرات اتنے نمایاں نہیں ہوتے جتنا کہ زور اور فساو کی متناسبیت کی حد پر اثر ہوتا ہے۔ یہ اکثر دیکھا گیا ہے کہ تعاکس کی برداشت کی حد اور انتہائی تنشی استحکام کے درمیان جو نسبت ہوتی ہے اُس میں بہت سے (بٹوال) فولادوں میں یا ایک ہی فولاد کی مختلف حالتوں میں جو حرارتی عمل یا ٹھنڈے کام سے حاصل ہوں کچھ بہت زیادہ فرق نہیں ہوتا۔ تعاکس کی وسعت کے نصف اور انتہائی تنشی استحکام کی نسبت عموماً ۴۰ء سے ۵۵ء تک ہوتی ہے اور اُس کی اوسط قیمت تقریباً ۵۰ء رہوتی ہے۔ ڈھلے فولاد کے لیے اوسط قیمت تقریباً ۴۲ء اور ڈھلے لوہے کے لیے تقریباً ۳۵ء رہوتی ہے۔ غیر فیرس دھاتوں میں ٹھنڈے کام سے بعض صورتوں میں تعاکس کی برداشت کی وسعت اور انتہائی تنشی زور کی نسبت تقریباً غیر متبدل رہتی ہے۔



شکل ۱۵۲

(د) **کمر باری کا اثر** — بہت سے تجربہ کرنے والوں نے یہ بات محسوس کی ہے کہ اگر برداشت کی وسعت سے کسی قدر پست زور دَوری طور پر لگایا جائے اور پھر اس کو بتدریج بڑھا کر حد پر لایا جائے تو برداشت کی وسعت کسی قدر بڑھ جاتی ہے اور زور عام حد سے کسی قدر زیادہ بھی کیا جا سکتا ہے۔ اس کو سمجھا جا سکتا ہے کہ "ٹھنڈے کام" کے ذریعے برداشت کی وسعت کو بڑھانے کی ایک خاص صورت ہے۔ اور اس کا اطلاق کاربنی فولادوں اور ڈھلے لوہے دونوں پر ہوتا ہے۔

(ر) **نمونے کی شکل و صورت کا اثر** — سکونی تنشی امتحانوں میں امتحانی ٹکڑوں کی شکل کا جو اثر ہوتا ہے اس کا دفعہ ۳۰ میں ذکر کیا گیا ہے۔ تراش کی اچانک تبدیلی کا اثر تھکن کے امتحانی ٹکڑے میں یہ ہوتا ہے کہ اقل تراش پر جو برداشت کی حدود محسوب کی جائیں وہ بہت گھٹ جاتی ہیں۔ اسٹینٹن[1] و برائسٹو[2] اور مور[3] و کامرز[4] [ii] کے حاصل کردہ نتائج سے معلوم ہوتا ہے اگر نمونے میں تراش کی تبدیلی (۹۳) اچانک اور دھاردار کنارے کے ساتھ ہو تو جائز زور کا گھٹاؤ تقریباً ۵۰ فی صدی ہوتا ہے، اور اگر تراش کی تبدیلی معمولی پیچ کی چوڑیوں کی شکل میں ہو تو تقریباً ۲۰ فی صدی ہوتا ہے۔ کسی عدم تسلسل مثلاً چھوٹے سوراخوں وغیرہ کا اثر اس سے بہت کم ہوتا ہے جو کہ متجانس متساوی السموت شے کے لیے محسوب کیا جائے اور ڈھلے لوہے میں فولاد کے مقابلے میں تناسباً کم ہوتا ہے۔ گاف (Gough)[iii] نے دُمصرے میں چابی کے عام سوراخوں کی

---

[i] "لوہے اور فولاد کی متعاکس زور کی مزاحمت پر" (روداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینیرز ۱۹۰۶ء جلد ۱۶۶)۔

[ii] الی نوائے یونیورسٹی کے انجینیری تجربات خانہ کا رسالہ نمبر ۱۲۴۔

[iii] "دھاتوں کی تھکن" ۱۹۲۴ء صفحہ ۹۴۔

---

[1] Stanten [2] Bairstow [3] Moore [4] Kommers

وجہ سے پیچیدگی کی انتہائی وسعت کی کمی کی پیمائش کی ہے اور یہ کمی اُس نے ۰.۲ فی صدی کاربن کے فولاد میں ۱۲ فی صدی اور ۰.۶۵ فی صدی کاربن کے فولاد میں ۲۰ فی صدی پائی۔

(س) **سطح کی تکمیل کا اثر** — سوہان کی خراشوں اور دیگر اوزاروں کے نشانات سے تعاکس کی تھکن کی حد پر کیا اثر ہوتا ہے اس کی تحقیق مور و کامرز[i] اور ٹامس[ii] نے کی ہے۔ انھوں نے معلوم کیا کہ کاربنی فولادوں میں کھردری تکمیل یا موٹے سوہان کی خراشوں سے ۱۲ سے ۲۰ فی صدی تک کی کمی ہو سکتی ہے۔ کمانیوں پر تجربے کرکے لی[۱] اور ہے وڈ[۲] [iii] نے معلوم کیا کہ بہت پست زوروں پر تھکن سے ناکارگی پیدا ہو گئی جس کی وجہ صریحاً سطح کے نقائص تھے جو غالباً تارکشی کی وجہ سے پیدا ہو گئے تھے۔

(ص) **تاکل** — "پیتلوں کی تھکن" پر ایک تحقیق کے دوران میں پروفیسر ہے (Haigh) [iiii] نے بعض اُن تاکل کے عاملوں کا اثر معلوم کیا جن کے ذریعے امتحانی ٹکڑے تھکن کے امتحانوں کے دوران میں تر رکھے جاتے تھے۔ یہ پایا گیا کہ بعض کے اثر سے پیتلوں کی برداشت گھٹ جاتی ہے اور بعض کے اثر سے نہیں گھٹتی۔ ہے نے یہ بھی لکھا ہے کہ اس کا مشاہدہ ہے کہ نرم فولاد میں

i الی نوائے یونیورسٹی کے انجنیری تجربات خانہ کا رسالہ نمبر ۱۲۴۔
ii "فولاد کی تھکن مضبوطی پر کھردریوں اور کارخانے کے مختلف عملوں کا اثر" از ٹامس (رسالہ انجنیرنگ ۱۲ اکتوبر ۱۹۲۳ء)۔
iii روئداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانکل انجنیرز اپریل ۱۹۱۷ء صفحات ۴۲۶ و ۴۴۷۔
iiii دھاتوں کے انسٹی ٹیوٹ کا رسالہ نمبر ۲ ۱۹۱۷ء جلد ۱۸۔

۱؎ Lea. ۲؎ Heywood.

ترشوں، نوشادر، اور بحری پانی کے اثر سے تھکن جلد تر واقع ہوجاتی ہے اور اگرچہ امتحان سے پہلے تاکل کی وجہ سے برداشت کم ہوگئی تھی لیکن امتحان کے دوران میں امتحانی ٹکڑے کی سطح کو اکال متعاملوں سے مسلسل تری پہنچانے کی وجہ سے اور زیادہ گھٹ گئی۔ تاکل سے پیدا ہونے والی تھکن کے متعلق بعد میں مزید تحقیق امریکہ میں میک[1] ایڈم نے کی۔ اس نے کاربنی اور خصوصی فولادوں پر (جن میں بے داغ فولاد بھی شامل ہیں) اور غیر فیریس (Nonferrous) دھاتوں پر خالص پانی اور کھاری پانی کی رَو کے اثر کی تحقیق کی۔ اس کی تحقیق سے ہِے کے اکتشاف کی تصدیق اور توسیع ہوگئی اور بہت سے ایسے نکات کی توجیہہ ہوگئی جو نر۔ ن ترمیم کے متعلق توجیہ طلب تھے اور مختلف دھاتوں پر تاکلی اثرات کا فرق واضح ہوگیا۔ ان اثرات کے فرق کی توجیہیں اب تک محض قیاسی ہیں۔

۵۱۔ اُتار چڑھاؤ کی مختلف وسعتوں پر انتہائی زور

اگر وولر کے تجربات کی طرح اعظم زور اور اقل زور کی نسبت کو بہت متغیر کیا جائے تو ان مختلف وسعتوں کے تناظر اعظم زور کی جو انتہائی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں اُن کو ترسیمی طور پر یا جبری طور پر مختلف طریقوں
پر تعبیر کرسکتے ہیں۔ یہ جو تین مقداریں ہیں یعنی اعظم زور کی حدت (۹۴)
(مثلاً تمنشی) زع، اقل زور کی حدت (جو فشاری ہو تو منفی لی جائیگی) زق، اور زور کی وسعت سہ، ان میں ظاہر ہے کہ حسب ذیل ربط ہوگا:

۱؎ ''زور فساد کے دَور کا ربط اور دھاتوں کی تاکل تھکن''۔ روئداد امریکی سوسائٹی امتحان اشیا جلد ۲۶ حصہ ۲ صفحہ ۲۲۴ ۱۹۲۶ء۔ نیز ''دھاتوں کی تاکل تھکن وغیرہ'' روئداد امریکی سوسائٹی فولاد Treating مارچ ۱۹۲۷ء جلد ۱۱ نمبر ۲۔ نیز ''غیر آہنی دھاتوں کی تاکل تھکن'' روئداد امریکی سوسائٹی امتحان اشیاء۔

[1] Mc Adam.

سہ = زع - زق

ان مقداروں کے درمیان جو ربط زور کے عملاً لا انتہا اتار چڑھاؤ کے لیے ہوگا اُس کو باؤشنگر کے ایک امتحان کے نتائج سے دکھایا جاسکتا ہے ۔ یہ امتحان نرم فولاد کی جو شارہ تختی پر کیا گیا تھا ۔ اس کے نتائج جو جدول ۳ دفعہ ۷۴ میں دیے گئے ہیں حسب ذیل ہیں :—

	زع	زق	سہ
(ا)	۲۶٫۶	۲۶٫۶	۰
(ب)	۲۲٫۵۵	۱۳٫۳	۹٫۲۵
(ج)	۱۵٫۸	۰	۱۵٫۸
(د)	+۸٫۶۵	-۸٫۶۵	۱۷٫۳

شکل ۵۳ میں زع اور سہ کی ان قیمتوں کو معین اور زق کو فصلہ مان کر ترسیم کیا گیا ہے ۔ مگر غالباً اِن تین مقداروں کا ربط اشکال ۵۴ اور ۵۵ سے بہتر طور پر واضح ہوتا ہے ۔ ان میں زع اور زق دونوں انتصاباً ناپے گئے ہیں اور وسعت سہ ان دونوں منحنیوں کے انتصابی فاصلے کے مساوی ہے ۔ مخروجہ حصے دع اور دَعَ محض قیاسی ہیں لیکن بعد میں جو تحقیقیں کی گئیں اُن سے معلوم ہوتا ہے کہ دونوں شکلوں کے حصہ د دَ کے قریب وسعت تقریباً مستقل ہے یعنی دع اور دَعَ تقریباً متوازی ہیں ۔ ظاہر ہے کہ فشاری زور کے بڑھنے سے وسعت کو پھر گھٹنا چاہیے لیکن اس کے متعلق تجرباتی شہادت موجود نہیں کیونکہ منحنی کا یہ حصہ عملاً بالکل غیر اہم ہے ۔ سایہ دار رقبہ ایسا ہے کہ اگر اعظم زور اور اقل زور دونوں اس کے اندر واقع ہوں تو شے زور کی لا انتہا تکرار یا تعاکس

(جیسی کہ صورت ہو) برداشت کر سکیگی اور ٹوٹیگی نہیں۔ وولر[1] باؤشنگر[2]، اسپانگن برگ[3] اور دوسروں کے تجربات سے زع اور سہ کی جو قیمتیں حاصل ہوئیں اُن کے درمیان کے ربط کو بیان کرنے کے لیے بہت سے آزمایشی ضابطے پیش کیے گئے ہیں۔ ان میں سب سے زیادہ مشہور گرِبر[4] کا مکافی ربط ہے[1] جو حسبِ ذیل مساوات سے تعبیر ہوتا ہے :-

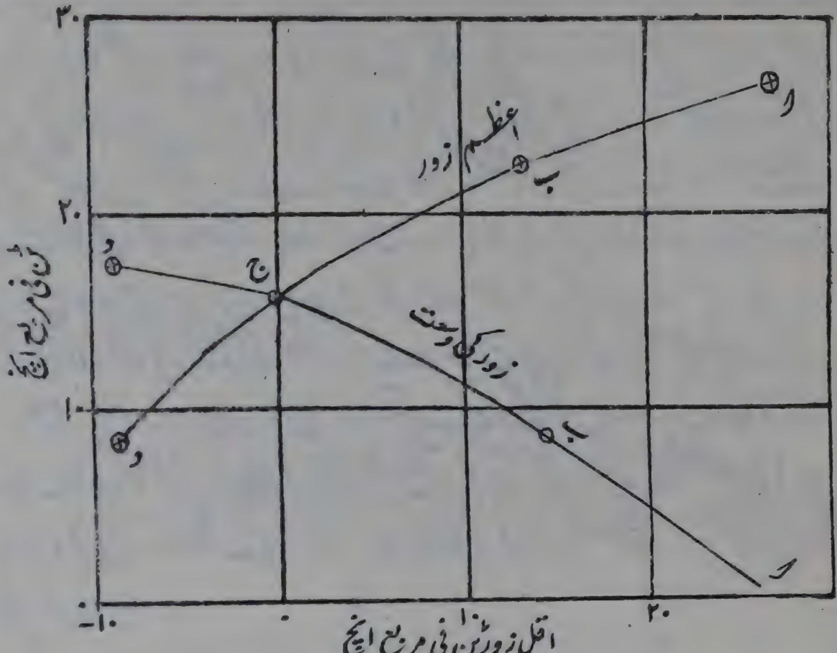
$$\text{زع} = \frac{\text{سہ}}{2} + \sqrt{\text{ز}^2 - \text{ن سہ ز}} \quad \ldots\ldots (1)$$

جہاں ز شے کا انتہائی سکونی تنشی استحکام ہے، اور ن ایک مستقل ہے جو تجربہ کے ذریعے معلوم کیا جاتا ہے۔ ن کی قیمت متمدد دھاتوں میں ۴ر۱ سے لے کر بھوٹک دھاتوں میں ۲ تک پائی گئی ہے۔ تعمیر کی متمدد دھاتوں میں اس کی قیمت عموماً تقریباً ۵ر۱ ہوتی ہے۔ اس قیمت سے "تعاکس حد" $\frac{1}{2}$ ز اور تکرار کی حد ۶۱ر۰ ز حاصل ہوتی ہے۔

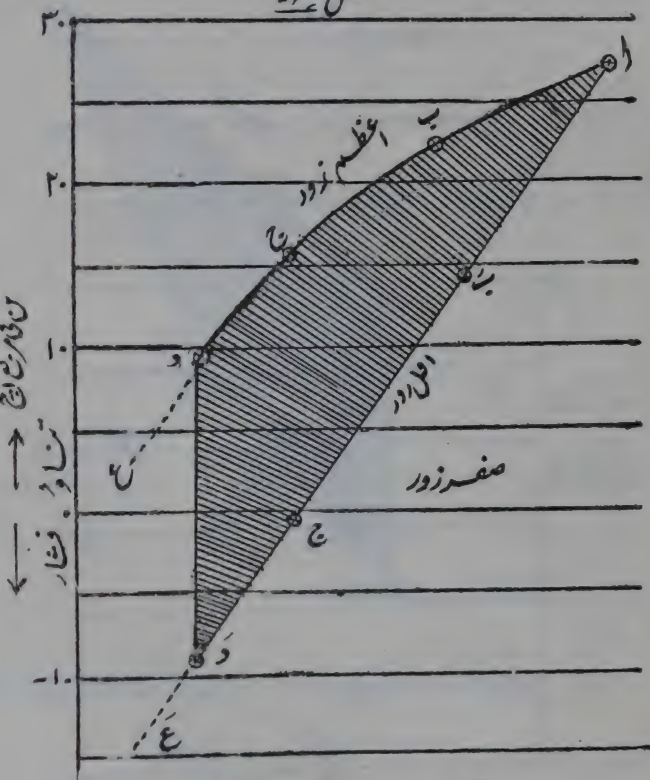
۵۲ر۱ ن کی اوسط قیمت ہے جو اوپر بیان کیے ہوئے نرم فولاد کی جوشارہ تختی کے نتائج سے اخذ کی گئی ہے اور اشکال ۵۳ ، ۵۴ اور ۵۵ کو ترسیم کرتے وقت تجرباتی قیمتوں (ا)، (ب)، (ج) اور (د) کے درمیان کے نقاط کو محسوب کرکے ترسیم کیا گیا ہے۔ شکل کی ہمواری سے معلوم ہوگا کہ یہ آزمایشی ربط مشاہدہ کیے ہوئے نقاط کے ساتھ کتنا ہم آہنگ ہے۔ ایسے محسوبہ نتائج پر کہاں تک اعتبار کیا جائے یہ نہیں کہا جاسکتا اور بہرصورت نقاط ا اور ج کے

[1] دیکھو انوان کی "مشینوں کی تجویز کے مبادیات" جلد اول باب ۲۔

[1] Wöhler [2] Bauschinger [3] Spangenberg [4] Gerber



شکل ۵۳



شکل ۵۴ - زور کی انتہائی وسعتیں

نرم فولاد کے متعلق ہے (Haigh) کے جو تجربات ہیں وہ ن = تقریباً ۰۹۷ء لینے سے گرببر (Gerber) کے مکافی کے بہت مطابق ہوتے ہیں اور ایڈن (Eden) اور ھاپ کِنسن (Hopkinson) نے مساوی اور مقابل حدود (یعنی زع = $\frac{سہ}{۲}$ یا اوسط زور = صفر) کے لیے جو تجربات کیے ہیں اُن سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر مکافی ربط درست ہو تو ن کی یہی قیمت اختیار کرنی ہوگی۔

گاف (Gough) نے اپنی کتاب "دھاتوں کی تھکن" کے باب ۴ میں دکھایا ہے کہ مساوات (۱) کو یوں لکھا جا سکتا ہے :-

مر^۲ = ز^۲ ۔ ن سہ ز .... (۲)

(۹۷) جہاں مہ = زع ۔ $\frac{۱}{۲}$ سہ = $\frac{۱}{۲}$ (زع + زق) = اوسط زور اور اگر زور کے تعاکس کی صورت میں جب کہ مہ = ۰ ہوتا ہے سہ کی قیمت کو سہ کہا جائے تو ن = $\frac{ز}{سہ}$

اس طرح

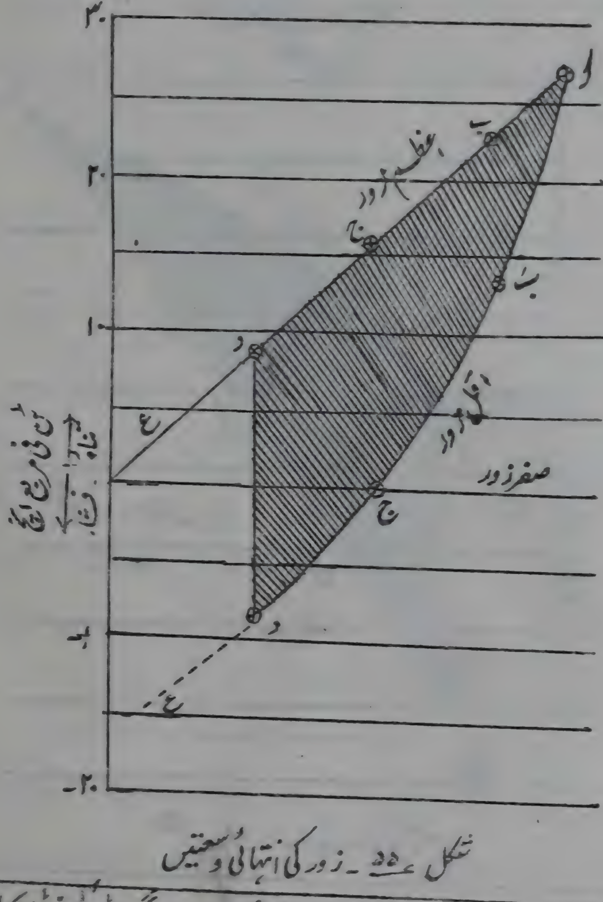
سہ = سہ $\left\{ ۱ - \left(\frac{مہ}{ز} \right)^۲ \right\}$ .... (۳)

گاف نے اس ربط کو اور دیگر ربطوں کو استعمال کر کے ایک ہی نقشے میں امتحانات کے متعدد سلسلوں کے نتائج کو دکھایا ہے اور مختلف "قوانین" کا مقابلہ کیا ہے۔

گڈمن[1] کا قانون ــــ کافی معلومات موجود نہ ہونے کی وجہ سے اشکال ۵۴ء اور ۵۵ء کے منحنیوں کو بعض اوقات خطوطِ مستقیم

[1] Goodman

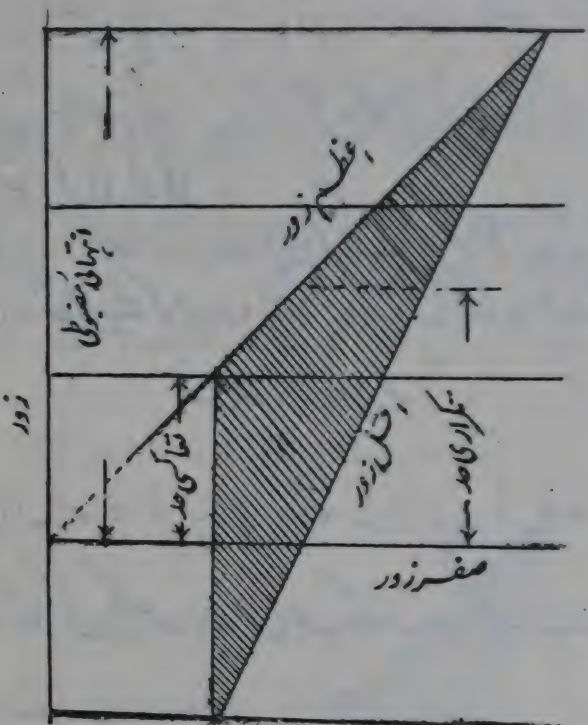
درمیان کی اعظم انتہائی زور کی قیمتیں جو لچک کی حد سے خاصی زیادہ ہیں اگرچہ علمی نقطۂ نظر سے دلچسپ ہیں لیکن ان کی عملی اہمیت بہ کچھ زیادہ نہیں کیونکہ مشینوں اور تعمیروں میں ایسے زور استعمال نہیں کیے جا سکتے جن سے قابل لحاظ فساد پیدا ہوں۔ اس طرح عملی نقطۂ نظر سے سب میں اہم نتائج وہ ہیں جو تکرار کی حد (اقل زور صفر) کے اور تعاکس کی حد (مساوی اور مقابل تناؤ اور فشار) کے درمیان ہیں اور جو اشکال ۵۴ اور ۵۵ میں رقبہ ج د دَ جَ سے تعبیر کیے گئے ہیں۔ اور ان نقاط کے درمیان زور کا تغیر بہت زیادہ نہیں ہے[1]۔ دیگر تجربات سے معلوم ہوتا ہے کہ بڑوال فیرس دھاتوں میں د دُ کے دونوں طرف وسعت سہ تقریباً مستقل ہوتی ہے۔



شکل ۵۵۔ زور کی انتہائی وسعتیں

[1] دیکھو روئداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجینیرز ۱۹۰۶ء جلد ۱۶۶ صفحہ ۱۲۰ میں سر الگزینڈر کینیڈی کا تبصرہ

سمجھا جاتا ہے اور تکرار کی حد کو سکونی تنشی استحکام کا نصف اور تعاکس کی حد کو ایک تہائی سمجھا جاتا ہے کیونکہ بہت سی مختلف دھاتوں سے یہ اوسط قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔ انتہائی وسعت شکل ۵۶ کے سایہ دار



شکل ۵۶

رقبے کے انتصابی معینوں سے تعبیر ہوتی ہے۔ اعظم زور اور اقل زور کے خطوط کے درمیان کے انفراج سے تعاکس کی حدود کے نواح میں وسعت کچھ زیادہ نہیں بدلتی اور یہ طریقہ اور کچھ نہیں تو کم از کم سادہ ترین تو ہے۔ اس ربط کو جبری طور پر حسب ذیل مساوات سے تعبیر کیا جائیگا:--

$$\text{ن}_{\text{ع}} = \text{ز} - \text{سہ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (۴)$$

یا

$$\text{سر} = \frac{۲}{۳}\left(\text{ز} - \text{مہ}\right) = \text{سہ}\left(۱ - \frac{\text{مہ}}{\text{ز}}\right) \quad \ldots\ldots \quad (۵)$$

یہ شکل ہیں (۳) سے مشابہ ہے لیکن $\frac{م}{ن}$ کی قوت کم ہے۔ ہے (Haigh)
نے اس قسم کا ایک ربط بحری پیتل کے اعظم اور اقل زوروں کے (۹۸)
درمیان معلوم کیا لیکن تعاکس کی حد تقریباً ۱۲ ٹن ہی مربع انچ پائی
گئی اور تناؤ کی انتہائی مضبوطی ۲۸٫۷ ٹن فی مربع انچ۔ خطِ مستقیم
والے ربط کو آسانی کے لیے اس طرح ترسیم کیا جاسکتا ہے کہ اوسط یا قائم
زور کو فصلہ مانیں۔ اور یہ اس طرح تعبیر ہوگا:۔

$$\left.\begin{array}{l} ز_ع = ز - ۶۹۵ ؛ سہ \\ سہ = ۱٫۴۳۵ (ز - ز_ع) \end{array}\right\} \cdots\cdots (۶)$$

۵۲۔ متغیر زور کے تحت ناکارگی کی توجیہات۔

زور کے تکراری اُتار چڑھاؤ کے تحت جو ناکارگی عام تجربے میں مشاہدے میں آتی ہے اور اُوپر کے مذکورہ تجربات میں مشاہدے میں آئی اُس کی توجیہ کرنے یا اس پر کچھ روشنی ڈالنے کی بہت کوششیں کی گئی ہیں۔ اگرچہ اس مظہر کی کوئی مکمل اور اطمینان بخش توجیہ اب تک پیش نہیں کی گئی لیکن اس کے متعلق جو مختلف نظریے پیش کیے گئے ہیں وہ دلچسپ اور سبق آموز ہیں۔

لچک کی طبعی حدود — یہ بات عام طور پر معلوم ہے (دیکھو دفعہ ۳۲) کہ زور اور فساد کے عمل سے لچک کی حد بڑھائی جاسکتی ہے اور یہ کہ کمائی ہوئی دھاتیں اپنی تیاری میں جن عملوں سے گزرتی ہیں اُن سے اسی طرح کی ایک بڑھی ہوئی لچک کی حد پیدا ہوتی ہے۔ باؤشنگر[1] نے معلوم کیا کہ ابتدائی لچک کی حد سے بڑھے ہوئے تکراری زور کے لگانے سے لچک کی حد عموماً بڑھ جاتی ہے۔ اگر تکراری زور اس نئی لچک کی حد سے کم تھا تو

[1] Bauschinger

کثیر تعداد برداشت کرنے کے بعد جو سکونی امتحانات کیے گئے اُن سے تنشی استحکام میں کوئی کمی نہیں معلوم ہوئی بلکہ تھوڑی زیادتی ہی پائی گئی۔

(۹۹) بعد میں جب بیراسٹو[1] نے تجربات کرکے کسی شے کی اُن لچک کی حدود کا جو وہ شے زور کے تبادل کے بعد اختیار کرتی ہے اس بے خطر انتہائی زور کی وسعت سے مقابلہ کیا جو وولر نے اسی (یا اُس جیسی) شے کے لیے معلوم کی تو باؤشنگر کا قیاس صحیح معلوم ہوا۔

اگر ہم لچک کی طبعی حدود وہ سمجھیں جو زور کے مکمل تعاکس سے مقرر ہوں تو یہ لازم نہیں آتا کہ ان طبعی حدود کے درمیان کی وسعت ایک ہی قسم کے زور کی تکرار کی صورت میں (تناؤ اور فشار کے لیے) مساوی ہے اور اس بارے میں راست تجربات موجود نہیں۔ باؤشنگر[2] کے چند تجربات سے بظاہر معلوم ہوا کہ تنشی لچک کی حد کو بڑھانے سے فشاری حد گھٹتی ہے لیکن اس کو ثابت شدہ نہیں سمجھا جا سکتا اور کچھ شہادت اس امر کے متعلق موجود ہے کہ تنشی حد کو بڑھانے سے فشاری حد کم از کم سکونی امتحان میں بڑھ یا گھٹ سکتی ہے[3]۔

لچکدار اپس ماندگی پست زوروں پر۔ لمبے تاروں پر تجربات کرکے ایونگ[1] نے معلوم کیا ہے[4] کہ جس زور کو عموماً لچک کی حد

۱؎ دیکھو "لوہے اور فولاد کی لچک کی حدود زور کے دوری تغیرات کے تحت" رائل سوسائٹی کے شعبۂ فلسفہ کی روئداد ۲۱۰۔

۲؎ انون کی "اشیا کی آزمایش" صفحہ ۳۶۰ دوسرا ایڈیشن۔

۳؎ دیکھو میور کا مضمون روئداد رائل سوسائٹی جلد ۷، صفحہ ۲۷۷۔

۴؎ برٹش ایسوسی ایشن کی رپورٹ ۱۸۹۹ء صفحہ ۵۰۲۔

۱؎ Ewing

باؤشنگر نے معلوم کیا کہ زیر تجربہ شے اس طرح کے زور کی لاانتہا تکرار کو برداشت کر سکیگی[1]۔ کسی تجربے میں متعاکس زور کے عمل سے لچک کی حد بعض اوقات گھٹ جاتی ہے اور باؤشنگر نے تناؤ اور فشار کی انہیں گھٹی ہوئی حدود کو لچک کی طبعی حدود مانا۔ اس نے یہ خیال ظاہر کیا کہ لچک کی یہ طبعی حدود وہی ہیں جو زور کے لاانتہا تعاکس کے لیے زور کی حدود ہوتی ہیں۔

اسٹینٹن[1] اور بیر اسٹو[2] نے معلوم کیا کہ زور کے دس لاکھ سے زیادہ تعاکس سہنے کے بعد تناؤ کی لچک کی حد اپنی ابتدائی قیمت سے خاصی کم ہوگئی اور تعاکسوں میں جو اعظم تناؤ لگایا گیا تھا اس سے کسی قدر کم تھی اور فشار میں لگائے ہوئے اعظم فشار سے کسی قدر زیادہ۔ زور کی انتہائی وسعت تقریباً اس مجموعی لچک کی وسعت کے مساوی تھی جو بار بار کے اتار چڑھاؤ زوروں کی وجہ سے اختیار کرلی۔ اس سے باؤشنگر کے قیاس کی خاصی تصدیق ہوتی ہے جو سب میں پہلے جیمس ٹامسن نے ۱۸۴۸ء میں ظاہر کیا تھا۔ اگر یہ نظریہ صحیح ہو کہ لاانتہا تعاکسوں کے زور کی وسعت اور لچک کی وسعت ایک ہی چیز ہے تو وہلر کے نتائج کی اور دوسرے نتائج کی ایک بڑی حد تک توجیہ ہوجائیگی جن میں شکستگی لچک کی ابتدائی حد سے بہت کم زور پر واقع ہوگئی کیونکہ مستقل فساد کتنے ہی خفیف کیوں نہ ہوں شکستگی پیدا کر سکتے ہیں خاص کر اگر مقامی ہوں۔ البتہ یہ ایک قابل غور بات ہے جو باؤشنگر نے اور بعد میں اسمتھ نے معلوم کی کہ بوجھ کے اتار چڑھاؤ کی ایک

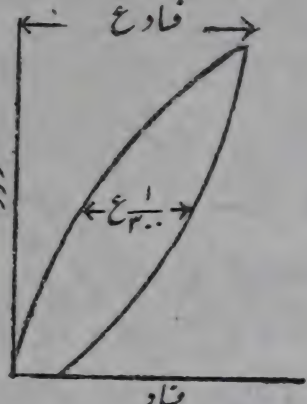
---

[1] دیکھو انون کی "اشیا کی آزمائش" صفحات ۳۵۳ و ۳۶۴ دوسرا ایڈیشن۔
[2] روئداد انسٹی ٹیوٹ آف سول انجنیئرز ۱۹۰۶ء صفحات ۹۶ و ۱۰۴۔

---

[1] Stanton [2] Bairstow

سمجھا جاتا ہے اس سے بہت پست زور پر فساد زور کے ٹھیک ٹھیک متناسب نہیں ہوتا بلکہ بتدریج لداؤ میں فساد ذرا پیچھے رہتا ہے۔ بوجھ اُتارتے وقت فساد بوجھ کے متناسب میں کم نہیں ہوتا بلکہ اُس سے کم گھٹتا ہے۔ اس طرح زور فساد کے نقشے سے ایک حلقہ بنتا ہے جس کا عرض کسی خاص زور پر اُس زور کے متناظر بوجھ کے اُترتے اور پڑتے وقت کے فسادوں کا فرق ہے (دیکھو شکل ۵۷)۔



شکل ۵۷

پروفیسر ایونگ کے تجربات میں حلقے کا عرض وسط میں اعظم فساد کے $\frac{1}{۲۰۰}$ کے قریب تھا۔ متغیر زوروں کے دوروں کے درمیان اس طرح فساد کی پس ماندگی کی وجہ سے کسی شے میں مقابلۃً پست زوروں پر بہت سا مقامی فساد مجتمع ہو سکتا ہے اور اس سے زور کے تکراری اُتار چڑھاؤ کے تحت شکستگی کی ایک توجیہ ذہن میں آتی ہے۔

کسی شے کو زور سے بالکل آزاد کر دینے کے بعد فساد کا جو گھٹاؤ عمل میں آئے اُسے لچکدار پس کامی کہا جاتا ہے۔

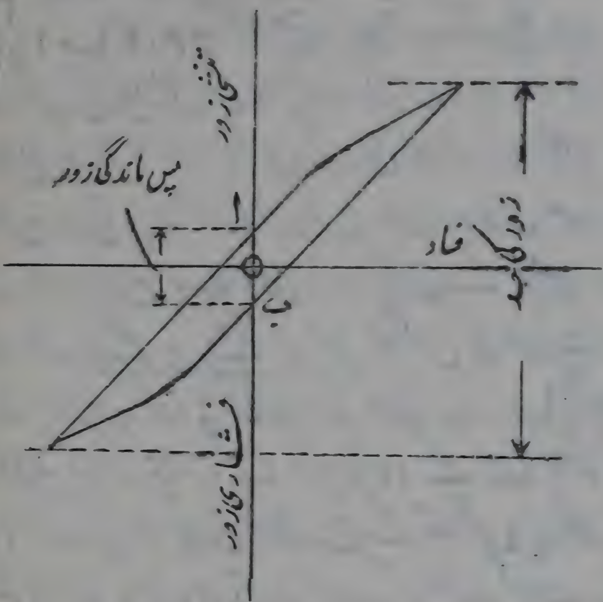
لچکدار پس ماندگی پر اس کے بعد خاصی تحقیق کی گئی، اور ان تحقیقوں سے متبادل زوروں کے تحت کی ناکارگی کے مسئلے پر بہت کچھ روشنی ڈالی جا سکتی ہے۔ کسی شے پر جب زور کے اتنے تعاکس واقع ہو جائیں کہ وہ ایک دَوری کیفیت حاصل کر لے تو اُس کا پس ماندگی کا حلقہ شکل ۵۷ ا کی طرح کا ہو گا۔ حلقے کا

عرض بہت مبالغے کے ساتھ اُتار اگیا ہے۔ صفر فساد پر کا عرض اب $\frac{1}{2}$ ٹن فی مربع انچ پایا گیا[1] جب کہ زور کی وسعت ۱۷ ٹن فی مربع انچ یعنی اب کا ۳۴ گنا تھی۔ ھاپ کنسن[1] اور ولیمز[2] نے اُس توانائی کی پیمایش کی جو پسماندگی میں ۱۲۰ دَور فی ثانیے کے تعاکس میں ضائع ہوئی، اور اُس توانائی کا اندازہ لگایا جو سکونی امتحان میں ضائع ہوتی ہے، اور اِس طرح اِن دونوں صورتوں میں مکمل حلقے کے اندر ضائع ہونے والی توانائیوں کے باہمی ربط کا اندازہ لگایا۔ (۱۰۰)
وہ اس نتیجے پر پہنچے کہ تیز تعاکس کی صورت میں توانائی سکونی امتحان سے (تقریباً ۱۵ فی صدی) کم ہوتی ہے۔ راوِٹ[3] نے اس کے بعد معلوم کیا کہ تپا نرمائے نرم فولاد کے پس ماندگی کے منحنی کا رقبہ ۱۷ دَور فی ثانیہ کی شرح کے تعاکس پر تقریباً وہی ہوتا ہے جو سکونی تجربہ میں ہوتا ہے اور یہ کہ سخت کشیدہ نل میں پس ماندگی تپا نرمائے نل سے بہت کم ہوتی ہے۔ نیز یہ کہ متوسط اعلیٰ تپشوں مثلاً ۳۰۰° م پر پس ماندگی بڑھتی ہے اور ان تپشوں پر سُست تعاکس میں (جس میں مادے کو بہنے کا موقع مل جاتا ہے) پس ماندگی تیز تعاکس سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ تپا نرمائے فولادی نل میں اعلیٰ تپشوں پر "بہاؤ" بے تپا نرمائے مادے کی نسبت بہت کم ہوتا ہے۔
زور کی اُن حدود کے درمیان جو فولاد کی مغلوبیت کی حدود ہیں (دفعہ ۹۴) کسی دور کے لیے زور اور فساد کی پیمائشوں کو ترسیم

ع[1] دیکھو "فولاد کی لچکدار پس ماندگی" از ہاپ کنسن و ولیمز، روئداد رائل سوسائٹی ۲۱ نومبر ۱۹۱۲ء یا رسالہ انجینیرنگ ۱۳ دسمبر ۱۹۱۲ء۔
ع[2] روئداد رائل سوسائٹی سلسلہ ا جلد ۸۹ صفحہ ۵۲۸ اور جلد ۹۱ صفحہ ۲۹۱۔

ف[1] Hopkinson   ف[2] Williams   ف[3] F. E. Rowett

کیا جائے تو پس ماندگی کے حلقے بنتے ہیں لیکن اسمتھ اور ویجوڈ[1] نے اِن حلقوں کا تجربۃً امتحان کر کے معلوم کیا کہ زور کی وسعت کے گھٹنے سے یہ عرض میں گھٹتے ہیں اور آخر کار زور کی ایک چھوٹی وسعت کے لیے بالکل غائب ہو کر ایک خط بن جاتے ہیں۔ اُن کا خیال ہے کہ یہ وسعت غالباً "باؤشنگر کی وسعت" ہے، یعنی کامل لچک کی



شکل ۱۵۷

وسعت (لچک کی طبعی حدود کے درمیان) ان معنی میں کہ زور کے تعاکس کے دَور میں سے گزرنے پر کوئی پس ماندگی کا حلقہ نہیں بنتا۔

گاف[2] نے تانبے کے پس ماندگی کے حلقوں کا ایسے زوروں کے لیے امتحان کیا جو تھکن کی حدود کے بہت اندر تھے اور اس نے معلوم

---

[1] "دوری حالت میں فولاد کے زور فساد کے حلقے" لوہے اور فولاد کے انسٹی ٹیوٹ کا رسالہ نمبر ۱ سنہ ۱۹۱۵ء۔

[2] "تانبے کی لچک کی حد دوروں کے دوری تغیرات کے تحت" رسالۂ انجنیرنگ ۸ ستمبر سنہ ۱۹۲۲ء۔

کیا کہ جو حلقے پہلے مقابلتہً بڑے تھے زور کے تعاکس کے تحت تیزی سے گھٹتے گئے اور ۴ لاکھ تعاکسوں کے بعد شے تقریباً لچکدار بن گئی یعنی تقریباً ۳۰ لاکھ مزید تعاکسوں کے بعد یہ حالت بغیر کسی مزید تغیر کے برقرار رہی۔

میسن[1] نے کھوکھلے نرم فولاد کے نمونوں پر مروڑ کے تحت تجربہ کر کے معلوم کیا کہ دَوروں کی رفتار کو ۲ سے ۲۰۰ فی منٹ تک بدلنے (۱۰۱)
سے غیر لچکدار فساد میں بڑی کمی واقع ہوتی ہے۔ نیز ۲۰۰ سے ۱ فی منٹ کرنے میں بڑا اضافہ واقع ہوتا ہے۔ لیکن فساد کی یہ بڑھی ہوئی وسعت گھٹتی گئی۔ شروع میں بہت تیزی سے اور پھر آہستہ آہستہ جس سے معلوم ہوا کہ گویا آرام کی وجہ سے بازیابی عمل میں آرہی ہے۔ لیکن یہ لچک کی بازیابی نہیں معلوم ہوتی بلکہ غالباً فساد کے بعد ایک طرح کا سختاؤ واقع ہونے کی وجہ سے ہے جس کی وجہ سے امتحان کے دوران میں دَوری غیر لچکدار فساد کی پیدائش قطعی طور پر کم ہو جاتی ہے۔

متحرک بوجھ کا حرکی اثر — یہ خیال ظاہر کیا گیا ہے کہ بوجھ کے تکراری اُتار چڑھاؤ سے جو شکستگی پیدا ہوتی ہے اُس کا باعث یہ ہے کہ بوجھ بتدریج نہیں لگایا جاتا اور اس طرح ان پیہم دھکوں کا اثر اس سے زیادہ ہوتا ہے جتنا کہ فرض کیا جاتا ہے۔ اُتار چڑھاؤ کی تیز شرح پر زور کی انتہائی وسعت میں جو کمی واقع ہوتی ہے جیسی کہ اسمتھ کے تجربات میں ہوئی اُس سے اس نظریے کی کسی قدر تائید ہوتی ہے۔ لیکن اُتار چڑھاؤ کی ایک

عہ[1] "شرحِ رفتار متعاکس زور کے امتحانات میں رفتار کا اثر اور بازیابی" رُوداد رائل سوسائٹی ۱۹۱۶ء۔

[1] Mason

کثیر تعداد کے بعد لچک کی حد اور تنشی استحکام کے متعلق سکونی تجربات سے دھاتوں کی جس حالت کا پتا چلتا ہے اُس کی کسی ایسے حرکی عمل سے توجیہ نہیں ہو سکتی جو ایک کامل لچکدار جسم کے اندر واقع ہو سکتا ہے (دیکھو دفعات ۴۳ اور ۴۴)۔ اس طرح کا ایک نظریہ پیش کیا گیا ہے جس میں تعاکس حد تنشی استحکام کی ایک تہائی اور تکرار کی حد نصف بتائی گئی ہے (مقابلہ کرو گڈ مین کے قانون سے دفعہ ۵۱ اور شکل ۵۶)۔ لیکن اِن توجیہوں میں اس بات کا خیال نہیں رکھا جاتا کہ متغیر زور کے تحت متمدد دھاتیں اکثر کسی قابل پیمائش تطول یا رقبے کی تبدیلی کے بغیر ٹوٹ جاتی ہیں اور یہ کہ تنشی استحکام عموماً سکونی تجربات میں ابتدائی رقبے سے محسوب کیا جاتا ہے۔ یہ ایک بالکل فرضی معیار ہے شکستگی کا حقیقی زور نہیں (دیکھو دفعہ ۲۹) اور اب اسے عام طور پر ترک کیا جا رہا ہے۔

اسٹین ٹن اور بلیوا سٹو[۱] نے ایک گرتے ہوئے دھمس کے صدمے سے پیدا ہونے والے متبادل تناؤ اور فشار کے تحت دھاتوں کی انتہائی مزاحمت کا تجربہ کیا ہے۔ اُن کے نتائج سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ مختلف اشیا کی صدمے کی اضافی مزاحمت $\frac{ز^۲}{ے}$ کے تناسب ہے (دیکھو دفعہ ۴۲)، جہاں ز حقیقی لچک کی حد ہے جو وولر کے امتحان سے ناپی جائے یعنی متعاکس زور کی لا انتہا برداشت کی وسعت ہے۔

فاصل مدتِ دوران ـــــ یہ بالکل ممکن ہے کہ کسی مشین کے ایک رُکن کے طبعی ارتعاش کی مدتِ دوران اور اس پر

[۱] "اشیا کی صدمے کی مزاحمت" رُوداد انسٹی ٹیوٹ آف میکانیکل انجنیرز حصہ ۴ سنہ ۱۹۰۸ء۔

لگائی ہوئی ایک دوری قوت کی مدت دوران کے ایک ہو جانے سے شکستگی واقع ہو جائے (دیکھو دفعہ ۱۶۰)۔ مدتِ دوران کے اس ایک ہونے سے حیطۂ ارتعاش بڑھ جائیگا اور اس سے مستقل فساد واقع ہو سکتا ہے اور یہ اثر جمع ہو کر دھات کو نقصان پہنچا سکتا ہے۔

امتحانوں کی مختلف قسمیں —— تجربات کے نتائج پر غور کرتے وقت یہ یاد رکھنا چاہیے کہ کس آلے کے ذریعے زور لگایا گیا تھا۔ مثلاً متحرک کمیتوں کے جمود کے ذریعے جو یکساں منقسم راست زور پڑے اُس کے اثرات پر صدمے یا فاصل مدتِ دوران کا اثر پڑ سکتا ہے۔ لیکن یکساں منقسم زور کے امتحان میں برداشت پر بوجھ پڑنے کی سُرعت اور دیگر اثرات کے معلوم کرنے کی زیادہ آسانی ہے (۱۰۲) بہ نسبت خماؤ کے امتحان کے جس میں ایک بہت چھوٹے رقبے پر اعظم زور پڑتا ہے اور اس کو سہارا ایسی دھات سے ملتا ہے جس پر زور کم ہے۔ بلکہ واقعہ یہ ہے کہ خماؤ کے تیز تعاکسوں کے تحت زور کی تقسیم تیقن کے ساتھ معلوم بھی نہیں۔

۵۳ - خردبینی تحقیقات —— فولاد کے نمونوں کا زور کے تکراری اُتار چڑھاؤ یا تعاکس کے تحت خردبین کے ذریعے معائنہ کرنے پر حال میں بہت توجہ کی گئی ہے۔ ایونگ اور ھمفری[1] نے سویڈنی لوہے کا ایسے زور کا تعاکس اتنے بار کرکے جو شکستگی کے لیے کافی تھا تھوڑے تھوڑے وقفے سے خردبینی معائنہ کیا اور یہ دیکھا کہ ابتدائی نقطۂ مغلوبیت سے ذرا کم زور کے چند تعاکسوں کے بعد قلموں کے مجموعے میں چند قلموں پر

---

[1] رائل سوسائٹی کے شعبۂ فلسفہ کی روئداد جلد ۲۰۰۔

پھسل پٹیاں (دیکھو دفعہ ۲۴) نمودار ہوئیں۔ مزید تعاکسوں کے بعد پھسل پٹیاں تعداد میں بڑھتی گئیں اور چوڑی ہوتی گئیں۔ آخر میں قلموں میں آڑی تڑقیں پیدا ہوئیں اور ایک قلم سے دوسری قلم کو پھیلتی گئیں اور اس طرح شکستگی واقع ہوئی۔ بعد میں گاف[۱] اور ھلین سن نے معلوم کیا کہ پھسل پٹیاں زور کی بے خطر وسعتوں اور خطرہ دار وسعتوں دونوں میں پھسل پٹیاں پیدا ہوئیں لیکن بے خطر وسعت کی صورت میں کسی قدر فساد سختاؤ عمل میں آیا اور مزید پھسلن واقع نہیں ہوئی۔ یہ امر کہ سختاؤ درحقیقت واقع ہوتا ہے ایلومینیم کی صورت میں اس طرح ثابت ہوا کہ ایک اکیلی بڑی قلم پر زور کے تعاکس کے عمل کا معائنہ کیا گیا جس میں پھسلن خاص خاص آسان مستویوں پر واقع ہوتی ہے۔ گاف اور ھلین سن اس نتیجے پر پہنچے کہ قلمیں ٹوٹ کر چھوٹی چھوٹی قلمیں اور مختلف وضعوں میں پیدا کرتی ہیں۔ اب متصل قلموں کی وضعوں کے اختلاف کی وجہ سے پھسلن موقوف ہوجاتی ہے کیونکہ ایک قلم کے لیے جو مستوی پھسلن کے لیے آسان ہوگا عموماً ساتھ کی قلم کے لیے وہ مستوی آسان نہ ہوگا۔ البتہ اگر زور انتہائی زور سے بڑھ جائے تو قلمدار دانوں میں اعظم پھسلن کے طبقے میں خردبینی تڑقیں شروع ہوتی ہیں اور ان کے سروں پر زور کے مرتکز ہونے کی وجہ سے تڑق بڑھتی ہے اور شکستگی واقع ہوتی ہے۔ یہ عمل اتنا مقامی ہوسکتا ہے کہ اس کی وجہ سے متمدد دھات کی شکستگی بھی بعض اوقات ایسی معلوم ہوتی ہے کہ گویا ایک پھوٹک دھات کی شکستگی ہے جو سکونی بوجھ سے عمل میں آئی ہے۔

---

[۱] روئداد رائل سوسائٹی جلد ۱۰۴ (۱۹۲۳ء)۔ ہوائی تحقیقی کمیٹی کی رپورٹیں اور یادداشتیں نمبر ۹۹۵، ۱۰۲۳ تا ۱۰۲۵۔

پروفیسر مور کی ایک دلچسپ کتاب "گاڑیوں کے دھروں میں تھکن سے پیدا ہونے والی تڑقوں کا مطالعہ" طبع ہوئی ہے جس میں اس طرح کی تڑقوں کو کارخانے کے اندر معلوم کرنے کا طریقہ بھی دکھایا گیا ہے[1]۔

۵۴۔ متغیر زور کے لیے سلامتی کی قدریں

متغیر زور پر جو مختلف تجربات کیے گئے ہیں اُن سے اور نیز تعمیروں اور مشینوں کی تجویز اور استعمال کے متعلق جو عام تجربہ ہے اُس کے نتائج سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ کسی شے پر کامی زور اُس پر پڑنے والے فسادی عمل کے لحاظ سے تجویز کرنا چاہیے[2]۔ مثلاً اگر نرم فولاد میں اتفاقی اور غیر محسوبہ فسادات، کاریگری کی غلطیوں، مرور زمانہ سے کم زور ہو جانے اور اسی طرح کے اور اتفاقات کی رعایت کے لیے ایک برقرار غیر متغیر زور کے لیے قدر سلامتی (یعنی انتہائی سکونی مضبوطی اور (۱۰۳)
کامی زور کی نسبت) ۳ اختیار کی جائے تو اگر نرم فولاد میں متعاکس زور کے لیے بھی اسی طرح کے اتفاقات کی اتنی ہی رعایت کی جائے تو اعظم زور تعاکس کے انتہائی زور کا $\frac{1}{3}$ ہونا چاہیے یعنی انتہائی سکونی مضبوطی کا تقریباً $\frac{1}{8}$ یا $\frac{1}{9}$ کیونکہ تعاکس کی حد انتہائی سکونی مضبوطی کا تقریباً ۳۰ تا ۴۰ فی صدی ہے (جدول ۳ دفعہ ۴۷)۔ اس لیے اس صورت میں قدر سلامتی اوپر کی تعریف کی رو سے ۸ یا ۹ ہوگی۔

انون مختلف اشیا اور مختلف حالات کے لیے سلامتی کی قدروں کے لیے حسب ذیل جدول دیتا ہے:—

[1] الی نوآ یونیورسٹی کے انجینیری تجربات خانہ کا رسالہ نمبر ۱۶۵۔
[2] دیکھو برٹش ایسوسی ایشن کی رپورٹ ۱۸۸۷ء صفحہ ۴۲۴۔

سلامتی کی قدروں کی جدول				
شے	قدر سلامتی ذیل کے حالات میں			
	ساکن بوجھ	متحرک یا متغیر بوجھ		صدمات
		صرف ایک قسم کا زور	متعاکس زور	
ڈھلا لوہا	۴	۶	۱۰	۱۵
پٹوان لوہا اور فولاد	۳	۵	۸	۱۲
چوبینہ	۷	۱۰	۱۵	۲۰

سوالات ۳

۱۔ سوالات نمبر ۲ کے سوال ۱ میں جس شے کا ذکر کیا گیا ہے اُس میں سکونی امتحان میں شکستگی تک کیا ہوا کام فی مکعب انچ معلوم کرو۔

۲۔ نرم فولاد کی ایک سلاخ کی مجموعی لچکدار فساد کی توانائی یا بازگشتگی معلوم کرو جس کا قطر ۱ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے اور جس پر ۷ ٹن کا ایک تنشی بوجھ ہے۔ ے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔

۳۔ $1\frac{1}{2}$ انچ قطر اور ۸ فٹ طول کی ایک سلاخ مجموعی برداشتنی بازگشتگی معلوم کرو۔ تنشی لچک کی حد ۱۴ ٹن فی مربع انچ اور کھنچاؤ کا مقیاس (ے) ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ ہے۔ نیز برداشتنی بازگشتگی فی مکعب انچ معلوم کرو۔

۴۔ ۱۰ فٹ طول اور ۵ر۱ مربع انچ تراش کی ایک سلاخ میں ۶ ٹن کے ایک تنشی بوجھ کے اچانک عمل کرنے سے زور کی حدت اور تطول معلوم کرو۔ کتنا بوجھ اچانک عمل کرکے $\frac{1}{20}$ انچ کا تطول پیدا کریگا۔ ے = ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ لو۔

۵۔ حسب ذیل کے معادل ساکن بوجھوں کا تخمینہ کرو: (ا) ایک ساکن تنشی بوجھ ۱۵ ٹن کا اور ایک متحرک تنشی بوجھ ۲۰ ٹن کا (ب) ایک ساکن فشاری بوجھ ۱۵ ٹن کا اور ایک متحرک تنشی بوجھ ۲۰ ٹن کا۔ اگر فساد کو ۱.۰۰۱ سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے تو ہر صورت میں مطلوبہ تراش کا رقبہ معلوم کرو۔ ے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ۔

۶۔ ۰.۰۵ پونڈ کا ایک بوجھ $\frac{1}{2}$ انچ کی بلندی سے ایک انتصابی سلاخ کے نچلے سرے پر کے روک پر گرتا ہے۔ سلاخ کا طول ۱۰ فٹ اور تراش ایک مربع انچ ہے۔ اگر کھنچاؤ کا مقیاس (ے) ۱۳۰۰۰ ٹن فی مربع انچ ہو تو سلاخ میں پیدا شدہ زور معلوم کرو۔

۷۔ سوال ۶ کا بوجھ سلاخ کو کھینچنا شروع کرنے سے پہلے زیادہ سے زیادہ کتنی بلندی میں سے گر سکتا ہے تاکہ ۴ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ زور نہ پیدا ہو۔

۸۔ دو گول سلاخیں ا اور ب ۱۰ انچ لمبی ہیں۔ ا کا قطر ۲ انچ طول میں ۱ انچ اور باقی ۸ انچ طول میں $\frac{3}{4}$ انچ ہے۔ ب کا قطر ۸ انچ طول میں ۱ انچ اور باقی ۲ انچ طول میں $\frac{3}{4}$ انچ ہے۔ اگر ب کو ایسا محوری دھکا پہنچے جس سے اس میں ۱۵ ٹن فی مربع انچ کا زور پیدا ہو تو اسی دھکے سے ا میں کتنا زور پیدا ہوگا۔ لچک کی حدود کے اندر ا اس طرح ب سے کتنی زیادہ توانائی جذب کر سکتا ہے۔

چوتھا باب (۱۰۴)

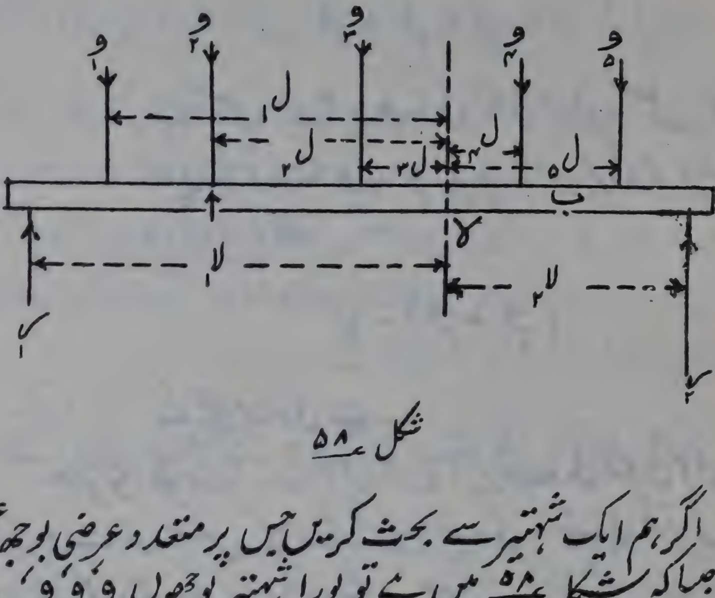
خماؤ کا نظریہ

۵۵۔ شہتیر اور خماؤ ــــــ اگر کسی شے کی ایک سلاخ پر بیرونی قوتیں (جن میں بوجھ اور ردِّ عمل داخل ہیں) اس کے طولی محور سے ترچھا عمل کریں تو وہ ایک شہتیر کہلاتی ہے اور بوجھ کے جو اجزائے ترکیبی محور کے علی القوائم ہوں اُن سے پیدا ہونے والے فساد کو جھکاؤ یا خمیدگی کہتے ہیں۔ موجودہ باب اور اس کے بعد کے چار بابوں میں صرف ایسے شہتیروں سے بحث کی گئی ہے جو بالکل سیدھے یا تقریباً سیدھے ہوں۔ چونکہ شہتیر عموماً اُفقی ہوتے ہیں اور بیرونی قوتیں وزن ہوتی ہیں اس لیے اس میں آسانی ہوگی کہ شہتیروں کو ہمیشہ افقی سمجھا جائے اور بیرونی قوتوں کو انتصابی، اگرچہ حاصل شدہ نتائج دوسری صورتوں میں بھی درست ہوں گے۔ تعمیروں کے ارکان اکثر شہتیر بھی ہوتے ہیں اور داب روک یا بندھن بھی، یعنی اُن پر طولی قوتوں کے علاوہ عرضی قوتیں بھی

ہوتی ہیں۔

۵۶۔ شہتیروں پر فسادی عمل ـــــ جزئی قوت اور خماؤ کا معیار

ـــــ خمیدگی سے پیدا ہونے والے زوروں اور فسادوں سے بحث کرنے سے پہلے اُن فسادی عملوں سے بحث کی جائیگی جو شہتیروں پر لداؤ کے مختلف نظاموں اور سہارے کے مختلف طوروں سے پیدا ہوں۔



شکل ۵۸

اگر ہم ایک شہتیر سے بحث کریں جس پر متعدد عرضی بوجھ عمل کریں جیسا کہ شکل ۵۸ میں ہے تو پورا شہتیر بوجھوں و۱ و۲ و۳ وغیرہ اور سہارے کی قوتوں یا ردِّ عملوں ہ۱ اور ہ۲ کے زیرِ عمل تعادل میں ہوگا۔ نیز اگر شہتیر کو ایک خیالی تراشش لا سے دو حصوں ا اور ب میں تقسیم کیا جائے تو یہ دونوں حصے تعادل میں ہوں گے۔ ا کو (۱۰۵) تعادل میں رکھنے والا نظام قوتوں و۱ و۲ اور ہ۱ اور نیز اُن قوتوں پر مشتمل ہے جو شہتیر کے اندر زور کی کیفیت کی وجہ سے حصہ ب حصہ ا پر تراشش لا میں سے عمل کرتا ہے۔ ان موخرالذکر قوتوں سے ہم آسانی کے لیے اُن کے مجموعی اُفقی اور انتصابی

اجزائے ترکیبی اور اُن کے معیاروں کے ذریعے بحث کرینگے۔ سکونیات کی رُو سے تعادل کی معمولی شرائط کے اطلاق سے حسبِ ذیل نتائج حاصل ہوتے ہیں:۔

(۱) چونکہ حصہ ا پر کوئی اُفقی قوتیں نہیں سوائے اُن کے جو تراش لا میں سے عمل کرتی ہیں اس لیے اُن قوتوں کا جبری مجموعہ صفر ہوگا۔

(۲) چونکہ ا پر انتصابی پنجوا ہ قوتوں کا جبری مجموعہ

$$و_۱ + و_۲ + و_۳ - ہ_۱$$

ہے اس لیے ا پر ب کی لگائی ہوئی حاصل انتصابی اوپروار قوت $و_۱ + و_۲ + و_۳ - ہ_۱$ ہوگی جو ایک اوپروار قوت

$$ہ_۲ - (و_۴ + و_۵)$$

کے بھی مساوی ہے۔

جزّی قوت ـــــ اس طرح ا پر ب کی لگائی ہوئی حاصل انتصابی قوت تراش لا کے کسی جانب کی انتصابی قوتوں کے جبری مجموعے کے مساوی ہے۔ ب پر ا کا عمل اس کے مساوی اور مخالف ہوگا۔ یہ مجموعی انتصابی جزوِ ترکیبی زیر بحث تراش پر کی جزّی قوت کہلاتی ہے۔

(۳) اگر لا سے $و_۱$، $و_۲$، $و_۳$ اور $ہ_۱$ کے فاصلے علی الترتیب

$ل_۱$، $ل_۲$، $ل_۳$ اور $لا_۱$ ہوں تو ا پر عمل کرنے والی

بیرونی قوتوں کا معیار لا کے گرد۔

م = ر۲ لا۱ - و۱ ل۱ - و۲ ل۲ - و۳ ل۳

جو و۴ ل۴ + و۵ ل۵ - ر۲ لا۲ کے بھی مساوی ہے اور اگر اوپر کا جملہ مثبت ہو تو موافق سمتِ ساعت ہے۔

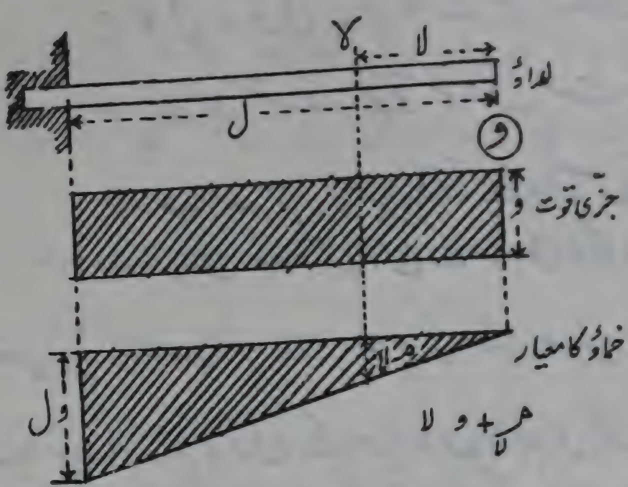
حصہ ب حصہ ا پر جو معیار لگاتا ہے وہ اس کی تعدیل کریگا اور اِس طرح مقدار میں اُس کے مساوی ہوگا۔

خماؤ کا معیار ـــ اوپر کی مقدار م زیرِ غور تراش کے کسی ایک جانب کی تمام قوتوں کے معیاروں کا جبری مجموعہ ہے اور اس کو خماؤ کا معیار کہتے ہیں۔ اس کو متوازن کرنے والا معیار جو حصہ ب حصہ ا پر لگاتا ہے اِس تراش پر شہتیر کا مزاحمت کا معیار کہلاتا ہے۔ تعادل کی سکونیاتی شرائط سے ظاہر ہے کہ مزاحمت کا معیار اور خماؤ کا معیار مقدار میں باہم مساوی ہونگے۔

۵۷۔ جزّی قوت اور خماؤ کے معیار کے نقشے ـــ

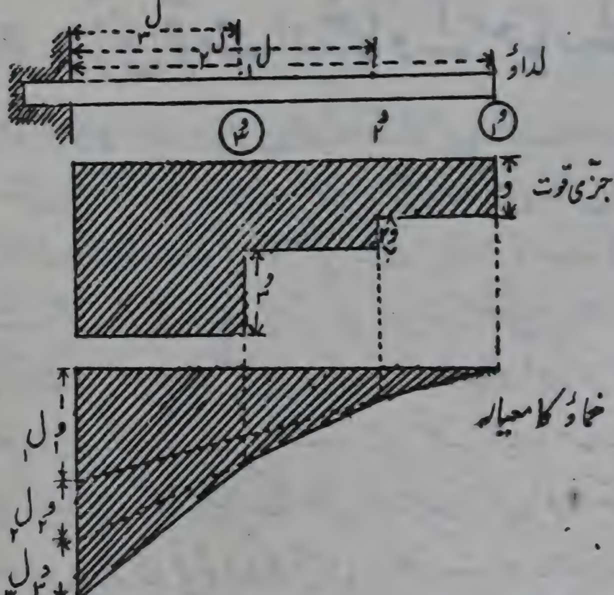
جزّی قوت اور خماؤ کا معیار دونوں عموماً مقدار میں ایک لدے ہوئے شہتیر کے طول میں نقطہ بہ نقطہ بدلینگے۔ ان کی قیمت کسی خاص تراش پر حساب کے ذریعے محسوب کی جاسکتی ہے، یا عام جبری جملے معلوم کیے جاسکتے ہیں جن سے شہتیر کی کسی تراش پر خماؤ کا معیار اور جزّی قوت معلوم ہوسکیں۔ خماؤ کے معیار اور جزّی قوت کے تغیر کو منحنیوں کے ذریعے ترسیماً بھی تعبیر کیا جاسکتا ہے جن کے اساس کسی پیمانے پر شہتیر کے طول کو تعبیر کریں اور انتصابی معین خماؤ کے معیاروں یا جزّی قوتوں کو جیسی کہ صورت ہو۔ خماؤ کے معیار اور جزّی قوت کے منحنیوں کی چند سادہ تمثیلی مثالیں اشکال ۵۹ تا ۶۹ میں

(۱۰۶) دی گئی ہیں۔ ہر صورت میں م خماؤ کے معیار، ق جزّی قوت، اور س ردِ عمل یا سہارا دینے والی قوت کو تعبیر کرتا ہے، اور ان حروف کو



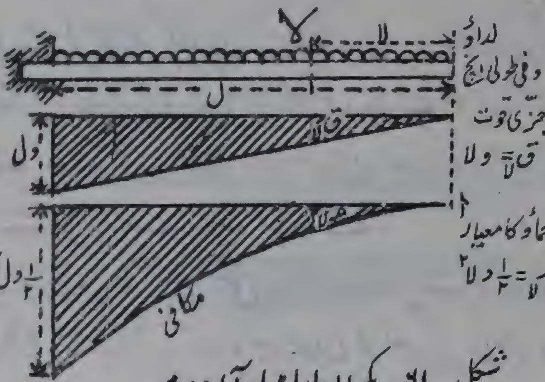
شکل ۵۹ ۔ برآمدہ بیرم ۔ سرے پر بوجھ

لاحقے لگا دیے جاتے ہیں جن سے ان کا محل تعبیر ہوتا ہے۔ خماؤ کے معیار اور جزّی قوتوں کی دوسری صورتوں سے آگے چل کر بحث کی جائیگی۔

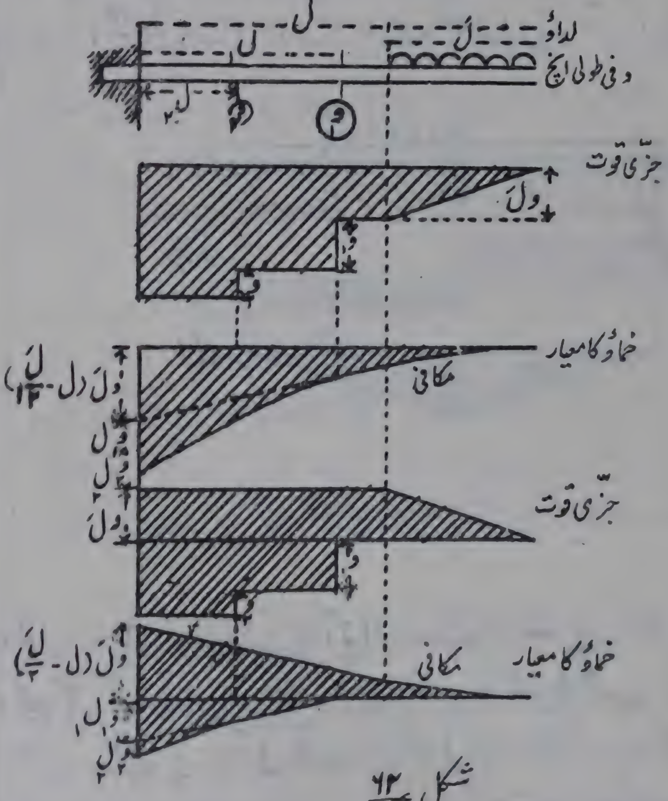


شکل ۶۰ ۔ برآمدہ بیرم، متعدد بوجھ

(دیکھو دفعات ۸۴ تا ۹۱) - متحرک بوجھوں کی صورت میں فسادی عمل بوجھ کے
محل کے ساتھ بدلتے ہیں - ان صورتوں سے تعمیروں کے نظریے کی
کتابوں میں بحث کی گئی ہے - اگر ایک شہتیر پر متعدد مختلف مرتکز (۱۰۷)



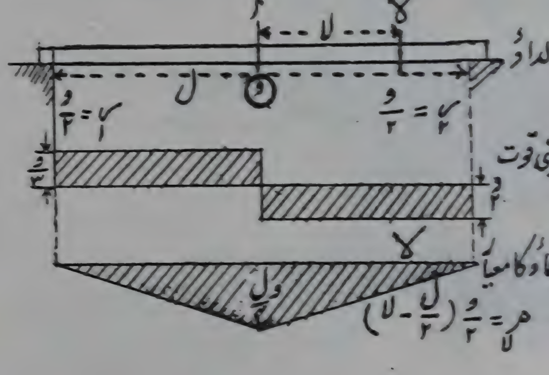
شکل ۶۱ - یکساں لدا ہوا برآمدہ بیرم



شکل ۶۲

یا منقسم بوجھ ہوں تو کسی تراشش پر خماؤ کا معیار اُن بوجھوں سے علٰحدہ علٰحدہ پیدا ہونے والے خماؤ کے معیاروں کا جبری مجموعہ ہوگا۔ نقشے کھینچتے وقت بعض اوقات اس میں آسانی ہوتی ہے (۱۰۸) کہ دو علٰحدہ بوجھوں کے نقشوں کے معینوں کو جمع کیا جائے اور جبری مجموعے کو ترسیم کیا جائے، یا اِن دو منحنیوں کو ایک ہی اساسی خط کی مقابل جانبوں میں ترسیم کیا جائے اور حاصل قیمتوں کو اس طرح بننے والے نقشے کی بالائی اور زیرین حد کے درمیان کے انتصابی مقطوعے سے بالراست ناپ لیا جائے۔

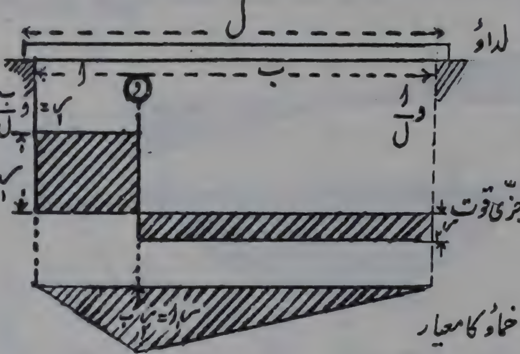
یہ دونوں طریقے شکل ۶۲ء میں ترتیب میں دکھائے گئے ہیں۔ اشکال ۵۹ء تا ۶۲ء برآمدہ بیرموں کو تعبیر کرتی ہیں، یعنی ایسے شہتیروں کو جو ایک سرے پر مضبوطی کے ساتھ ثابت ہیں اور دوسرے سرے پر آزاد۔ اشکال ۶۳ء تا ۶۶ء ایسے شہتیروں کو تعبیر کرتی ہیں جن کے



شکل ۶۳ء۔ آزادانہ سہارا ہوا شہتیر۔ مرکزی بوجھ

دونوں سرے سہاروں پر آزادانہ ٹکے ہوئے ہیں اور جن پر مختلف بوجھ عمل کرتے ہیں جیسا کہ شکلوں میں دکھایا گیا ہے۔ کسی خاص نقطے پر جزئی قوت یا خماؤ کا معیار محسوب کرنے کے لیے یا ان دونوں مقداروں کے لیے شہتیر کے ایک حصہ یا پورے

طول کے ہر نقطے کے لیے حروف میں ایک جملہ حاصل کرنے کے لیے پہلا مرحلہ عموماً یہ ہوتا ہے کہ نامعلوم سہارنے والی قوتوں یا ردِّ عملوں

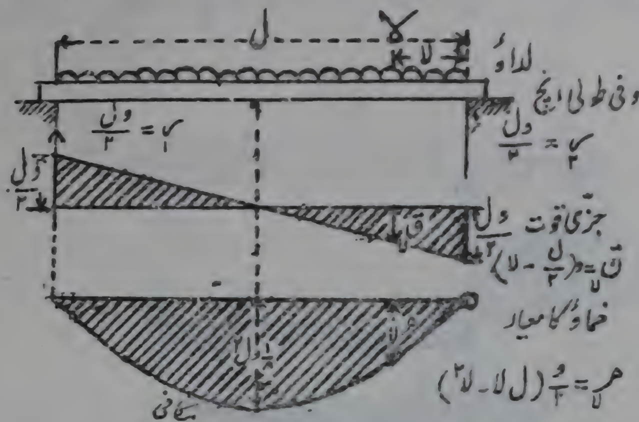


شکل ۶۴

(ر۱ اور ر۲) کو معلوم کیا جائے ۔ یہ اس طرح آسانی سے معلوم ہوسکتے ہیں کہ دونوں میں سے کسی ایک سہارے کے گرد تمام بیرونی قوتوں (مع ردِّ عملوں) کا معیار لے کر ان معیاروں کے جبری مجموعے کو صفر کے مساوی رکھا جائے۔ جب تمام بیرونی قوتیں معلوم ہو جائیں تو کسی تراش کے لیے جزّی قوت اور خماؤ کا معیار آسانی سے معلوم ہو سکتے ہیں۔ جزّی قوت تراش کی کسی ایک
جانب کی تمام بیرونی عرضی قوتوں کا جبری مجموعہ ہوگی اور خماؤ کا معیار (۱۰۹)
تراش کی کسی ایک جانب کی تمام بیرونی قوتوں کے معیاروں کا جبری مجموعہ ہوگا۔

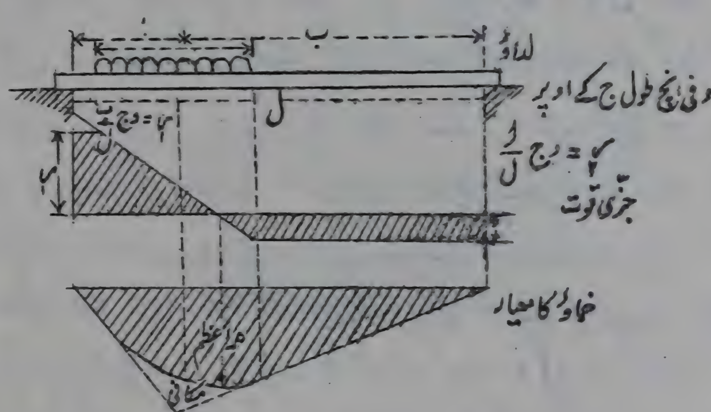
حاصل مجموعوں کی علامت کا سوال اختیاری ہے اور کچھ زیادہ اہم نہیں۔ لیکن نقشہ کھینچتے وقت مخالف قوتوں اور معیاروں کو اساسی خط کی مقابل جانبوں میں بتانا مناسب ہے۔ مثال کے طور پر شکل ۶۶ والی صورت پر پورے طور پر غور کرو۔ بوجھ شہتیر کے

طول ج پر و فی طولی انچ کی شرح سے یکساں پھیلا ہوا ہے۔ بوجھ کے



شکل ۶۵۔ آزادانہ سہارا ہوا شہتیر۔ یکساں پھیلا ہوا بوجھ

مرکزِ جاذبہ کے فاصلے شہتیر کے بائیں اور دائیں سہاروں سے علی الترتیب ا اور ب ہیں۔ اس طرح ا + ب = ل = شہتیر کا فصل سہاروں کے درمیان۔



شکل ۶۶۔ آزادانہ سہارا ہوا شہتیر

دائیں سہارے کے گرد معیار لینے سے —

$$سہ_1 \times ل = و \times ج \times ب$$

$$سہ_1 = و \times ج \times \frac{ب}{ل}$$

$$سہ_2 = و \times ج \times \frac{ا}{ل}$$

(۱۱۰) جزّی قوت ق بائیں سہارے سے بوجھ کے شروع تک سہا کے مساوی ہے۔

لدے ہوئے حصے میں بائیں سہارے سے فاصلہ لا پر یعنی

لا = ا - ج/۲ سے لا = ا + ج/۲ تک

$$\text{ق}_{\text{لا}} = \text{سہا} - \text{و}\left\{\text{لا} - \left(\text{ا} - \frac{\text{ج}}{۲}\right)\right\}$$

$$= \text{وج}\,\frac{\text{ب}}{\text{ل}} - \text{ولا} + \text{و}\left(\text{ا} - \frac{\text{ج}}{۲}\right)$$

یا

$$\text{و}\left(\frac{\text{جب}}{\text{ل}} + \text{ا} - \text{لا} - \frac{\text{ج}}{۲}\right)$$

جو صفر کے مساوی ہے جب کہ $\text{لا} = \text{ج}\,\frac{\text{ب}}{\text{ل}} + \text{ا} - \frac{\text{ج}}{۲}$

باقی طول میں دائیں سہارے تک جزّی قوت عددی طور پر سہ کے اور جبری طور پر سہا - وج کے مساوی ہے یعنی

$$\text{ق} = \text{و}\left(\frac{\text{جب}}{\text{ل}} - \text{ج}\right) = \text{وج}\left(\frac{\text{ب} - \text{ل}}{\text{ل}}\right) = -\,\text{وج}\,\frac{\text{ا}}{\text{ل}}$$

خماؤ کا معیار (م) بائیں سہارے سے بوجھ کے شروع تک بائیں سہارے سے فاصلہ لا پر یعنی لا < ا - ج/۲ کے لیے تراش کی بائیں طرف معیاروں پر غور کرنے سے ۔

$$\text{م}_{\text{لا}} = \text{سہا} \times \text{لا} = \text{وج}\,\frac{\text{ب}}{\text{ل}} \times \text{لا}$$ (ایک خطِ مستقیم)

لدے ہوئے حصے میں، یعنی جہاں لا > ا ۔ ج/۲ اور < ا + ج/۲

ھ_لا = ر_ا × لا ۔ { لا ۔ (ا ۔ ج/۲) } × و × ۱/۲ { لا ۔ (ا ۔ ج/۲) }

= وج ب/ل × لا ۔ و/۲ (لا ۔ ا + ج/۲)²

اِس جملے کی پہلی رقم شکل میں دکھائے ہوئے بائیں ہاتھ کے نقطہ دار خطِ مستقیم سے تعبیر ہوتی ہے اور دوسری منحنی اور اس خطِ مستقیم کے درمیان کے فاصلے سے۔ اس طرح ھ_لا سایہ دار نقشے کے انتصابی معین سے تعبیر ہوگا۔

بوجھ کے دائیں طرف، یعنی جب کہ لا > ا + ج/۲ بائیں طرف کے معیاروں پر غور کرنے سے

ھ_لا = ر_ا لا ۔ وج (لا ۔ ا)

= وج ب/ل لا ۔ وج (لا ۔ ا)

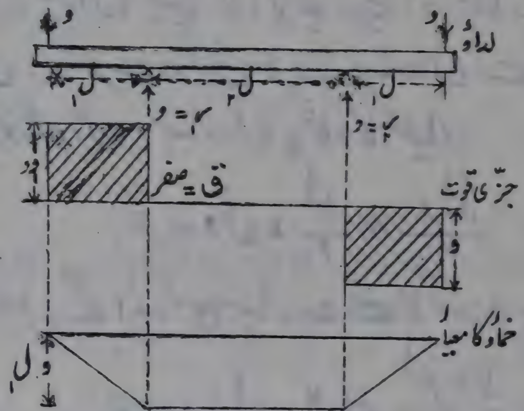
یا ھ_لا = وج ا ۔ وج لا (۱ ۔ ب/ل)

یا وج ا ۔ وج لا/ل × ا

= وج ا/ل (ل ۔ لا)

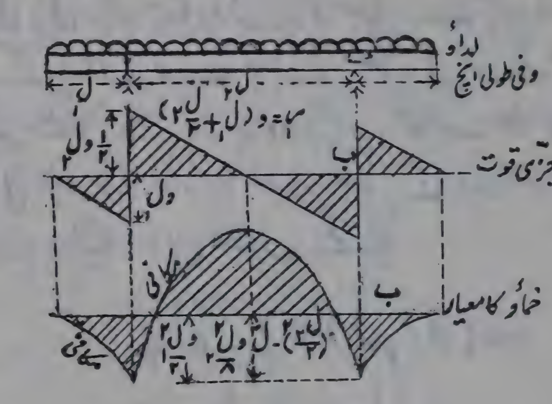
= ر_۲ (ل ۔ لا) (ایک خطِ مستقیم)

(۱۱۱) یہی نتیجہ آسانی سے اس طرح معلوم ہو سکتا تھا کہ دائیں طرف کے معیاروں پر غور کیا جائے اور زیر غور حصے کے لیے دائیں طرف قوت صرف س۲ ہے۔
شکل ۶۷ ایک ایسے شہتیر کو تعبیر کرتی ہے جس کا طول ل۱ + ل۲ + ل۳ تو



شکل ۶۷

ل۲ + ۲ل۱ ہے لیکن تشاکل سہاروں کے درمیان فصل اس سے چھوٹا ہے اور ل۲ کے مساوی ہے اور شہتیر کے سروں پر مساوی بوجھ



شکل ۶۸

لگائے گئے ہیں۔ سہاروں کے درمیان جزّی قوت صفر ہوگی اور خماؤ کا معیار مستقل ہوگا۔

شکل ۶۸ میں طول $\text{ل}_2 + 2\text{ل}_1$ کا ایک شہتیر دکھایا گیا ہے جس پر ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ ہے اور سہارے باہمی فاصلہ ل_2 پر ہیں اور سرے دونوں طرف سہاروں سے بقدر طول ل_1 کے باہر نکلے ہوئے ہیں۔ سہاروں پر خماؤ کا معیار

$$\text{ھ} = \text{و}\,\text{ل}_1 \times \frac{\text{ل}_1}{2} = \frac{\text{و}\,\text{ل}_1^2}{2}$$

فصل کے اندر کسی سہارے سے فاصلہ لا پر خماؤ کا معیار — (۱۱۴)

$$\text{ھ}_{\text{لا}} = \text{و}\,(\text{ل}_1 + \text{لا}) \times \frac{\text{ل}_1 + \text{لا}}{2} - \text{ن}_1\,\text{لا}$$

$$= \frac{\text{و}}{2}(\text{ل}_1 + \text{لا})^2 - \text{و}\,\text{لا}\left(\text{ل}_1 + \frac{\text{ل}_2}{2}\right)$$

$$= \frac{\text{و}}{2}\text{ل}_1^2 - \frac{\text{و}}{2}(\text{ل}_2\,\text{لا} - \text{لا}^2)$$

اس جملے کی پہلی رقم سہاروں پر کا معیار ہے اور دوسری رقم طول ل_2 کے یکساں لدے ہوئے فصل کی صورت میں خماؤ کا معیار ہے (دیکھو شکل ۶۵)۔ یہ دو رقمیں مخالف علامتوں کی ہیں اور اگر ل_2 کافی بڑا ہو تو خماؤ کا معیار فصل کے اندر دو نقطوں پر صفر ہوکر علامت بدلیگا۔ ان نقطوں کے لیے

$$\frac{\text{و}}{2}\text{ل}_1^2 - \frac{\text{و}}{2}\text{لا}(\text{ل}_2 - \text{لا}) = 0$$

$$\text{لا}^2 - \text{ل}_2\,\text{لا} + \text{ل}_1^2 = 0$$

یا

$$\text{لا} = \frac{\text{ل}_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\text{ل}_2}{2}\right)^2 - \text{ل}_1^2}$$

یعنی یہ دو نقطے فصل کے وسط کے دونوں جانب وسط سے فاصلہ

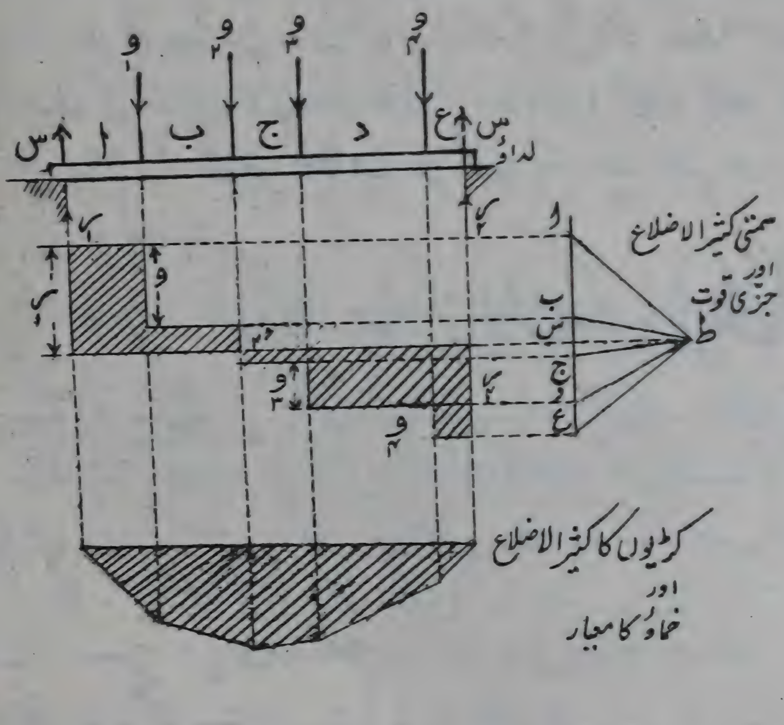
$\sqrt{\left(\frac{ل_۱}{۲}\right)^۲ - ل_۲^۲}$ پر ہیں۔ یہ دونوں نقطے منطبق ہونگے (فصل کے وسط پر) اگر ل۱ = ۲ ل۲ اور ان کا وجود ہی نہیں ہوگا اگر ل۱ چھوٹا ہو ۲ ل۲ سے اور اس صورت میں خماؤ کا معیار علامت نہیں بدلیگا۔

نقاط انعطاف ـــ ظاہر ہے کہ مخالف علامت کے خماؤ کے معیار مخالف انحنا کی خمیدگی پیدا کرنے کا اقتضا رکھینگے۔ اگر خماؤ کے معیار کا منحنی مسلسل ہو تو علامت کی تبدیلی کے لیے ضروری ہے کہ صفر قیمت میں سے گزرے اور صفر خماؤ کے معیار اور علامت کی تبدیلی کا یہ نقطہ نقطۂ انعطاف یا خیالی قبضہ کہلاتا ہے۔ شکل ۶۸ کے نقاطِ انعطاف کا محل مساوات ھ = ۰ سے ابھی معلوم کیا گیا ہے۔

۵۸۔ خماؤ کا معیار کڑیوں کے یا ریسمانی کثیر الاضلاع کے ذریعے

ـــ کسی افقی شہتیر کے اوپر عمل کرنے والی انتصابی قوتوں کے نظام کے لیے جو ریسمانی یا کڑیوں کا کثیر الاضلاع کھینچا جائے اُس کا انتصابی عرض کسی تراش پر اُس تراش کے خماؤ کے معیار کو تعبیر کریگا۔ یہ شکل ۶۹ میں دکھایا گیا ہے جس میں سمتی کثیر الاضلاع کے سمتی س ط کو اُفقی بنا کر کڑیوں کے کثیر الاضلاع کا اساس افقی بنایا گیا ہے اور س ط کو افقی اس طرح بنایا گیا کہ جو نقطہ س بوجھ کے خط ا ب ج د ع کو سہارنے والی قوتوں کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے اُس سے افقی خط کھینچا گیا اور اس کے اوپر

قطب ط انتخاب کیا گیا۔ کرڑیوں کے کثیر الاضلاع کے معینوں سے خماؤ کے معیار کے تعبیر ہونے کا آسان ثبوت یہ ہے کہ کرڑیوں کے کثیر الاضلاع کے اضلاع کو خارج کرنے سے جو مثلث بنتے ہیں وہ سمتی کثیر الاضلاع کے متناظر مثلثوں کے مشابہ ہوتے ہیں۔ اور اس تشابہ کے ذریعے مطلوبہ ثبوت حاصل ہوجاتا ہے۔ خماؤ کے معیار کا پیمانہ ۱ انچ کو ق × ف × ی پونڈ انچ ہوگا جہاں قوت کا پیمانہ ۱ انچ کو ق پونڈ، فاصلے کا ۱ انچ کو ف انچ ہے اور قطبی فاصلہ س ط طول میں ی انچ ہو۔ یہ ضروری نہیں کہ نقشے کو افقی اساس پر کھینچا جائے لیکن فاصلہ ی کو افقاً لینا چاہیے اور خماؤ کا معیار انتصابی معینوں سے ناپنا چاہیے۔



شکل ۹۱

جزّی قوت کا نقشہ سمتی کثیر الاضلاع کے انتصابی بوجھ کے خط سے طل لے کر بنایا گیا ہے۔

خماؤ کے معیار کا نقشہ کھینچنے کا یہی طریقہ یکساں اور کسی طرح پر پھیلے ہوئے بوجھ کی صورت میں بھی کام دے سکتا ہے اور اس میں جتنی صحت مطلوب ہو اتنی صحت حاصل کی جا سکتی ہے۔ اس کے لیے یہ کرنا ہوگا کہ پھیلے ہوئے بوجھ کو شہتیر کے طول میں متعدد حصوں میں تقسیم کر کے ہر ایک حصے کو اس کے مرکزِ جاذبہ پر مرتکز سمجھا جائے۔ اس سے ریسمانی کثیر الاضلاع ایک مستقیم الاضلاع شکل ہوگی۔ خماؤ کے معیار کا اصلی منحنی اس کو اندر کی جانب (نہ کہ باہر کی جانب) مس کرنے والا منحنی ہوگا۔

۵۹۔ خماؤ کے معیار اور جزّی قوت کے درمیان ربط

ربط ——— ایک شہتیر کے جس پر و فی اکائی طول کا ایک مسلسل پھیلا ہوا بوجھ ہے چھوٹے طول مف لا (شکل ۷۵) پر غور کرو۔ و ضروری نہیں کہ مستقل ہو لیکن مف لا اتنا چھوٹا لو کہ و کو اس کے اوپر مستقل سمجھا جا سکتا ہے۔ فرض کرو کہ ٹکڑے مف لا کے دونوں سروں پر جزّی قوتیں ق اور ق + مف ق اور خماؤ کے معیار هر + مف هر ہیں جیسا کہ شکل ۷۵ میں دکھایا گیا ہے۔

ٹکڑے مف لا پر کی انتصابی اُوپر وار اور نیچے وار کی قوتوں کو مساوی رکھنے سے

$$ق + مف\, ق = ق + و\, مف\, لا$$

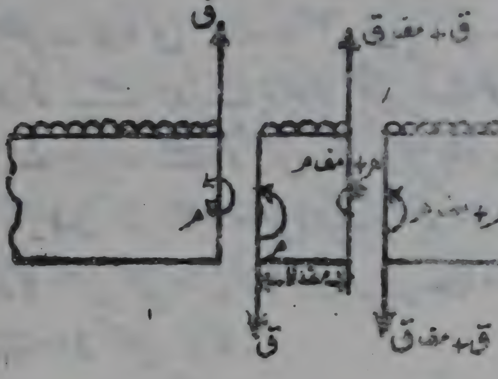
یا

$$مف\, ق = و\, مف\, لا$$

یا

$$\frac{فرق}{فرلا} = و \quad \ldots\ldots\ldots (۱)$$

(۱۱۴) یعنی جزی قوت کی تبدیلی کی شرح (جو جزی قوت کے منحنی کے ڈھال سے تعبیر ہوتی ہے) مقدار میں لداؤ کی حدت کے مساوی ہے۔



شکل ۷۰

فاصلہ لا۔ لا میں تکمل کرنے سے

$$ق - قَ \text{ (جزی قوت کی مجموعی تبدیلی) } = \int_{لا.}^{لا} و \cdot فرلا$$

یا

$$ق = قَ + \int_{لا.}^{لا} و \cdot فرلا$$

اس میں ہر رقم کے ساتھ اس کے موزوں علامت لینی چاہیے۔

و = مستقل کے لیے ان ربطوں کو اشکال ۶۱، ۶۵، ۶۸ کے جزی قوت کے نقشوں میں دکھایا گیا ہے۔

ٹکڑے مف لا پر عمل کرنے والی تمام بیرونی قوتوں کا بائیں طرف کی تراشش کے کسی نقطے کے گرد معیار لے کر مخالف معیاروں کو مساوی رکھنے سے

هر + (ق + مف ق) مف لا ۔ و مف لا × مف لا / ۲

= هر + مف هر

یا پہلے رتبے کی چھوٹی مقداروں تک

مف هر = ق مف لا

یعنی فر هر / فر لا = ق .... (۲)

یعنی خماؤ کے معیار کی تبدیلی کی شرح جزی قوت کے مساوی ہے۔

اس لیے تکمل کرنے سے لا سے لا تک خماؤ کے معیار کی مجموعی تبدیلی ∫ ق فر لا ہوگی جو لا اور لا پر کے معینوں کے درمیان جزی قوت کے نقشے کے رقبے کے تناسب ہے۔ مثلاً اشکال ۶۳ تا ۶۹ میں یہ رقبہ شہتیر کے سروں کے درمیان صفر ہے کیونکہ اساسی خط کے اوپر اور نیچے کا رقبہ مساوی ہے۔

ربط (۲) سے معلوم ہوتا ہے کہ جزی قوت کے نقشے کے معین خماؤ کے معیار کے منحنی کے ڈھالوں کے متناسب ہیں۔ جہاں جزی قوت صفر ہوکر علامت بدلے خماؤ کے معیار کی قیمت (ریاضیاتی) اعظم یا اقل ہوگی۔ اس واقعے سے کسی شہتیر کا زیادہ سے زیادہ خماؤ کا معیار معلوم کرنے کا ایک آسان طریقہ ہاتھ آتا ہے جیسا کہ اشکال ۶۵، ۶۶ اور ۶۸ میں دکھایا گیا ہے۔ شکل ۶۶ میں وہ تراشش جس پر جزی قوت صفر ہے صریحاً طول ج کو نسبت ک۱/ک۲ میں تقسیم کرتی ہے۔ یا وضعہ ۵، ۵ کے (۱۱۵)

جملے کو استعمال کریں تو ق بائیں سہارے سے فاصلہ

ج ب/ل + ا - ج/۲

پر صفر ہوگا۔ اس نقطے پر خماؤ کا معیار اعظم ہے اور اس کی قیمت آسانی سے محسوب ہو سکتی ہے۔

علامتیں — دیکھو چونکہ لا دائیں طرف مثبت لیا جاتا ہے اور و نیچے کی طرف مثبت، اس لیے (۱) میں ق کو اُس وقت مثبت سمجھا گیا ہے جب کہ اس کا عمل زیر غور تراش کے بائیں طرف اوپر وار ہو اور دائیں طرف نیچے کو۔ اس لیے علامت کا خیال رکھنے اور نیچے وار قوتوں کو مثبت سمجھنے سے جزئی قوت وہ نیچوار اندرونی قوت ہے جو کسی تراش کے دائیں طرف عمل کرے، یا کسی تراشش کے دائیں جانب اوپر وار عمل کرنے والی بیرونی قوتوں کا جبری مجموعہ، یا بائیں جانب نیچے وار عمل کرنے والی بیرونی قوتوں کا جبری مجموعہ ہے۔ نیز (۲) میں ھ کو اس وقت مثبت سمجھا گیا ہے جب کہ تراش کے بائیں طرف شہتیر کے حصے پر اس کا عمل موافق سمتِ ساعت ہو اور دائیں طرف کے حصے پر مخالف سمتِ ساعت۔ اس لیے خماؤ کا معیار تراش کے دائیں طرف کی بیرونی قوتوں کا موافق سمتِ ساعت معیار یا بائیں طرف کی بیرونی قوتوں کا مخالف سمتِ ساعت معیار ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ مثبت خماؤ کے معیار سے اوپر وار تحدب پیدا ہوگا اور منفی خماؤ کے معیار سے نیچے وار تحدب۔

مرتکز بوجھ — ایسے بوجھوں کی صورت میں جو فصل کے ثابت نقطوں پر (کم و بیشش) مرتکز ہوں جزئی قوت کا منحنی (دیکھو اشکال ۶۰، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۷ اور ۶۹) غیر مسلسل ہوتا ہے، اور نیز خماؤ کے معیار کے منحنی کا ڈھال بھی غیر مسلسل

ہوتا ہے ۔ البتہ لداؤ کے نقاط کے درمیان اوپر کے ربط درست رہتے ہیں اور جس تراش پر جزی قوت کا منحنی اساسی خط کو قطع کرتا ہے وہ ایک اعظم خماؤ کے معیار کی تراش ہوگی (دیکھو اشکال ۶۳، ۶۷، ۶۹) مرتکز بوجھ در اصل عملاً ایسا بوجھ ہوتا ہے جو ایک بہت چھوٹے طول پر پھیلا ہوا ہوتا ہے (ضروری نہیں کہ یکساں پھیلا ہو) ۔ اس طرح بوجھ کے نقطے پر جزی قوت کے نقشے میں جو انتصابی خطوط دکھائے جاتے ہیں اُن کو در اصل انتصابی سمت سے تھوڑا جھکا دینا چاہیے کیونکہ کسی تراش پر جزی قوت کی صرف ایک قیمت ہونی چاہیے ۔

مثال ۱ — ایک ۲۰ فٹ طول کے شہتیر کے دونوں سرے سہاروں پر ٹکے ہوئے ہیں اور اس پر ½ ٹن فی طولی فٹ کا ایک بوجھ ہے اور ایک اور بوجھ ۱½ ٹن فی طولی فٹ کا جو بائیں سرے سے ۱۲ فٹ طول تک ہے ۔ اعظم خماؤ کے معیار کا محل اور مقدار معلوم کرو اور جزی قوت اور خماؤ کے معیار کے نقشے کھینچو ۔

لداؤ شکل ۷۱ میں اوپر ا ج ب پر دکھایا گیا ہے ۔

½ ٹن فی فٹ کی وجہ سے ردِ عمل ا اور ب پر ۵ ٹن ہیں ۔

۱½ ٹن فی فٹ کے بوجھ سے جس کا مرکز جاذبہ ا سے ۶ فٹ ہے ۔

(ب کا ردِ عمل) × ۲۰ = ۱۸ × ۶

ب کا ردِ عمل = ۵٫۴ ٹن

اس لیے ا کا ردِ عمل = ۱۸ − ۵٫۴ = ۱۲٫۶ ٹن } دوسرے بوجھ کی وجہ سے

دونوں بوجھوں کے لیے جزی نقشے علحدہ ایک اُفقی خط کی مقابل جانبوں میں کھینچے گئے ہیں اور حاصل نقشہ سایہ دار دکھایا گیا ہے ۔

(۱۱۶) خماؤ کا معیار وہاں اعظم ہے جہاں جزی قوت صفر ہے جیسا کہ د پر دکھایا گیا ہے ۔ اس کا فاصلہ بائیں سہارے سے معلوم کرنے کا غالباً آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ جزی قوت

بائیں سہارے پر ۶، ۱۷ ٹن ہے اور ۲ ٹن فی طولی فٹ کی شرح سے گھٹتی ہے اس لیے اس کی قیمت صفر

$$\text{بائیں سہارے سے} \ \frac{17.6}{2} = 8.8 \ \text{فٹ}$$

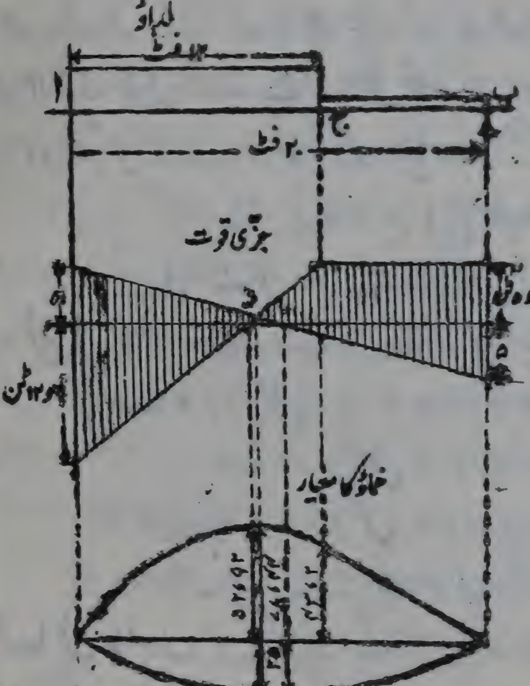
پر ہوگی۔

اس جگہ خماؤ کا معیار

$$= \frac{8.8}{2} \times 2 \times 8.8 - 8.8 \times 17.6$$

$$= 77.44 \ \text{ٹن فٹ}$$

دونوں بوجھوں کے لیے خماؤ کے معیار کے نقشے شکل ۷۱ میں ایک ہی اساسی خط کے مقابل جانب کھینچے گئے ہیں۔ دونوں بوجھوں کا متحدہ نقشہ اُن نقشوں کی حدود کے درمیان کی انتصابی پیمائشوں سے حاصل ہوگا۔



شکل ۷۱

اکیلے ۱/۲ ٹن فی فٹ کے بوجھ کے لیے اعظم خماؤ کا معیار فصل کے وسط میں ہوگا اور

$$= 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$$

ٹن فٹ

اکیلے ۱/۲ ۱ ٹن فی فٹ کے بوجھ کے لیے اعظم وہاں ہوگا

جہاں اس بوجھ کی وجہ سے جزّی قوت صفر ہے، یعنی ا سے فاصلہ

۶ء۱۲ ÷ ۵ء۱ = ۴ء۸ فٹ پر ہوگا

اس لیے اس منحنی کا اعظم معین —

= ۶ء۱۲ × ۴ء۸ − ۴ء۸ × ۴ء۸ × ۱½ × ۸ء۴/۲ = ۹۲ء۵۲ ٹن فٹ

ج پر اس منحنی کا معین

= ۴ء۵ × ۸ = ۴۳ء۲ ٹن فٹ

اور ج کے دائیں طرف یہ راست ب کے فاصلے کی طرح بدلتا ہے۔ اور منحنی ایک خطِ مستقیم ہوتا ہے۔

مثال ۲ — ایک افقی شہتیر اب جو ۲۴ فٹ لمبا اور ا پر قبضہ دار ہے، ایک سہارے ج پر ٹکا ہوا ہے جو ا سے ۱۶ فٹ کے فاصلے پر ہے، اور اس شہتیر پر ایک پھیلا ہوا بوجھ ۱ ٹن فی طولی فٹ کا ہے اور ایک اور بوجھ ۳۲ ٹن ب پر ہے۔ ردِّ عمل جزّی قوتیں اور خماؤ کے معیار معلوم کرو۔ اگر ب پر کا بوجھ گھٹا کر ۸ ٹن کر دیا جائے تو اس سے کیا فرق ہوگا؟

فرض کرو کہ سہارے ج کا اوپروار ردِّ عمل ہج ہے۔

ا کے گرد معیار لینے سے (شکل ۴۲) —

(۱۱۷) ۱۶ ہج = (۲۴ × ۳۲) + (۱۲ × ۲۴) = ۱۰۵۶

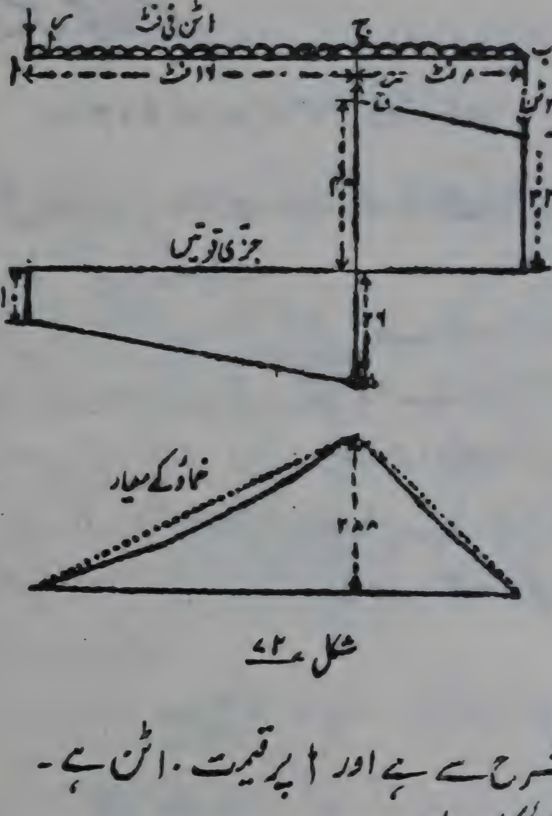
ہج = ۶۶ ٹن

اگر ا کا اوپروار ردِّ عمل ہا ہو تو

ہا = ۲۴ + ۳۲ − ۶۶ = −۱۰ ٹن

یا ۱۰ ٹن نیچے کو۔

جزئی قوت کا نقشہ شکل ۲۷ میں دکھایا گیا ہے۔ ب پر جزئی قوت ۳۲ ٹن ہے، وہاں سے بتدریج بڑھ کر ج پر اس کی قیمت بقدر ۸ ٹن کے زیادہ ہے۔ یہاں بقدر ۶۶ ٹن کے گھٹ کر مخالف علامت کی ۲۶ ٹن ہو جاتی ہے۔ ج سے ا تک مجموعی تبدیلی



شکل ۲۷

۱۶ ٹن یکساں شرح سے ہے اور ا پر قیمت ۱۰ ٹن ہے۔

ج پر خماؤ کا معیار —

$= (8 \times 32) + (4 \times 8) = 288$ ٹن فٹ

ا اور ب پر اس کی قیمت صفر ہوتی ہے اور کسی حصے میں بھی ریاضیاتی مفہوم میں اعظم نہیں ہوتی۔ ب سے ۴ فٹ کے فاصلے پر خماؤ کا معیار

$= (32 \times 4) + (4 \times 2) = 136$ ٹن فٹ

ا اور ج کے وسط میں

= (۸×۱۰) + (۴×۸) = ۱۱۲ ٹن فٹ

پورا نقشہ شکل ۴۲ میں دکھایا گیا ہے۔

ب پر صرف ۸ ٹن کا بوجھ سمجھ کر مسئلے کو حل کرنے سے

۱۶ س ج = (۸×۲۴) + (۲۴×۱۲) = ۱۹۲ + ۲۸۸

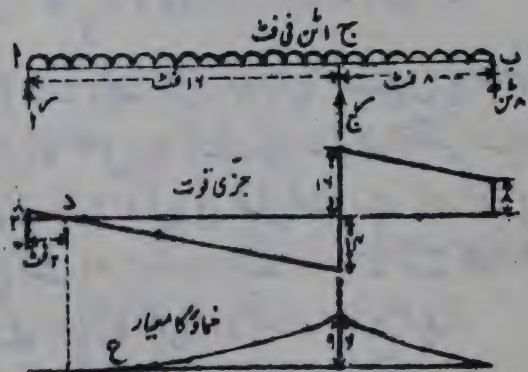
= ۴۸۰

س ج = ۳۰ ٹن

مجموعی بوجھ = ۲۴ + ۸ = ۳۲ ٹن

س ا = ۲ ٹن اوپر وار

(۱۱۸) جزئی قوت اور خماؤ کے معیار کے نقشے شکل ۴۳ میں دکھائے گئے ہیں۔ جزئی قوت ب پر ۸ ٹن ہے اور ۸ ٹن اور بڑھ کر ج پر ۱۶ ٹن ہو جاتی ہے۔ یہاں ۳۰ ٹن گھٹ کر مخالف علامت کے ۱۴ ٹن ہو جاتی ہے۔ ج سے ا تک اس میں ۱۶ ٹن کی تبدیلی ہوتی ہے



شکل ۴۳

اور ا پر اس کی قیمت ۲ ٹن ہوتی ہے۔ ج اور ا کے درمیان اس کی قیمت صفر ہوتی ہے اور علامت بدلتی ہے۔

(ریاضیاتی) اعظم خماؤ کے معیار کی تراشش ا اور ج کے درمیان وہ ہوگی جہاں جزّی قوت صفر ہے، اور چونکہ ا پر جزّ ۲ ٹن ہے اور ا ٹن فی فٹ کی شرح سے گھٹتا ہے اس لیے صفر قیمت تراش د پر ہوگی جو ا سے ۲ فٹ ہوگا۔

ج پر خماؤ کا معیار

= (۸ × ۸) + (۴ × ۸) = ۹۶ ٹن فٹ

ب سے ۴ فٹ پر

= (۸ × ۴) + (۴ × ۲) = ۴۰ ٹن فٹ

ا اور ج کے درمیان ا سے فاصلہ لا پر

= لا × لا/۲ − ۲ لا = لا (لا/۲ − ۲)

جو لا = ۴ کے لیے یعنی ا سے ۴ فٹ پر صفر ہے اس لیے یہ نقطہ ع ایک نقطۂ انعطاف ہوگا۔ اس فاصلے کو اس طرح بھی معلوم کر سکتے تھے کہ صریحاً اس کو اد کا دُگنا ہونا چاہیے۔

آخر میں ھ_د = ۲ × ۱ − ۲ × ۲ = − ۲ ٹن فٹ

مثال ۳ — ایک شہتیر دونوں سروں پر سادہ طور پر سہارا ہوا ہے اور اس کا فصل ۲۰ فٹ ہے۔ بوجھ منقسم ہے۔ بائیں سہارے پر اس کی شرح ا ٹن فی طولی فٹ ہے اور دائیں سہارے پر ۴ ٹن فی طولی فٹ اور سہاروں کے درمیان شرح ہموار طور پر بدلتی ہے۔ اعظم خماؤ کے معیار کا محل اور قیمت معلوم کرو۔

آسانی کے لیے بوجھ کو دو حصوں میں تقسیم کرو۔ ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ ا ٹن فی طولی فٹ کا اور دوسرا بائیں سہارے سے

صفر سے بڑھتا ہوا دائیں سہارے پر ۳ ٹن فی طولی فٹ شرح کا۔ پہلے بوجھ کی وجہ سے دونوں سہاروں کے ردِّ عمل ۱۰ ٹن ہونگے۔ دوسرے بوجھ کی اوسط حدت ۱٫۵ ٹن فی طولی فٹ' یا مجموعی بوجھ ۳۰ ٹن ہوگا۔ اس کا (۱۱۹) مرکزِ جاذبہ بائیں سرے سے ۲/۳ فصل پر ہوگا۔ اس طرح اس بوجھ کی وجہ سے دائیں سہارے کا ردِّ عمل ۳۰ ٹن کا ۲/۳ یعنی ۲۰ ٹن ہوگا اور بائیں سہارے کا ۱۰ ٹن ہوگا۔

اس طرح مجموعی ردِّ عمل بائیں اور دائیں سہارے پر ۲۰ ٹن اور ۳۰ ٹن ہونگے۔

بائیں سہارے سے فاصلہ لا فٹ پر بوجھ فی فٹ

= ۱ + ۳/۲۰ لا ٹن فی فٹ

کیونکہ اس کے بڑھنے کی شرح ۳/۲۰ ٹن فی فٹ فی فٹ ہے

طول لا فٹ میں اوسط شرح

= ۱/۲ (۱ + ۱ + ۳/۲۰ لا) = ۱ + ۳/۴۰ لا ٹن فی فٹ

اور لا فٹ پر مجموعی بوجھ ــــ

= لا (۱ + ۳/۴۰ لا)

خماؤ کا معیار اس جگہ اعظم ہوگا جہاں جزّی قوت صفر ہو' یعنی اس تراشں پر جس کے بائیں جانب کا بوجھ بائیں ردِّ عمل ۲۰ ٹن کے مساوی ہو۔

اس تراش کے لیے جزّی قوت

ق = ۲۰ − لا (۱ + ۳/۴۰ لا) = ۰

۳ لا^۲ + ۴۰ لا − ۸۰۰ = ۰

لا = ۱۰٫۹۶ فٹ = ۱۰ فٹ ۱۱٫۵ انچ

سہارے سے فاصلہ لا فٹ پر خماؤ کا معیار

$$= ۲۰ لا - لا \times \frac{لا}{۲} - \frac{۲ لا^۲}{۳۰} \times \frac{۱}{۳} لا$$

جب کہ لا = ۱۰٫۹۶ فٹ تو

$$ھ = ۲۱۹ - ۶۰ - ۳۳ = ۱۲۶ \text{ ٹن فٹ}$$

ق اور ھ کے لیے جو جملے اوپر حاصل ہوئے ہیں اُن سے جزّی قوت اور خماؤ کے معیار کے منحنی کھینچے جا سکتے ہیں۔

۶۰۔ لچکدار خماؤ کا نظریہ

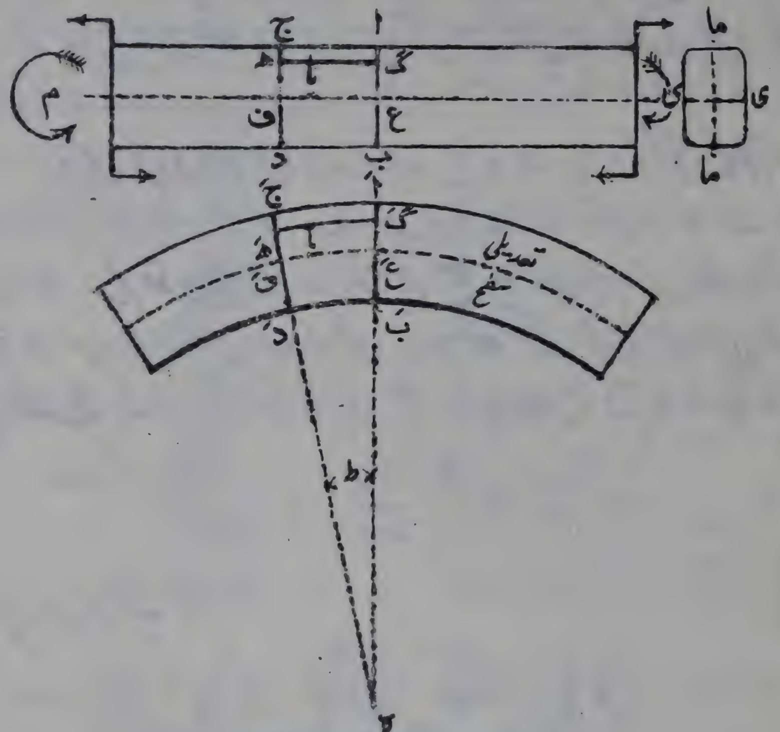
سادہ خمیدگی کی صورت میں یعنی ایسے جھکاؤ کی صورت میں جو کسی شہتیر میں جزّی قوت کے بغیر خالص جفتوں سے پیدا ہو، نہادی عمل اور شہتیر کے ابعاد، زوروں، فساووں، لچک اور انحنا کے درمیان ربط چند سادہ مفروضات کی مدد سے نہایت آسانی سے قائم کیا جا سکتا ہے۔

خمیدگی کی ایسی صورتوں میں جو "سادہ" نہیں لیکن جو عام طور پر سب میں زیادہ کثرت سے واقع ہوتی ہیں یعنی جن میں جزّی قوت کے فساوات نظر انداز کیے جا سکتے ہیں، انہی سادہ ربطوں کو بطور تقرب کے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ایسی صورتوں میں "خماؤ کے سادہ نظریے" کا استعمال حق بجانب ہے یا نہیں اس کا تصفیہ اسی پر منحصر ہے کہ اس سادہ نظریے سے جو نتائج حاصل ہوں وہ تجربات کے نتائج سے اور لچکدار خماؤ کے پیچیدہ لیکن صحیح نظریے کے نتائج سے کتنے مطابق ہیں۔

۶۱۔ سادہ خماؤ

متجانس شے کی ایک سیدھی سلاخ کے سروں پر مساوی اور مقابل جفت لگائے جائیں اور کوئی اور قوت عمل نہ کرے تو اس کے سارے طول میں ایک یکساں خماؤ کا معیار ہوگا، (۱۳۰)

اور کوئی جزّی قوت نہ ہونے کی وجہ سے یہ سلاخ سادہ خماؤ کے تحت کہلائیگی۔ اس طرح کا مساوی عمل شکل ۷-۶ میں شہتیر کے سہاروں کے درمیان دکھایا گیا ہے۔ ہم شہتیر کی تراش کو سارے طول میں مستقل اور ایک وسطی طولی مستوی کے گرد تشاکل فرض کرینگے جس کے اندر اور جس کے متوازی خمیدگی واقع ہوتی ہے۔ شکل ۷-۷ میں وسطی طولی تراش خماؤ سے پہلے اور بعد اور ایک عرضی تراش دکھائی گئی ہیں۔ عرضی تراش ایک محور ھا ھا کے گرد تشاکل ہے۔



شکل ۷-۷ - سادہ خماؤ

یہ فرض کیا جائیگا کہ شہتیر کی عرضی مستوی تراشیں خمیدگی کے بعد بھی مستوی رہتی ہیں اور طولی ریشوں کے علی القوائم رہتی ہیں اور یہ مفروضہ

حق بجانب ہے اس لیے کہ فسادی عمل ہر تراش پر وہی ہے ۔ یہ مفروضہ برنولی[1] کا مفروضہ کہلاتا ہے۔

کوئی دو بہت قریب عرضی تراشوں اب اور ج د پر غور کرو۔ خمیدگی کے بعد یہ متوازی نہیں رہینگی اور ان کی شکل اَبَ اور جَ دَ کی جیسی ہو جائیگی۔ اج پر کے مادے کا پرت کھنچ کر اَجَ ہو جائیگا اور ب د پر کا بھینچ کر بَ دَ ہو جائیگا۔ خطِ ع ف اُس پرت کو تعبیر کرتا ہے جو خمیدگی کے دوران میں نہ کھنچتا ہے نہ بھینچا جاتا ہے۔ اس سطح ع ف میں کوئی طولی فساد نہیں ہوتا اور یہ تعدیلی سطح کہلاتی ہے۔ کسی عرضی تراش سے اس کے تقاطع کا جو خط ہوتا ہے وہ اس تراش کا تعدیلی محور کہلاتا ہے۔ (۱۲۱)

فرض کرو کہ تراشیں اَبَ اور جَ دَ خارج ہو کر شکل کے علی القوائم ایک خط پر ملتی ہیں جو ہ سے تعبیر ہوتا ہے، اور فرض کرو کہ تقاطع کا زاویہ طہ (نیم قطری) ہے اور تعدیلی سطح عَ فَ کا نصف قطرِ انحنا ہ عَ = سہ ہے۔ فرض کرو کہ کسی پرت ہ گَ کی جو ابتدا میں تعدیلی سطح ف ع کے متوازی تھا تعدیلی سطح سے بلندی عَ گَ = ما ہے۔

$$\text{تب} \quad \frac{\text{ہ گَ}}{\text{عَ فَ}} = \frac{(\text{سہ} + \text{ما})\,\text{طہ}}{\text{سہ طہ}} = \frac{\text{سہ} + \text{ما}}{\text{سہ}}$$

اور پرت ہ گَ کا فساد

$$\text{س} = \frac{\text{ہ گَ} - \text{ہ گ}}{\text{ہ گ}} = \frac{\text{ہ گَ} - \text{عَ فَ}}{\text{عَ فَ}}$$

$$= \frac{(\text{سہ} + \text{ما})\,\text{طہ} - \text{سہ طہ}}{\text{سہ طہ}} = \frac{\text{ما}}{\text{سہ}}$$

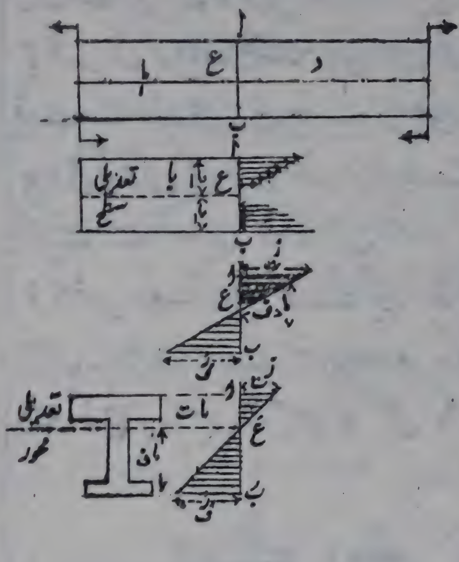
---

[1] Bernoulli

اس لیے اگر لچک کی حد سے تجاوز واقع نہ ہوا ہو تو تعدیلی سطح سے بلندی ما پر طولی تنشی زور کی حدت

ف = ے × س = ے × ما/ر .... (۱)

جہاں ے ینگ کا مقیاس ہے، بشرطیکہ مادّے کے پرت طولی زور کے تحت اس طرح عمل کریں گویا کہ آزاد ہیں اور اطراف کے مادے سے جس میں زور کی حدت مختلف ہے کسی طرح کی رکاوٹ پیش نہیں آتی۔ اگر ے کی قیمت تناؤ اور فشار میں مساوی ہو تو تعدیلی سطح کے مقابل جانب فشاری زور کی حدت بھی فاصلہ ما پر یہی ہوگی۔

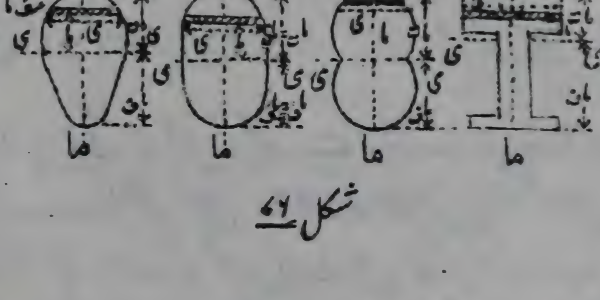


شکل ۵ے

اس طرح تراش کے ہر نقطے پر راست طولی زور کی حدت ف تعدیلی محور سے نقطے کے فاصلے کے تناسب ہوتی ہے۔ اس کی قیمت اکائی فاصلے پر (یعنی ما = ا پر) ے/ر ہوگی، اور اعظم قیمت اُس احاطہ پر ہوگی جو تعدیلی محور سے زیادہ سے زیادہ فاصلے پر ہے۔ طولی زور کی حدت کا تغیر شکل ۵ے کے مطابق ہوگا جس میں تیروں کے سر اُس قوت کی سمت کو تعبیر کرتے ہیں جو تراش ا ب، پر حصہ د حصہ ہا پر لگاتا ہے۔ چونکہ تعدیلی سطح کی مقابل جانبوں میں زور مخالف قسم یا علامت کے ہوتے ہیں اس لیے اُن کو اس طرح تعبیر کیا جا سکتا ہے جس طرح اع ب پر کیا گیا ہے۔

۶۲۔ تعدیلی محور کا محل وقوع

— شہتیر پر صرف جفت
عمل کرتے فرض کیے گئے ہیں اس لیے تراشش اب کے کسی ایک طرف مثلاً
بائیں طرف کا حصہ (اشکال ۷۴، ۷۵) چونکہ ایک بیرونی جفت سے اور (۱۲۲)
تراشش اب میں سے عمل کرنے والی قوتوں سے تعادل میں ہے اس لیے
یہ قوتیں ایک جفت کے معادل ہونی چاہییں جو بیرونی جفت کو خمیدگی کے
مستوی میں متوازن کرے۔ (انتصابی) جزی قوت صفر ہے اس لیے اب
میں سے عمل کرنے والی اندرونی قوتیں بالکل افقی (یا طولی) ہونی چاہییں اور
چونکہ یہ مل کر ایک جفت ہوتی ہیں اس لیے مجموعی تنشی قوت مجموعی فشاری
قوت کے مساوی ہونی چاہیے، یعنی افقی اندرونی قوتوں کا مجموعہ
بیرونی قوتوں کی طرح صفر ہونا چاہیے۔ اس واقعے کو جبری طور پر ظاہر
کرنے سے تعدیلی محور کا محل معلوم ہو سکتا ہے۔ شکل ۷۴ میں شہتیر کی
تراشش ایک افقی محور کے گرد متشاکل ہے لیکن استدلال کے لیے یہ ضروری
نہیں۔ البتہ خماؤ کے مستوی ماما کے گرد تراششیں متشاکل ہونی چاہییں۔
ایسی کوئی تراشش لو جیسی کہ شکل ۷۶ میں ہیں، اور فرض کرو کہ تعدیلی محور



شکل ۷۶

ی ی کے متوازی رقبے کی کوئی چھوٹی پٹی مف ریا ی مف ما ہے جہاں
ی تراشش کا متغیر عرض ہے تب، چونکہ مجموعی افقی قوت صفر ہے
اس لیے ——

Σ (ف . مف ر) = ۰ یا Σ (ف . ی . مف ما) = ۰

اور چونکہ ربط (۱)، دفعہ ۶۱ کی رُو سے ـــ

ف = ی/ر . ما

اس لیے ی/ر Σ (ما مف ر) = ۰ یا ی/ر Σ (ما ی مف ما) = ۰ ..... (۲)

مقدار Σ (ما مف ر) یا Σ (ما ی مف ما) تعدیلی محور کے گرد تراش کے رقبے کے مجموعی معیار کو تعبیر کرتا ہے اور یہ اُسی صورت میں صفر ہو سکتا ہے کہ محور تراش کے مرکزِ جاذبہ یعنی مرکزِ ہندسی میں سے گزرے۔

تراش کے ہر حصے کے لیے ف کی جگہ ی/ر ما کا استعمال اُس مفروضے پر مبنی ہے کہ ی کی قیمت تناؤ اور فشار میں مساوی ہے اور اس مفروضے کی لچک کی حدود کے اندر تجربے سے تائید ہوتی ہے۔

سادہ خماؤ کے نظریے کے مفروضات

ـــ بہتر ہوگا کہ "سادہ خماؤ" کے اس نظریے میں جو مفروضات اختیار کیے گئے ہیں اُن کو یہاں اکٹھا کرکے لکھ دیا جائے۔ یہ مفروضات حسبِ ذیل ہیں:ـــ

(۱) یہ کہ عرضی مستوی تراشیں خمیدگی کے بعد بھی مستوی اور عمادی رہتی ہیں۔

(۲) یہ کہ شے متجانس، متساوی السموت، اور ھوک کے قانون کی پابند ہے، اور یہ کہ لچک کی حدود سے تجاوز واقع نہیں ہوا۔

(۳) یہ کہ شے کا ہر پرت زور کے تحت طولاً اور عرضاً پھیلنے یا سکڑنے کے لیے آزاد ہے گویا کہ دوسرے پرتوں سے بالکل علیحدہ ہے۔ اگر یہ نہ ہو تو ربط (۱) دفعہ ۶۱ میں ی ینگ کا مقیاس نہیں ہوگا (۱۲۳)
بلکہ کوئی اور لچک کا مستقل ہوگا (دیکھو دفعہ ۲۱)۔ لیکن اگر

ہر لحاظ سے ربط درست رہیگا۔

(۴) یہ کہ راست لچک کے مقیاس کی قیمت تناؤ اور فشار میں مساوی ہے۔

۶۳۔ مزاحمت کے معیار کی قیمت

— تعدیلی محور سے کسی فاصلہ ما پر طولی زور کی حدت (ف = $\frac{ے}{ک}$ × ما) معلوم ہونے کی وجہ سے اور یہ معلوم ہونے کی وجہ سے کہ یہ طولی اندرونی قوتیں مِل کر ایک جفت بناتی ہیں جو ہر تراش پر خماؤ کے معیار کے مساوی ہوتا ہے اب یہ باقی ہے کہ اس جفت کی قیمت کو جو مزاحمت کا معیار کہلاتا ہے (دیکھو دفعہ ۵۶) تراش کے ابعاد اور پیدا شدہ زور کی حدت کی رقوم میں بیان کیا جائے۔

دفعۂ گزشتہ کی طرح شکل ۷۶ کو استعمال کرو۔ تعدیلی محور سے فاصلہ ما پر تراش کا چھوٹا رقبہ مف ر یا ی مف ما ہے اور اس پر زور کی حدت —

$$ف = \frac{ے}{ک} ما$$

اس چھوٹے رقبے پر مجموعی زور

$$= ف . مف ر یا ف . ی . مف ما$$

اور اس زور کا معیار —

$$= ف . ما . مف ر یا ف . ی . ما . مف ما$$

اور پوری تراش میں معیار —

$$م = \Sigma (ف . ما . مف ر) یا م = \Sigma (ف . ی . ما . مف ما)$$

اور ف کی جگہ دفعہ ۶۱ سے اس کی قیمت ے/ر ما رکھنے سے (دفعہ ۶۱)

م = ے/ر ∑ (ما۲ . مف ر) یا ے/ر ∑ (ی ما۲ مف ما) ...... (۳)

حاصل جمع ∑ (ما۲ مف ر) یا ∑ (ی ما۲ مف ما) چھوٹے چھوٹے رقبوں اور محور سے ان کے فاصلوں کے مربعوں کے حاصل ضربوں کا مجموعہ ہے۔ یہ چھوٹے چھوٹے رقبے لا انتہا چھوٹے کر دیے جائیں تو یہ حاصل جمع محور کے گرد تراش کے رقبے کا معیارِ جمود کہلاتے ہیں۔ مختلف تراشوں کے جمود کے معیاروں کی قیمتوں سے دفعات ۶۶ تا ۶۸ میں بحث کی گئی ہے۔ اگر ہم تراش کے رقبے کے معیارِ جمود کو آ سے تعبیر کریں یعنی

∑ (ما۲ مف ر) = ∑ (ی ما۲ مف ما) = آ

تو ضابطہ (۳) کی شکل یہ ہو جاتی ہے :—

م = ے/ر آ یا م/آ = ے/ر .... (۴)

اور چونکہ ربط (۱) دفعہ ۶۱ سے ے/ر = ف/ما (تعدیلی محور سے اکائی فاصلے پر زور کی حدت) اس لیے (۱۲۴)

ف/ما = م/آ = ے/ر .... (۵)

یہ ربط بہت اہم ہیں اور ان کو حفظ کر لینا چاہیے۔ اگر ان کو اس شکل میں رکھا جائے کہ

ف = م/آ × ما یا ے/ر ما

تو تعدیلی محور سے فاصلہ ما پر کے طولی زور کی حدت خماؤ کے معیار اور تراش کے

ابعاد (آ) کی رقوم ہیں یا نصف قطرِ انحنا اور لچک کے مستقل کی رقوم میں حاصل ہوگی۔ ف کی انتہائی قیمتیں تنشی اور فشاری اُن پرتوں کے اندر واقع ہوتی ہیں جو تعدیلی محور سے سب سے زیادہ فاصلے پر ہوتے ہیں۔ اس طرح اگر اشکال ۵-۷ اور ۶-۷ میں تنشی اور فشاری پہلوؤں کے انتہائی پرتوں کے فاصلے تعدیلی محور سے علی الترتیب مات اور مان ہوں اور تنشی اور فشاری زور کی اعظم حدتیں جو ان پرتوں کے اندر ہیں زت اور زن ہوں تو

$$\frac{\text{ف}}{\text{ما}} = \frac{\text{زت}}{\text{مات}} = \frac{\text{زن}}{\text{مان}} = \frac{\text{ھر}}{\bar{\text{آ}}} = \frac{\text{ے}}{\text{ما}}$$

یا $$\text{زت} = \text{ھر}\,\frac{\text{مات}}{\bar{\text{آ}}}\ ,\quad \text{زن} = \text{ھر}\,\frac{\text{مان}}{\bar{\text{آ}}}$$

یا $$\text{ھر} = \text{زت}\cdot\frac{\bar{\text{آ}}}{\text{مات}} = \text{زن}\cdot\frac{\bar{\text{آ}}}{\text{مان}} \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

غیر متشاکل تراشش کے لیے زور کی حدت کا تغیر شکل ۵-۷ میں اَ عَ بَ پر دکھایا گیا ہے۔

تعدیلی محور کے گرد متشاکل تراشوں کے لیے مات اور مان باہم مساوی ہونگے اور تراشش کی گہرائی کے نصف کے مساوی ہونگے۔ اگر نصف گہرائی کو ما_1 سے تعبیر کیا جائے اور انتہائی یا کھال پر کی مساوی حدتوں کو ز_1 سے تعبیر کیا جائے تو

$$\text{ھر} = \text{ز}_1\,\frac{\bar{\text{آ}}}{\text{ما}_1}$$

مقدار $\frac{\bar{\text{آ}}}{\text{ما}_1}$ تراشش کا مقیاس کہلاتی ہے، اور بالعموم علامت مق سے تعبیر ہوتی ہے۔ اس طرح

$$\text{ھر} = \text{ز مق} \quad \text{یا} \quad \text{ز} = \frac{\text{ھر}}{\text{مق}} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

یعنی مزاحمت کا معیار ھر زور کی اعظم پیداشدہ حدت کے اور تراشش کے مقیاس کے متناسب ہے۔

غیر متشاکل تراشوں کی صورت میں جو بہت کم پیش آتی ہیں تو اشکے مقیاس کی دو قیمتیں ہونگی:

$$\frac{آ}{مات} \quad اور \quad \frac{آ}{ماف}$$

ان کو مقی اور مقف سے تعبیر کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح ربط (۶) کی یہ شکل ہو جائیگی ——

$$ھر = زی\ مقی = زف\ مقف \quad \ldots\ldots\ldots\ (۸)$$

۶۴۔ معمولی خماؤ —— سادہ خماؤ کی صورت جس سے (۱۲۵)

دفعۂ گزشتہ میں بحث کی گئی ہے صرف اس خماؤ سے بحث کرتی ہے جس کے ساتھ جزّی قوت موجود نہیں لیکن ایسی مثالیں عام نہیں اور عموماً خماؤ کے عمل کے ساتھ جزّی قوت موجود رہتی ہے جو شہتیر کی عرضی تراشوں میں (انتصابی) جزّی زور پیدا کرتی ہے (دیکھو اشکال ۵۹ تا ۶۶ وغیرہ)۔ ایسی صورتوں میں کسی ایسی تراشش کے اندر عمل کرنے والی قوتوں کو جس پر جزّی قوت صفر نہیں نہ صرف ایک جفت کو متوازن کرنا ہے بلکہ تراشش پر کی جزّی قوت کو بھی۔ اس طرح تراشش کے نقاط پر عمادی طولی زوروں کے علاوہ مماسی زور بھی ہونگے۔ اس مماسی زور کی تقریبی تقسیم سے دفعہ ۱۰ میں اور جزّی انصرافات سے دفعہ ۹۶ میں بحث کی گئی ہے۔ جزّی زور صفر نہ ہوں تو تراشش کے کسی نقطے پر طولی زور صریحاً صدر زور نہیں (دفعات ۱۴ اور ۲۳) اور فساد اس سادہ نوعیت کا نہیں ہوگا جو دفعہ ۶۱ اور شکل ۶۲ میں فرض کی گئی ہے اور یہ ماننے کی کوئی وجہ نہیں کہ مستوی تراشیں مستوی رہتی ہیں۔ سان وینان[1] ایک مشہور فرانسیسی

[1] St. Venant

ماہر لچک نے ایک شہتیر کے جھکاؤ کی تحقیق یہ فرض کرکے کی کہ ہر ایک پرت یا ریشہ طولی تناؤ یا فشار کے تحت عرضاً سکڑنے یا پھیلنے کے لیے آزاد ہے لیکن یہ فرض نہیں کیا کہ مستوی تراشیں خماؤ کے بعد مستوی رہتی ہیں ۔ وہ اس نتیجے پر پہنچا کہ برنولی[1] کا مفروضہ اور دفعہ ۶۳ کی مساواتوں (۵) کی جیسی مساواتیں اسی صورت میں بالکل صحیح ہوتی ہیں جب کہ خماؤ کا معیار نقطہ بہ نقطہ ایک خط مستقیم کے قانون کا تابع ہو یعنی جب کہ جزئی قوت مستقل ہو۔ سان وینان کے ٹھیک ٹھیک لچک کے نظریے کے لیے جو دوسری صورتوں کے لیے صحیح ہے طالب علم ٹاڈھنٹر[2] اور پیرسن کی کتاب "لچک کے نظریے کی تاریخ" جلد دوم حصہ اول (انگریزی کتاب کے) صفحات ۵۲ تا ۶۹ کا مطالعہ کریں۔

اکثر عملی صورتوں میں "سادہ خماؤ" کا نظریہ (دفعات ۶۱ تا ۶۲) بالکل کافی ہے اور اس کے نتائج کی مدد سے انجینیر شہتیروں اور تعمیروں کو تجویز کرنے کے قابل ہو جاتا ہے اور ان کے زوروں اور فشاروں کو خاصی صحت کے ساتھ محسوب کر سکتا ہے۔ دیکھو مسلسل لداؤ کی اکثر صورتوں میں خماؤ کا سب میں بڑا معیار بطور ایک ریاضیاتی اعظم کے اُن تراشوں پر واقع ہوتا ہے جہاں جزّی قوت صفر ہوتی ہے (دفعہ ۵۹ اور اشکال ۶۳ تا ۶۹) اور جن پر صورت حال سادہ خماؤ کی سی ہوتی ہے اور اکثر صورتوں میں جہاں شہتیر کی تراشش سارے طول میں یکساں ہوتی ہے اعظم طولی زور اعظم خماؤ کے معیار کی تراش میں واقع ہوتا ہے۔ ظاہر ہے کہ ایسی صورت میں سادہ نظریہ کتنا کارآمد ہے۔ نیز یہ اکثر ہوتا ہے کہ جہاں جزّی قوت قابل لحاظ ہو وہاں خماؤ کا معیار خفیف ہوتا ہے اور ایسی صورتوں میں جزّی زور کی حدت کو دفعہ ۱۷ کے طریقے سے

[1] Bernoulli

[2] Todhunter and Pearson

خاصی صحت کے ساتھ محسوب کیا جا سکتا ہے۔
اس کتاب میں انجینیروں کے عام دستور کی پیروی کی جائیگی یعنی سادہ شہتیر کے نظریے کا اطلاق کیا جائیگا۔ البتہ خاص خاص صورتوں میں فساد اور زور کے اندر جو ترمیم ضروری ہو وہ بیان کردی جائیگی۔

۶۵۔ خماؤ کے سادہ نظریے کا خلاصہ — ایک

اُفقی شہتیر انتصابی بوجھوں کو برداشت کیے ہوئے ہو تو اس کی کسی عرضی تراشش پر تعادل کی معمولی تین شرائط کی رُو سے۔
(۱) زور کے مجموعی انتصابی اجزائے ترکیبی تراش کی کسی ایک جانب کی بیرونی قوتوں کے جبری مجموعے کے یعنی جزی قوت ق کے مساوی ہونگے۔ (۱۲۶)
(۲) جبری مجموعی اُفقی قوت صفر ہوگی۔
(۳) تراشش میں سے عمل کرنے والی اُفقی قوتوں کا مجموعی مزاحمت کا معیار تراش کے کسی ایک جانب کی بیرونی قوتوں کے معیاروں کے جبری مجموعے کے یعنی خماؤ کے معیار م کے مساوی ہوگا۔
اگر مستوی تراشیں مستوی رہیں تو طولی فساد تعدیلی محور سے فاصلے کے متناسب ہوگا اور فساد س $= \frac{\text{ما}}{\text{ر}}$۔ اس لیے کسی تراش کے کسی نقطے پر طولی زور کی حدت اُسی فاصلے کے متناسب ہوگی۔ یعنی۔

$$\text{فا} \propto \text{ما} \quad \text{اور} \quad \text{ف} = \frac{\text{ے}}{\text{ر}} . \text{ما}$$

طولی زور کے معیاروں کا حاصل جمع لینے سے

$$\text{م} = \frac{\text{ے}}{\text{ر}} \times \overline{\text{ا}} = \frac{\text{ف}\,\overline{\text{ا}}}{\text{ما}}$$

یا

$$\frac{\text{ف}}{\text{ما}} = \frac{\text{م}}{\overline{\text{ا}}} = \frac{\text{ے}}{\text{ر}} = \frac{\text{ز}_1}{\text{ما}_1}$$

جہاں ز، اور ما، کھال کے زور کی حدت اور کھال کا تعدیلی محور سے انتصابی فاصلہ ہیں۔

ان ربطوں کو عددی مثالوں میں استعمال کرتے وقت اس کا خیال رہے کہ اکائیاں ہم آہنگ ہوں۔ چونکہ تراشیں عموماً انچوں میں بیان کی جاتی ہیں اور زور پونڈ یا ٹن فی مربع انچ میں اس لیے بہتر ہے کہ خماؤ کے معیار یا مزاحمت کے معیار کو پونڈ انچوں یا ٹن انچوں میں لیا جائے۔

مثال ۱۔ ایک تشاکل تراشش کے ۱۲ انچ گہرے فولادی شہتیر کو کتنے نصف قطر اتنا تک خم کیا جا سکتا ہے کہ کھال پر زور ۵ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو (مے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ)۔

$$\text{چونکہ} \qquad \frac{\text{مے}}{\text{ر}} = \frac{\text{ز}_1}{\text{ما}_1}$$

$$\therefore \qquad \text{ر} = \frac{\text{مے ما}_1}{\text{ز}_1}$$

جہاں ما، نصف گہرائی ہے جو ۶ انچ ہے۔

$$\text{اس لیے ر} = \frac{6 \times 13500}{5} = 16200 \text{ انچ یا } 1350 \text{ فٹ}$$

مثال ۲ — اگر لچک کی حد سے تجاوز نہ ہوا ہو تو ایک $\frac{1}{2}$ انچ موٹی، کمانی فولاد کی پٹی کا زور معلوم کرو اگر اس کو ۲٫۵ فٹ قطر کے ایک چرخ کے گرد لپیٹا گیا ہو (مے = ۱۳۵۰۰ ٹن فی مربع انچ)۔

$$\text{ز}_1 = \frac{\text{مے ما}_1}{\text{ر}}$$

$$\text{ما}_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \text{ انچ}$$

$$\text{اور} \qquad \text{ر} = 15 \text{ انچ}$$

اس لیے $ز_۱ = \frac{\frac{۱}{۴۰} \times ۱۳۵۰۰}{۱۵} = ۲۲،۵$ ٹن فی مربع انچ

مثال ۳ — ایک تشاکل تراشش کا معیارِ جمود ۲۶۵۴ انچ اکائیاں ہے اور گہرائی ۲۴ انچ ہے۔ بڑے سے بڑا فصل معلوم کرو جس پر اس تراش کے ایک شہتیر کو آزادانہ سہارا جائے تو ۱،۲ ٹن فی طولی فٹ کے یکساں منقسم بوجھ کو سہار سکے اور زور ۵،۷ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو۔ (۱۲۷)

فرض کرو کہ ل = فصل انچوں میں، تب چونکہ بوجھ فی طولی انچ $\frac{۱،۲}{۱۲}$ یا ۰،۱ ٹن ہے اس لیے اعظم خماؤ کا معیار جو وسط میں واقع ہوگا۔

$$ھ = \frac{۱}{۸} \times ۰،۱ \times ل^۲$$ (دیکھو شکل ۶۵)

اور چونکہ $ھ = ز_۱ \times \frac{\overline{۱}}{م_۱}$

جہاں $م_۱$ = نصف گہرائی = ۱۲ انچ

اس لیے $\frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۱۰} \times ل^۲ = ۵،۷ \times \frac{۲۶۵۴}{۱۲}$

یا $ل^۲ = \frac{۲۶۵۴ \times ۷،۵ \times ۸۰}{۱۲} = ۱۳۲۷۰۰$

$$ل = ۳۶۴ \text{ انچ یا } ۳۰ \text{ فٹ } ۴ \text{ انچ}$$

سوالات نمبر ۴

۱۔ ایک ۱۲ فٹ طول کے برآمدہ بیرم پر ۳، ۷، ۴ اور ۶ ٹن کے بوجھ آزاد سرے سے علی الترتیب ۰، ۲، ۵ اور ۸ فٹ کے فاصلوں پر ہیں۔ ثابت سرے پر اور شہتیر کے وسط میں خماؤ کا معیار اور جزی قوت معلوم کرو۔

۲ - ایک ۱۰ فٹ طول کے برآمدہ بیرم کا وزن ۲۵ پونڈ فی طولی فٹ ہے اور اس پر ۲۰۰ پونڈ کا ایک بوجھ آزاد سرے سے ۲ فٹ کے فاصلے پر ہے۔ سہارے پر خماؤ کا معیار معلوم کرو اور جزی قوت اور خماؤ کے معیار کے نقشے کھینچو۔

۳ - ایک شہتیر ۱۶ فٹ فصل کے سہاروں پر ٹکا ہوا ہے۔ اور اس پر اس کے ذاتی وزن سمیت ایک بوجھ ۲ ٹن (مجموعی) اس کے سارے طول پر یکساں پھیلا ہوا ہے اور $1\frac{1}{2}$ ٹن اور $\frac{1}{2}$ ٹن کے مرتکز بوجھ بائیں سہارے سے ۵ فٹ اور ۹ فٹ کے فاصلوں پر ہیں۔ بائیں سہارے سے ۴ فٹ کے فاصلے پر خماؤ کا معیار معلوم کرو اور اعظم خماؤ کے معیار کا محل اور مقدار معلوم کرو۔

۴ - ایک شہتیر کا فصل ۲۴ فٹ ہے اور اس پر ۱۰ ٹن کا ایک بوجھ سارے طول میں یکساں پھیلا ہوا اور ۱۲ ٹن کا ایک اور بوجھ بائیں سہارے سے ۶ فٹ کے فاصلے سے دائیں جانب ۸ فٹ طول کے اوپر یکساں پھیلا ہوا ہے۔ اعظم خماؤ کا معیار کہاں واقع ہوگا اور اس کی مقدار کیا ہوگی اور فصل کے وسط میں خماؤ کا معیار کیا ہوگا۔

۵ - ل فٹ فصل کے ایک شہتیر پر ایک منقسم بوجھ ہے جو بائیں سہارے پر صفر ہے اور ہموار طور پر بڑھتے ہوئے دائیں سہارے پر و ٹن فی فٹ ہے۔ اعظم خماؤ کے معیار کی تراش کا بائیں سہارے سے فاصلہ اور اس کی مقدار معلوم کرو۔ اگر ل = ۱۸ فٹ اور و = ۲ (ٹن فی طولی فٹ) تو عددی قیمتیں حاصل کرو۔

۶ - ۴۰ فٹ طول کا ایک افقی شہتیر ا ب سرے ا پر اور اس سے ۲۰ فٹ پر ج پر سہارا ہوا ہے اور ۷ ٹن کا ایک بوجھ ب پر اور ۱۰ ٹن کا ایک بوجھ ا اور ج کے وسط میں ہے۔ خماؤ کے معیار کے نقشے کھینچو اور نقطۂ انعطاف معلوم کرو۔

۷ - اگر گزشتہ سوال میں ایک اور بوجھ ا سے ج تک پھیلا ہوا $\frac{1}{4}$ ٹن فی طولی فٹ کا ہو تو نقطۂ انعطاف معلوم کرو۔

۸ - ۴۰ فٹ طول کا ایک گرڈر دونوں سروں سے ۸ فٹ کے فاصلے پر

سہارا گیا ہے اور اس کے سارے طول پر ا ٹن فی طولی فٹ کا ایک بوجھ پھیلا ہوا ہے۔ خماؤ کا معیار سہاروں اور وسط میں معلوم کرو۔ نقاطِ انعطاف کہاں واقع ہوتے ہیں؟ خماؤ کے معیار کا منحنی کھینچو۔

۹۔ طول ل کے ایک شہتیر پر ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ ہے اور اس کے دو سہارے ہیں۔ سہارے سروں سے کتنے فاصلے پر رکھے جائیں کہ اعظم خماؤ کا معیار کم سے کم ہو۔ نقاطِ انعطاف کہاں ہونگے؟ (۱۲۸)

۱۰۔ ۱۸ فٹ طول کا ایک شہتیر دو سہاروں پر رکھا ہوا ہے جو ۱۰ فٹ کے فاصلہ پر ہیں اور بائیں سہارے سے ۵ فٹ نکلا ہوا ہے۔ اس پر ۵ ٹن کا ایک بوجھ بائیں سرے پر، ٹن سہاروں کے وسط میں، اور ۳ ٹن دائیں سہارے پر ہے۔ شہتیر کے وسط میں اور فصل کے وسط میں خماؤ کا معیار معلوم کرو، اور نقاطِ انعطاف معلوم کرو۔

۱۱۔ اگر گزشتہ سوال کے شہتیر پر ایک اور بوجھ سہاروں کے درمیان اٹن فی طولی فٹ کا ہو تو فصل کے وسط میں خماؤ کا معیار اور نقاطِ انعطاف کے محل معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک متشاکل تراشش کی گہرائی ۸ انچ اور معیارِ جمود ۷۵ انچ اکائیاں ہے۔ اس پر ۹۰ ٹن انچ کا خماؤ کا معیار عمل کرے تو راست زور کی زیادہ سے زیادہ حدت کیا ہوگی۔

۱۳۔ ایک شہتیر کی تراشش کی گہرائی ۱۰ انچ اور معیارِ جمود ۱۴۵ انچ اکائیاں ہے۔ کھال کا زور ۵ء۷ ٹن فی مربع انچ ہو تو مزاحمت کا معیار محسوب کرو۔

۱۴۔ ۲۰ فٹ فصل کے ایک سادہ سہارے ہوئے شہتیر کی تراشش کی گہرائی ۱۲ انچ، اور معیارِ جمود ۲۷۵ انچ اکائیاں ہے۔ اگر زور کی جائز حدت ۷ء۵ ٹن فی مربع انچ ہو تو شہتیر کتنا مجموعی منقسم بوجھ سہار سکتا ہے۔ اسی اعظم زور کے ساتھ وسط میں کتنا بوجھ سہارا جا سکتا ہے۔

۱۵۔ ۱۰ انچ گہری متشاکل تراشش کے ایک شہتیر کو کسی نصف قطر پر

تم کیا جا سکتا ہے کہ کھال کا زور ۶ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو۔ ہے = ۰۰۵۳۱ ٹن فی مربع انچ۔ اگر تراشش کا معیارِ جمود ۲۱۱ انچ اکائیاں ہو تو مزاحمت کا معیار کیا ہوگا۔

(۱۳۹)

پانچواں باب

شہتیروں کے زور

۶۶- کسی تراش کے رقبے کا معیارِ جمود ـــــ کسی شہتیر کی کسی تراش کے کسی نقطے پر زور کی جو حدت پیدا ہوتی ہے وہ فسادی عمل اور شہتیر کے ابعاد پر منحصر ہوتی ہے۔ دفعہ ۶۳ میں خماؤ کے معیار، پیدا شدہ زور، شہتیر کی گہرائی، اور تراش کے رقبے کے معیارِ جمود یعنی دوسرے معیار کے درمیان ایک ربط معلوم کیا گیا تھا۔ مقدار $\bar{\text{آ}}$ کی یہ تعریف کی گئی تھی کہ

$$\bar{\text{آ}} = \sum (\text{ما}^{2}\ \text{مف ر})$$

جہاں ما چھوٹے رقبے مف ر کا فاصلہ اُس محور سے ہے جس کے گرد مقدار $\bar{\text{آ}}$ کو محسوب کرنا ہے، یعنی تراش کے تعدیلی محور سے۔

اب اس پر غور کیا جائیگا کہ مختلف سادہ ہندسی شکلوں کے لیے $\bar{\text{آ}}$ کی مقدار مختلف محوروں کے گرد کس طرح محسوب کی جائے۔ حاصل جمع $\sum (\text{ما}^{2}\ \text{مف ر})$ اکثر صورتوں میں معمولی تکمل کے عمل سے معلوم ہو سکتا ہے۔ اگر کسی مستوی شکل کا رقبہ س ہو اور شکل کے مستوی کے اندر کسی محور کے گرد اس کا معیارِ جمود $\bar{\text{آ}}$ ہو تو اس محور کے گرد اس رقبے کے گردشی نصف قطر

(گ) کی یہ تعریف ہے کہ

$$\text{گ}^2\,\text{س} = \bar{\text{آ}} = \Sigma\,(\text{ما}^2\,\text{مف س})$$

یا بالفاظِ دیگر گ، ما کی وہ قیمت ہے جس پر اگر رقبہ س مرتکز ہوتا تو معیارِ جمود وہی ہوتا جو اصلی شکل کا ہے۔ ایسی مستوی شکلوں کے معیارِ جمود محسوب کرنے کے لیے جو سادہ ہندسی اشکال مثلاً مستطیل، دائرہ، وغیرہ، کی شکل رکھنے والے حصوں پر مشتمل ہوں دو آسان مسئلے بہت کار آمد ہیں۔

مسئلہ (۱) ـــ کسی مستوی رقبے کا معیارِ جمود اس کے مستوی میں کے کسی محور کے گرد اس کے مرکزِ جاذبہ (یا مرکزِ ہندسی) میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد کے معیارِ جمود سے بقدر ایسی مقدار کے زیادہ ہوتا ہے جو رقبے کے اور محور سے مرکزِ ہندسی کے فاصلے کے مربع کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتی ہے۔

یعنی اگر کسی رقبے س کا اس کے مستوی میں کے کسی محور کے گرد معیارِ جمود $\bar{\text{آ}}$ ہو اور مرکزِ ہندسی میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد معیارِ جمود $\bar{\text{آ}}_{\text{ج}}$ ہو اور ان دونوں محوروں کے درمیان فاصلہ ل ہو تو

$$\bar{\text{آ}} = \bar{\text{آ}}_{\text{ج}} + \text{ل}^2\,\text{س} \qquad \text{(۱)}$$

یا ہر ایک رقم کو س پر تقسیم کرنے سے

$$\text{گ}^2 = \text{گ}^2_{\text{ج}} + \text{ل}^2 \qquad \text{(۲)}$$

جہاں گ کسی ایسے محور کے گرد گردشی نصف قطر ہے جو مرکزِ ہندسی سے فاصلہ (۳۰۱)
ل پر ہو اور گ ج مرکزِ ہندسی میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد گردشی نصف قطر ہے۔ اس مسئلے کا ثبوت مختصراً یہ ہے:—

$$\bar{\text{آ}} = \Sigma\left\{(\text{ل} + \text{ما})^2\,\text{مف س}\right\} = \Sigma\left\{(\text{ل}^2 + 2\,\text{ل ما} + \text{ما}^2)\,\text{مف س}\right\}$$

= ل۲ ح (مف ر) + ۲ ل ح (ما مف ر) + ح (ما۲ مف ر)

= ل۲ × ر + ۰ + آج

جہاں ما مرکزِ ہندسی میں سے گزرنے والے محور سے ناپا گیا ہے۔

مسئلہ (۲) — کسی مستوی شکل کے معیارِ جمود اس کے مستوی میں کے دو علی القوائم محوروں کے گرد لیے جائیں تو ان کا مجموعہ ایسے محور کے گرد کے معیارِ جمود کے مساوی ہوتا ہے جو اس مستوی کے علی القوائم ہو اور ان دو محوروں کے نقطۂ تقاطع میں سے گزرے۔ یعنی اگر آے، آلا اور آما تین باہم علی القوائم محوروں وے، ولا اور وما کے گرد، جو نقطہ و پر ملتے ہیں، معیارِ جمود ہوں، اور ولا اور وما شکل کے مستوی کے اندر ہوں تو

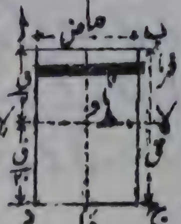
آے = آلا + آما

کیونکہ اگر کسی چھوٹے رقبے مف ر کے فاصلے محوروں وے، ولا اور وما سے علی الترتیب ر، ما اور لا ہوں تو چونکہ ر۲ = لا۲ + ما۲ اس لیے

ح (ر۲ مف ر) = ح {(ما۲ + لا۲) مف ر}

= ح (ما۲ مف ر) + ح (لا۲ مف ر)

یعنی آے = آلا + آما



شکل ۷۷

مستطیلی رقبہ — مستطیل ا ب ج د (شکل ۷۷) کا معیارِ جمود محور لا لا کے گرد حسبِ ذیل طریقے پر معلوم کیا جا سکتا ہے۔ شکل میں دی ہوئی ترقیم اختیار کریں تو لا لا کے متوازی رقبے کی پتلی پٹیاں فرض فرما لینے سے

$$\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = \int_{-\frac{\text{ق}}{2}}^{+\frac{\text{ق}}{2}} \text{ما}^{2}\,\text{ض فرما} = \frac{1}{3}\,\text{ض}\left[\text{ما}^{3}\right]_{-\frac{\text{ق}}{2}}^{+\frac{\text{ق}}{2}}$$

$$= \frac{1}{12}\,\text{ض ق}^{3}$$

اسی طرح ماما کے گرد

$$\bar{\text{آ}}_{\text{ماما}} = \frac{1}{12}\,\text{ق ض}^{3}$$

د ج کے گرد مسئلہ (۱) کی رُو سے

$$\bar{\text{آ}}_{\text{دج}} = \bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} + \text{ض ق}\left(\frac{\text{ق}}{2}\right)^{2} = \text{ض ق}^{3}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\,\text{ض ق}^{3}$$

اس کو اس طرح بھی حاصل کر سکتے تھے کہ ما کو د ج سے شمار کر کے حسبِ ذیل تکمل کریں :—

$$\bar{\text{آ}}_{\text{دج}} = \int_{0}^{\text{ق}} \text{ض ما}^{2}\,\text{فرما} = \frac{1}{3}\,\text{ض ق}^{3}$$

کھوکھلا مستطیلی رقبہ اور متشاکل I تراش —

شکل ۷۸ میں جو دو رقبے دکھائے گئے ہیں اُن کے معیارِ جمود محور لا لا کے گرد مساوی ہونگے کیونکہ اگر لا لا کی متوازی سمت میں رقبے کی تقسیم میں تبدیلی ہونے سے اِس خط کے گرد معیارِ جمود میں تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔ دونوں صورتوں میں

$$\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = \frac{1}{12}\left(\text{ض ق}^{3} - \text{ض}_{1}\,\text{ق}_{1}^{3}\right)$$

مثلثی رقبہ — شکل ۷۹ میں جو مثلث دکھائے گئے ہیں

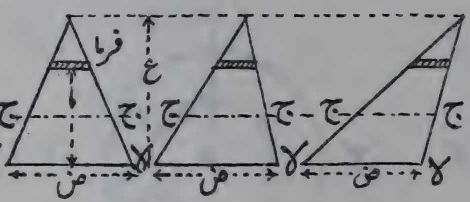
اُن سب کے لیے قاعدہ ض کے گرد

(31) $$I_{ll} = \int_0^{ع} ض \times \frac{ع - ما}{ع} ما^2 \, فرما = \frac{ض}{ع}\int_0^{ع}(ع ما^2 - ما^3) \, فرما$$

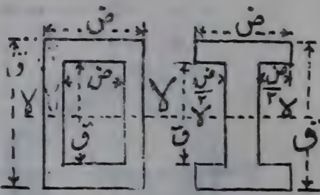
$$= \frac{1}{12} ض ع^3$$

اور مسئلہ (۱) کی رُو سے مرکزِ ہندسی میں سے گزرنے والے متوازی محور ج ج کے گرد

$$I_{جج} = I_{ll} - \frac{1}{2} ض ع \left(\frac{1}{3} ع\right)^2 = \frac{1}{36} ض ع^3$$



شکل ۷۹



شکل ۸۰

دائری رقبہ ـــــ دائرے کے مستوی کے علی القوائم اور اُس کے مرکز میں سے گزرنے والے محور کے گرد معیار جمود I۔ اس طرح معلوم ہوگا کہ نصف قطر ر اور چوڑائی فر کی دائری پٹیاں لی جائیں (شکل ۸۰)

$$I = \int_0^{ر} ر^2 \times 2\pi ر \, . فر ر = 2\pi \frac{ر^4}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \pi ر^4 \text{ یا } \frac{\pi}{32} ق^4$$

پھر مسئلہ (۲) کی رُو سے

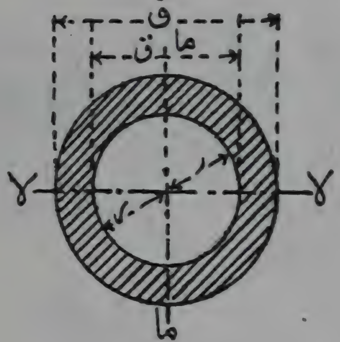
$$\bar{\text{آ}}_{.} = \bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{ماما}}$$

جہاں $\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}}$ اور $\bar{\text{آ}}_{\text{ماما}}$ دو علی القوائم قطروں لا لا اور ماما کے گرد معیارِ جمود ہیں۔ اور چونکہ تشاکل سے $\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = \bar{\text{آ}}_{\text{ماما}}$ اس لیے

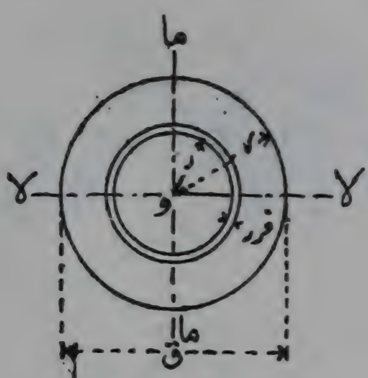
$$\bar{\text{آ}}_{.} = 2\,\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = 2\,\bar{\text{آ}}_{\text{ماما}}$$

اور $$\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = \bar{\text{آ}}_{\text{ماما}} = \frac{1}{4}\pi\,\text{ر}^4 \text{ یا } \frac{\pi}{64}\,\text{ق}^4$$

اس کو اس طرح بھی حاصل کیا جا سکتا تھا کہ لا لا یا ماما کے متوازی سیدھی پٹیاں لی جائیں۔



شکل ۸۱



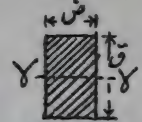
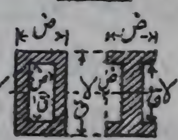
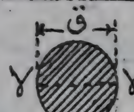
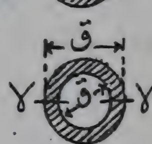
شکل ۸۰

مستدیر حلقئی رقبہ — اوپر کے نتیجے سے ظاہر ہے کہ اگر شکل ۸۱ کے مستوی کے علی القوائم مرکز میں سے گزرنے والے محور کے گرد معیارِ جمود $\bar{\text{آ}}_{.}$ ہو تو

$$\bar{\text{آ}}_{.} = \frac{\pi}{2}\left(\text{ر}^4 - \text{ر}_1^4\right) \text{ یا } \frac{\pi}{32}\left(\text{ق}^4 - \text{ق}_1^4\right)$$

(۱۳۲) اور $$\bar{\text{آ}}_{\text{لالا}} = \bar{\text{آ}}_{\text{ماما}} = \frac{\pi}{4}\left(\text{ر}^4 - \text{ر}_1^4\right) \text{ یا } \frac{\pi}{64}\left(\text{ق}^4 - \text{ق}_1^4\right)$$

تراش کا مقیاس (مق) — جب شہتیروں کی تراشیں اوپر کی شکلوں میں سے کوئی شکل ہو تو تعدیلی محور کے گرد معیارِ جمود اوپر کی مقداروں میں سے کوئی ایک ہوگی اور تراش کا مقیاس (دفعہ ۶۳) اُس معیارِ جمود کو نصف گہرائی سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا۔ مختلف تراشوں کے لیے اس کی قیمتیں ذیل کی جدول میں دی گئی ہیں۔

تراش	معیارِ جمود آ ی ی	تراش کا مقیاس (مق)
	$\frac{1}{12}\text{ض ق}^3$	$\frac{1}{6}\text{ض ق}^2$
	$\frac{1}{12}(\text{ض ق}^3 - \text{ض' ق'}^3)$	$\frac{1}{6}\left(\frac{\text{ض ق}^3 - \text{ض' ق'}^3}{\text{ق}}\right)$
	$\frac{\pi}{64}\text{ق}^4$	$\frac{\pi}{32}\text{ق}^3$
	$\frac{\pi}{64}(\text{ق}^4 - \text{ق'}^4)$	$\frac{\pi}{32}\left(\frac{\text{ق}^4 - \text{ق'}^4}{\text{ق}}\right)$

مثال ۱ — ایک مستطیلی تراش کے چوبی شہتیر کو سروں پر سادہ طور پر سہارنا اور اس پر ایک ۱۶ فٹ کے فصل کے وسط میں $1\frac{1}{2}$ ٹن کا ایک بوجھ ڈالنا مقصود ہے۔ اگر اعظم زور $\frac{3}{4}$ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو اور گہرائی عرض کی دگنی ہو تو موزوں ابعاد معلوم کرو۔

سروں پر ردِّ عمل $\frac{3}{4}$ ٹن ہیں اور وسط میں خماؤ کا معیار

$$= \frac{۳}{۴} \times ۸ \times ۱۲ = ۷۲ \text{ ٹن انچ}$$

تراش کا مقیاس (مق) یوں حاصل ہوگا :-

$$\frac{۳}{۴} \times \text{مق} = ۷۲$$

یا $$\text{مق} = ۹۶ \ (\text{انچ}^۳)$$

اب اگر $$\text{ض} = \frac{۱}{۲}\text{ق}$$

تو $$\frac{۱}{۶}\text{ض ق}^۲ = \frac{۱}{۱۲}\text{ق}^۳ = ۹۶$$

یا $$\text{ق} = \sqrt[۳]{۱۱۵۲} = ۱۰٫۵ \text{ انچ تقریباً}$$

$$\text{ض} = ۵٫۲۵ \text{ انچ}$$

(۱۳۳) مثال ۲ — ایک ہی شے اور مساوی مضبوطی کے دو شہتیروں کے وزن کا مقابلہ کرو جن میں سے ایک ٹھوس دائری تراش کا ہے اور دوسرا کھوکھلی دائری تراش کا ہے جس کا اندرونی قطر بیرونی قطر کا $\frac{۳}{۴}$ ہے۔

چونکہ خماؤ کی مزاحمت تراش کے مقیاس کے متناسب ہوتی ہے اس لیے اگر کھوکھلے شہتیر کا قطر ق ہو اور ٹھوس شہتیر کا قطر ق ہو تو

$$\frac{۱۱}{۳۲}\left\{\frac{\text{ق}^۴ - (\frac{۳}{۴}\text{ق})^۴}{\text{ق}}\right\} = \frac{۱۱}{۳۲}\text{ق}^۳$$

$$(۱ - \frac{۸۱}{۲۵۶})\text{ق}^۳ = \text{ق}^۳$$

$$\frac{\text{ق}}{\text{ق}} = \sqrt[۳]{\frac{۲۵۶}{۱۷۵}} = ۱٫۱۳۵$$

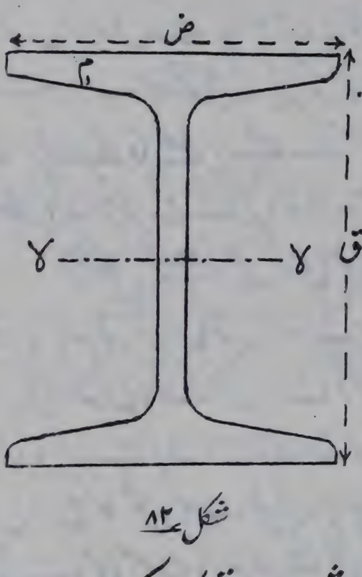
وزنوں کی نسبت حسب ذیل ہوگی :-

$$\frac{\text{ٹھوس}}{\text{کھوکھلا}} = \frac{\text{ق}^۲}{\text{ق}^۲ - (\frac{۳}{۴}\text{ق})^۲} = \frac{۱۶}{۷}\left(\frac{\text{ق}}{\text{ق}}\right)^۲$$

$$= \frac{۱۶}{۷} \times \frac{۱}{(۱٫۱۳۵)^{۲}} = ۱٫۷۷$$

۶۷- فولاد کی معمولی تراشیں —— مستطیل اور دائرے

جیسی ہندسی شکلیں اگرچہ اُن مشینوں اور تعمیروں کے حصّوں کی تراشش کو اکثر تعبیر کرتی ہیں جو کہ خماؤ کے تحت آتے ہیں لیکن خماؤ کی مزاحمت کے لیے یہ تراشیں باکفایت نہیں ہوتیں کیونکہ تعدیلی محور کے پاس مادّے کا ایسا بہت سا حصّہ ہوتا ہے جو زور کی ایک تھوڑی سی کسر برداشت کرتا ہے۔ ایک مستقل فسادی عمل کے لیے وہ تراش صریحاً سب میں باکفایت ہوگی جس کے اندر تقریباً سارا مادہ اعظم زور برداشت کرے۔ اِس طرح چونکہ خماؤ کے معیار سے طولی راست زور پیدا ہوتا ہے جس کی حدت تراش کے کسی نقطے پر تعدیلی محور سے فاصلے کے متناسب ہوتی ہے اس لیے تراش کے رقبے کا بڑا حصہ تعدیلی محور سے اعظم فاصلے پر ہونا چاہیے۔ اس سے I تراشس کی طرف ذہن منتقل ہوتا ہے جو فولادی شہتیروں کی سب سے زیادہ عام شکل ہے خواہ یہ ایک سالم ٹکڑے میں بیلے جائیں (دیکھو شکل ۸۲) یا متعدد[1] ٹکڑوں کو باہم ریوٹا کر بنائے جائیں۔ اس طرح کی تراش میں رقبے کا اکثر حصہ تقریباً پوری نصف گہرائی پر واقع ہوتا ہے۔ اس طرح اگر نپلے انتصابی پیٹے کو نظر انداز کر دیا جائے تو معیارِ جمود ح (م۲ مف ۲) تقریباً حسبِ ذیل



شکل ۸۲

[1] ایسے تختہ گرڈروں کا تذکرہ مصنف کی کتاب "تعمیروں کا نظریہ" میں کیا گیا ہے۔

ہو جاتا ہے :-

$$(\text{دونوں کوروں کا رقبہ}) \times \left(\frac{\text{ق}}{2}\right)^2$$

(۱۳۴) یعنی گردشی نصف قطر تقریباً $\frac{\text{ق}}{2}$ ہوتا ہے، اور تراشش کا مقیاس مق جو معیارِ جمود کو $\frac{\text{ق}}{2}$ سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے تقریباً حسبِ ذیل ہوتا ہے —

$$(\text{دونوں کوروں کا رقبہ}) \times \frac{\text{ق}}{2}$$

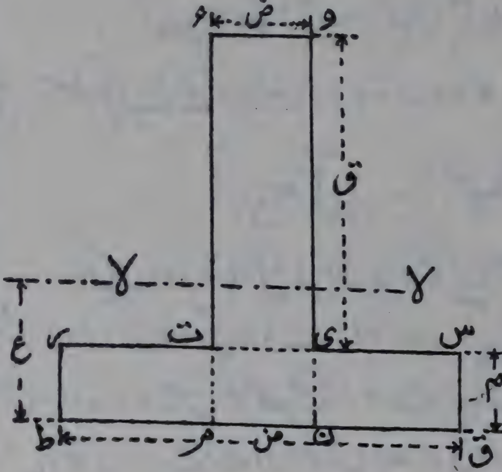
$$\text{یا} \qquad \text{مق} = 2\,\text{ض م} \times \frac{\text{ق}}{2} = \text{ض م ق تقریباً}$$

جہاں م کور کی اوسط موٹائی ہے اور بیلی ہوئی تراشش میں عموماً تراشش کے دونوں سروں سے $\frac{1}{4}$ عرض پر نا پی جاتی ہے۔ یہ تقربات اکثر صحیح قیمتوں کے بہت قریب ہوتے ہیں کیونکہ کور کے سارے رقبے کو تعدیلی محور لا لا سے $\frac{\text{ق}}{2}$ کے فاصلے پر لینے سے مضبوطی کا بیش اندازہ ہوا ہے اور انتصابی پیٹے کو نظر انداز کرنے سے کم اندازہ ہوا ہے۔

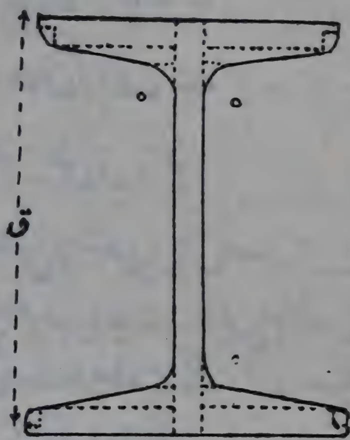
شکل ۸۲ میں دی ہوئی تراشش کی جیسی بیلی I تراشش کا معیارِ جمود، وغیرہ، عام طور پر اس طرح محسوب ہو سکتا ہے کہ اس کو مستطیلوں، مثلثوں، دائری حصوں اور کمان شانوں[1] میں تقسیم کریں جیسا کہ شکل ۸۳ میں دکھایا گیا ہے اور اس کے بعد دفعہ ۶۶ کے مسئلہ (۱) کا اطلاق کریں۔ لیکن اس طرح کا عمل بہت طویل ہو جاتا ہے اور اس سے نتیجے میں جو صحت حاصل ہوتی ہے اتنی صحت کی ضرورت بھی نہیں کیونکہ اگرچہ تمام ابعاد کی تخصیص تو بہت صحت کے ساتھ کی جاتی ہے لیکن صنعت میں اتنی صحت حاصل کرنا مشکل ہے۔ انجینیری کے معیاروں کی کمیٹی نے جن تراشوں کی سفارش کی ہے ان کے معیارِ جمود اس صحیح طریقے پر نکالے گئے ہیں اور ان کی جدول بنائی گئی ہے۔ دفعہ آیندہ میں ہم ایک ترسیمی طریقہ بیان کرینگے جو ہر قسم کی تراشش کے لیے کار آمد ہے۔

[1] Spandrils

T تراشیں، وغیرہ ـــــ ان تراشوں کے کونے عموماً گول کیے ہوئے ہونگے اور اگر یہ ٹھیک ٹھیک معلوم ہوں تو معیارِ جمود شکل ۸۳



شکل ۸۴



شکل ۸۳

کے اصول کے مطابق تقسیم کے ذریعہ محسوب کیا جا سکتا ہے۔ لیکن اگر گولائی کو نظر انداز کر دیا جائے اور تراش کو مستطیلوں پر مشتمل سمجھا جائے جیسا کہ شکل ۸۴
(۱۳۵ میں ہے تو ہم حسب ذیل عمل کر سکتے ہیں۔ معیاروں کے طریقے سے کنارے ط ق سے مرکزِ جاذبہ یا مرکزِ ہندسی کا فاصلہ ع معلوم کرو۔ اس طرح

ع {(ض × م) + (ض × ق)} = (ض × م × ½ م)
+ (ض × ق) (م + ½ ق)

جس سے ع معلوم ہو سکتا ہے۔

اب مستطیل ط ر س ق اور ۶ و ی ت لے کر ان کا معیارِ جمود ط ق کے گرد ا‌طق معلوم کرو۔

ا‌طق = ⅓ ض م³ + ۱/۱۲ ض ق³ + ض × ق (م + ½ ق)²

یا مستطیل ع و ن ھ اور مستطیل ر ت م ط کا دُگنا لے کر ان کا معیارِ جمود معلوم کیا جائے تو

$$\bar{I}_{طق} = \frac{1}{3}(ض - ض)م^3 + \frac{1}{3}ض(م + ق)^3$$

$\bar{I}_{طق}$ معلوم کرنے کے بعد مسئلہ (۱)، دفعہ ۶۶ کا اطلاق کرو جس سے ـــ

$$\bar{I}_{۸۸} = \bar{I}_{طق} - (ضم + ضق)ع^2$$

ایک اور متبادل طریقہ یہ ہوگا کہ تراش کو مستطیلوں میں تقسیم کر کے مسئلہ (۱) دفعہ ۶۶ کی مدد سے بالراست $\bar{I}_{۸۸}$ معلوم کیا جائے۔ لیکن چونکہ ع اتنا سادہ عدد نہیں ہوگا جتنے کہ دیے ہوئے صدر ابعاد ہونگے اس لیے اس آخری طریقے سے ذرا طویل اعداد کی ضربیں کرنی ہونگی۔

ایک اور تدبیر یہ ہوگی کہ ع و کے گرد معیارِ جمود معلوم کیا جائے۔ اس طرح

$$\bar{I}_{عو} = \frac{1}{3}ض(ق + م)^3 - \frac{1}{3}(ض - ض)ق^3$$

اس کے بعد مسئلہ (۱) دفعہ ۶۶ کو استعمال کر کے $\bar{I}_{۸۸}$ معلوم کر لیا جائے۔

بالکل انہیں اصولوں کے اطلاق سے کسی تراش کا معیارِ جمود معلوم کیا جا سکتا ہے جو تعدیلی محور کے گرد متشاکل نہ ہو لیکن مستطیلوں میں تقسیم ہو سکتی ہو مثلاً شکل ۹۴ والی تراش۔

۶۸۔ رقبوں کے معیارِ مراکزِ ہندسی اور معیارِ جمود کی ترسیمی دریافت

ـــ ایسی تراشوں کا معیار اور معیارِ جمود (یا دوسرا معیار) معلوم کرنے کے لیے جو سادہ ہندسی اشکال پر مشتمل نہ ہوں عموماً تخمینے کا کوئی تقریبی طریقہ اختیار کرنا ہوگا اور کوئی ترسیمی طریقہ اس کا ایک بہت سہل حل ہوگا۔ اس کے جو متعدد ترسیمی طریقے ہیں اُن میں غالباً ذیل کا طریقہ سب میں

سہل ہے۔ اس میں رقبوں کی پیمائش کے لیے ایک سطح پیما استعمال کیا جاتا ہے۔
کسی مستوی شکل ا ط ق ب (شکل ۹۸) کا معیار اور معیارِ جمود کسی محور لا لا کے گرد اور معیارِ جمود مرکز ہندسی میں سے گزرنے والے ایک متوازی محور کے گرد معلوم کرنا۔ ایک خط س س کھینچو جو لا لا کے متوازی اور اس سے فاصلہ ف پر ہو۔ لا لا میں کوئی قطب ہ لو۔ بہتر ہے کہ ایسا نقطہ لیا جائے جو شکل ا ط ق ب کے قریب ترین ہو۔ شکل میں لا لا کے متوازی بہت سے آڑے خطوط کھینچو مثلاً ا ب اور ط ق۔ ان خطوط کے سروں مثلاً ط اور ق، وغیرہ، سے س س کے علی القوائم خطوط کھینچو جو س س کو نقاط ن اور م، وغیرہ، پر ملیں۔ ان نقاط ن اور م، وغیرہ کو ہ سے ملاؤ۔ یہ ملانے والے خطوط ط ق کو نقاط ط۱ اور ق۱ پر ملتے ہیں۔ اسی طرح ا ب پر نقاط ا۱ اور ب۱ حاصل ہونگے۔ اب ان سب نقاط میں سے ایک خط کھینچنے سے جو رقبہ گھریگا وہ پہلا مشتق رقبہ ط۱ ق۱ ب۱ ا۱ ہوگا۔ اب اس مشتق شکل پر یہی عمل کرنے سے یعنی ط۱ ق۱ کا ظل ن م لے کر ط۲ ق۲ حاصل کرنے سے دوسرا مشتق رقبہ ط۲ ق۲ ب۲ ا۲ حاصل ہوگا۔ تب

(پہلا مشتق رقبہ ط۱ ق۱ ب۱ ا۱) × ف

= رقبہ ط ق ب ا کا معیار خط لا لا کے گرد

= ح (م مف ر)

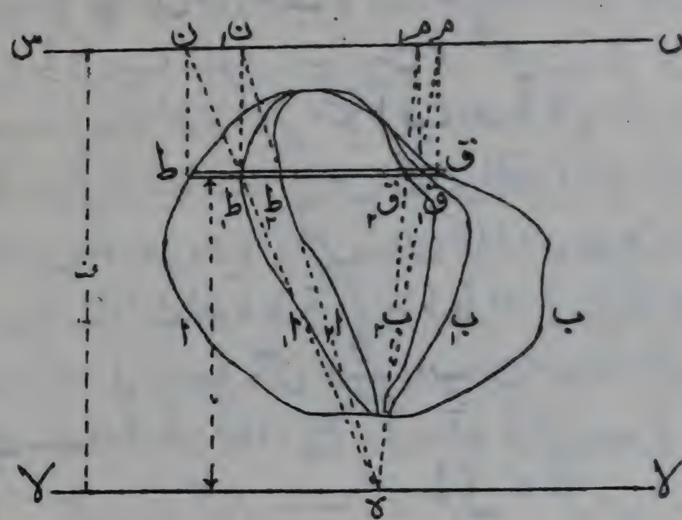
اور $\bar{ا}_{ہہ}$ = دوسرا مشتق رقبہ ط۲ ق۲ ب۲ ا۲ × ف۲ (۱۳۶)

یعنی لا لا کے گرد رقبہ ط ق ب ا کا دوسرا معیار

اور مرکزِ جاذبہ میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد

$$\bar{ا}_{ج} = \bar{ا}_{ہہ} - \frac{(\text{رقبہ ط}_1\text{ق}_1\text{ب}_1\text{ا}_1)^2}{\text{رقبہ ط ق ب ا}} \times \text{ف}^2$$

ثبوت :— فرض کرو کہ رقبے ط ق ب ا، ط$_1$ ق$_1$ ب$_1$ ا$_1$ اور
ط$_2$ ق$_2$ ب$_2$ ا$_2$ علی الترتیب ر، ر$_1$، ر$_2$ سے تعبیر ہوتے ہیں اور
لا لا سے کسی فاصلہ ما پر ان کا عرض ی، ی$_1$، ی$_2$ سے تعبیر



شکل ۸۵

ہوتا ہے۔ تب رقبوں کی چھوٹی پٹیاں ط ق، ط$_1$ ق$_1$ اور ط$_2$ ق$_2$ یا
مف ر، مف ر$_1$ اور مف ر$_2$ علی الترتیب ی فرما، ی$_1$ فرما، ی$_2$ فرما
کے مساوی ہونگی۔

پہلی مشتق شکل میں پٹی ط ق تحویل ہو کر ط$_1$ ق$_1$ ہوگئی ہے اور
یہ تحویل کی نسبت ما : ف ہوگی یعنی

$$\text{مف ر}_1 = \frac{\text{ما}}{\text{ف}}\ \text{مف ر}$$

یا

$$\text{ی}_1\ \text{فرما} = \frac{\text{ما}}{\text{ف}}\ .\ \text{ی}\ .\ \text{فرما}$$

حاصل جمع لینے سے —

$$\text{س}_1 \ \text{یا} \ \Sigma\,(\text{مف س}_1) \ \text{یا} \ \Sigma\left(\frac{\text{ما}}{\text{ف}}\,\text{مف س}\right)$$

$$= \frac{1}{\text{ف}}\,\Sigma\,(\text{مامف س}) = \frac{1}{\text{ف}}\,\Sigma\,(\text{ما . ی . فرما})$$

یا تکملی کی شکل میں

$$\int \text{ی}_1\,\text{فرما} = \frac{1}{\text{ف}} \int \text{ما ی فرما}$$

اس طرح رقبہ س_1 یا $\Sigma\,(\text{مف س}_1)$ محور لا لا کے گرد رقبہ س کے معیار کے متناسب ہوگا اور معیار $\text{س}_1 \times \text{ف}$ کے مساوی ہوگا۔

تب لا لا سے رقبہ س کے مرکزِ ہندسی کا فاصلہ $\bar{\text{ما}}$ ہو تو

$$\bar{\text{ما}} = \frac{\Sigma\,(\text{مامف س})}{\Sigma\,(\text{مف س})} = \frac{\text{س}_1}{\text{س}} \times \text{ف}$$

(۱۳۷) اب دوسری مشتق شکل کی پٹی $\text{ط}_2\,\text{ق}_2$ پٹی سے $\text{ط}_1\,\text{ق}_1$ سے نسبت $\frac{\text{ما}}{\text{ف}}$ میں تحویل شدہ ہے۔ اس لیے

$$\text{مف س}_2 = \frac{\text{ما}}{\text{ف}}\,\text{مف س}_1 = \frac{\text{ما}^2}{\text{ف}^2}\,\text{مف س}$$

یا

$$\text{ی}_2\,\text{فرما} = \frac{\text{ما}}{\text{ف}}\,\text{ی}_1\,\text{فرما} = \frac{\text{ما}^2}{\text{ف}^2}\,\text{ی فرما}$$

حاصل جمع لینے سے

$$\text{س}_2 \ \text{یا} \ \Sigma\,(\text{مف س}_2) \ \text{یا} \ \Sigma\left(\frac{\text{ما}}{\text{ف}}\,\text{مف س}_1\right)$$

$$= \frac{1}{\text{ف}}\,\Sigma\,(\text{مامف س}_1) = \frac{1}{\text{ف}^2}\,\Sigma\,(\text{ما}^2\text{مف س})$$

یا

$$\int \text{ی}_2\,\text{فرما} = \frac{1}{\text{ف}} \int \text{ما ی}_1\,\text{فرما} = \frac{1}{\text{ف}^2} \int \text{ما}^2\,\text{ی فرما}$$

یعنی رقبہ $ر_2$ محور ل ل کے گرد رقبہ $ر_1$ کے معیارِ جمود یا دوسرے معیار کے متناسب ہے اور معیارِ جمود

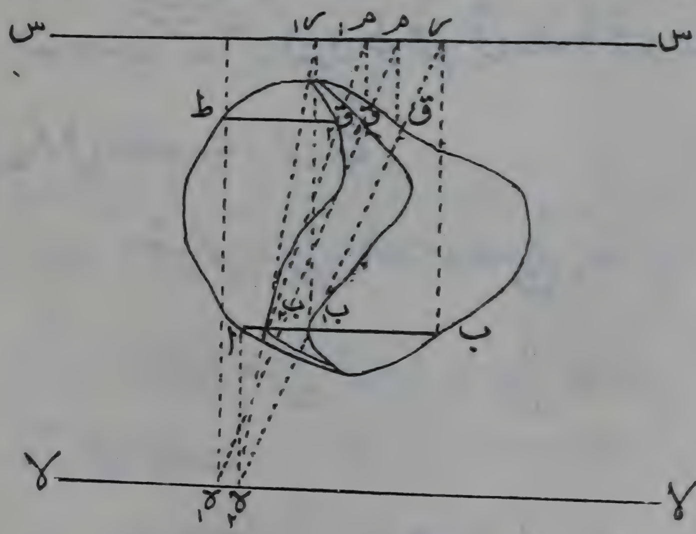
$$آ_{لل} = ر_2 \times ف^2$$

اور چونکہ $ر_1$ کے مرکز جاذبہ کا فاصلہ ل ل سے $\frac{ر_2}{ر_1} \times ف$ ہے اس لیے مسئلہ (۱) دفعہ ۶۶ کی رُو سے

$$آ_ج = ر_2 فا^2 - ر_1 ما^2 = ر_2 ف^2 - ر_1 \left(\frac{ر_2}{ر_1}\right)^2 ف^2$$

$$= فا^2 \left(ر_2 - \frac{ر_2^2}{ر_1}\right)$$

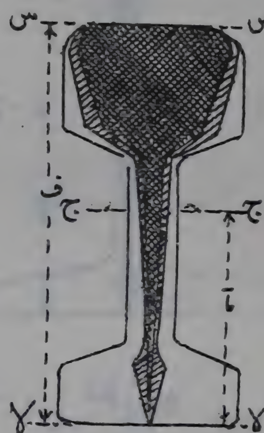
شکل ۸۶ میں ایک کسی قدر ترمیم یافتہ ساخت دکھائی گئی ہے جس میں شکل ۸۵ کی طرح ایک مستقل قطب لا لینے کی بجائے آڑے خطوط



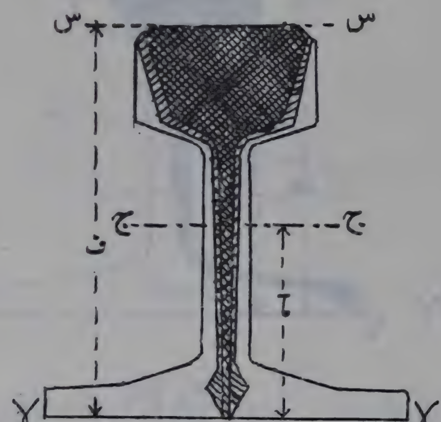
شکل ۸۶

ط ق یا ا ب کے جیسے ہر خط کے لیے ایک علٰحدہ قطب اختیار کیا جاتا ہے یعنی سروں ط، ا وغیرہ سے ل ل پر کھینچے ہوئے عمود کا پائین۔ اس کی

وجہ سے اصلی رقبے اور مشتق رقبوں کا بایاں احاطہ وہی رہیگا اور رقبے م، م۱، م۲ (۱۳۸)
علی الترتیب ط ق ب ا، ط ق ب۱ ا، ط ق ب۲ ا ہونگے۔
اکثر صورتوں میں یہ ساخت استعمال کے لیے سہولت بخش ہے اور ایسے رقبوں کے لیے جو لا لا کے ایک علی القوائم محور کے گرد متشاکل نہ ہوں پہلی ساخت سے بہتر نتائج دیتی ہے۔

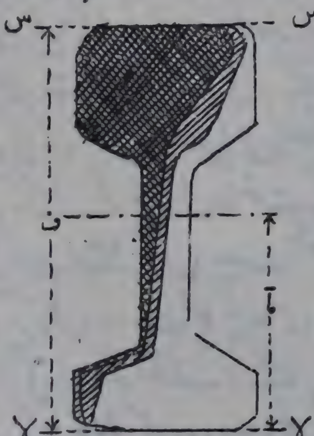


شکل ۸۷



شکل ۸۸

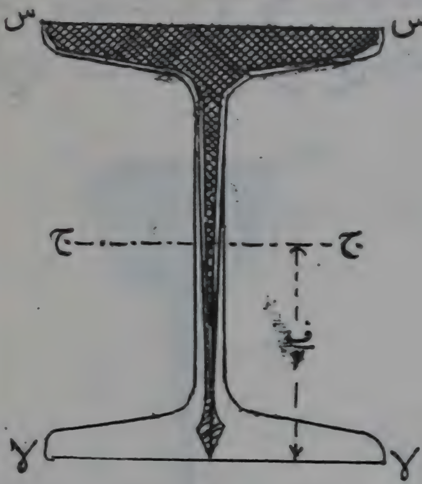
ایسی تراشوں کی صورت میں جو تعدیلی محور کے گرد متشاکل ہوں تراش کا مقیاس مق اس طرح حاصل ہو سکتا ہے کہ آج کی قیمت کو نصف گہرائی سے تقسیم کریں اور دیگر صورتوں میں اس طرح کہ آج کی قیمت کو انتہائی تنشی یا فشاری پرت کے فاصلے سے تقسیم کریں جس سے تراش تنشی یا فشاری مقیاس حاصل ہوگا (دیکھو (۸) دفعہ ۶۳)۔



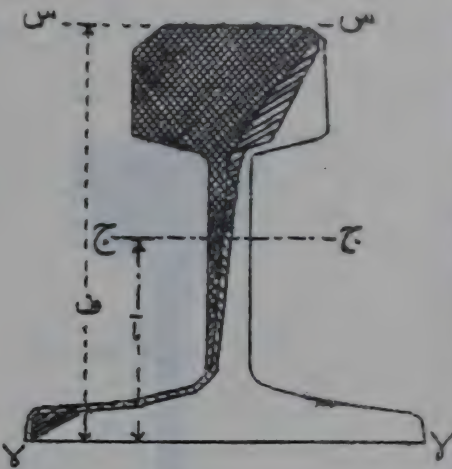
شکل ۸۹

ان ترسیمی طریقوں کی تمثیلیں اشکال ۸۷ تا ۹۳ میں دکھائی گئی ہیں۔ اشکال ۸۷ اور ۸۸ پٹری کی تراشوں کو

تعبیر کرتی ہیں ۔ ان کا مرکز ہندسی اور معیارِ جمود شکل ۸۵ کی طرح معلوم کیے گئے ہیں ۔ اشکال ۸۹ اور ۹۰ میں انہیں تراشوں پر شکل ۸۶ کے طریقے کا اطلاق کیا گیا ہے ۔ اشکال ۹۱ اور ۹۲ متشاکل I شہتیر کی تراشوں کو



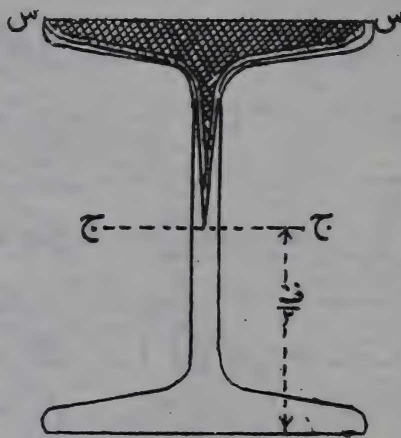
شکل ۹۱



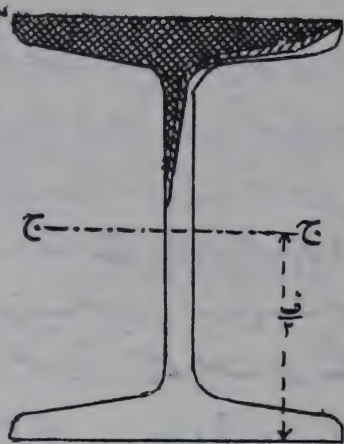
شکل ۹۰

تعبیر کرتی ہیں ۔ ان کا معیارِ جمود شکل ۸۵ کی طرح معلوم کیا گیا
ہے ۔ لیکن شکل ۹۲ میں تعدیلی محور کے گرد معیارِ جمود بالراست
معلوم کیا گیا ہے اور مسئلہ (۱) دفعہ ۶۶ کا استعمال نہیں کیا گیا۔
اس صورت میں اندرونی رقبے کے دُگنے کو $\frac{ف}{۲}$ سے ضرب دینے سے
شہتیر کی تراش کا مقیاس مق حاصل ہوتا ہے ۔ شکل ۹۳ میں اسی تراش پر
(۱۳۹) شکل ۸۶ کے متبادل ساخت کے اصول کا اطلاق کیا گیا ہے ۔ اشکال
۹۲ اور ۹۳ میں پہلا مشتق رقبہ سا صریحاً ایسا ہے کہ اگر پورے
رقبہ پر اُس حدت کا یکساں زور عائد کیا جائے جو شہتیر کی کھال پر
عمل کرتی ہے تو نصف رقبے پر مجموعی زور وہی ہوگا جو اصلی تراش کے
نصف پر خماؤ کے دوران میں فی الحقیقت پڑتا ہے ۔ یہ ظاہر ہے
کیونکہ اصلی رقبے کی ہر پٹی نسبت (ما : $\frac{ف}{۲}$) میں تحویل کر دی گئی ہے،

اور یہ وہی نسبت ہے جو اِس پٹی کے زور کی حدت اور کھال کے زور کی



شکل ۹۲



شکل ۹۳

حدت کی ہے۔ کسی شہتیر کی تراشش کے پہلے مشتق رقبہ کو بعض اوقات مقیاسی شکل کہتے ہیں۔

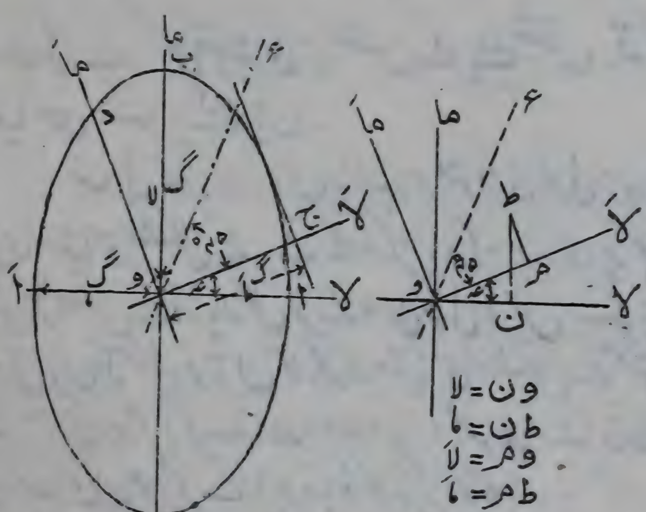
تعدیلی محور کے دونوں جانب جو متوازی طولی زور ہونگے اُن کے مرکز (۱۴۰)
صریحاً مقیاسی شکل کے رقبے کے مرکز یا مرکز ہندسی پر ہونگے۔ یعنی کسی عرضی تراشش کے آر پار عمل کرنے والی طولی قوتیں سکونیاتی طور پر اس کے معادل ہیں کہ تنشی قوتوں کا مجموعہ مقیاسی شکل کے تنشی جانب کے مرکز ہندسی پر عمل کرے اور (مساوی) مجموعی فشاری جانب کے مرکز ہندسی پر عمل کرے (جو دباؤ کا مرکز ہوگا)۔

جبری اور ترسیمی طریقوں کا مقابلہ کرتے وقت یہ یاد رکھنا چاہیے کہ مقدار $\frac{1}{\text{ما}}\int \text{مای فرما}$ مقیاسی شکل کا رقبہ ایسے خطوط کے درمیان ہے جو تکمل کی حدود کے متناظر ہوں اور تعدیلی محور کے متوازی ہوں۔ ما یا $\frac{\text{ق}}{2}$ نصف گہرائی ہے۔

۱۶۸ا۔ جمود کا ناقص یا معیار کا ناقص ۔ کسی تراش کے اصلی محور ۔ کسی مستوی رقبے کے صدر محوروں و لا اور و ما کی یہ تعریف کی جا سکتی ہے کہ یہ دو علی القوائم محور ہیں جو مستوی کے اندر ہیں اور مرکزِ ہندسی میں سے گزرتے ہیں اور ایسے ہیں کہ مقدار ح (لا ما. مف س) جو جمود کا حاصل ضرب (یا حاصل ضرب معیار) کہلاتی ہے صفر ہے۔ اس میں لا اور ما رقبے کے ایک چھوٹے حصے مف س کے قائم محدد بلحاظ و لا اور و ما کے ہیں۔

فرض کرو کہ ح (ما² مف س) = آ$_{لا}$ = گ$^{2}_{لا}$ ح (مف س)

اور ح (لا² مف س) = آ$_{ما}$ = گ$^{2}_{ما}$ ح (مف س)



شکل ۹۳ا

تب کسی اور علی القوائم محوروں و لا´ اور و ما´ کے گرد، جو مستوی کے اندر ہوں اور و لا´ محور و لا سے زاویہ عہ بناتا ہو، معیارِ جمود معلوم کرنے کے لیے شکل ۹۳ا کی بائیں جانب سے کسی نقطے ط کے محددوں (لا´، ما´) کے لیے جملے حاصل کرنے چاہییں۔

وم = لا´ = لا جم عہ + ما جب عہ

ط مر = مَا = ما جم عہ ۔ لا جب عہ

اس لیے　آ٘اَ = ح (لاَ۲ مف ر) = جم۲ عہ ح (لا۲ مف ر)
+ جب۲ عہ ح (ما۲ مف ر) + ۲ جب عہ جم عہ ح (لا ما مف ر)

آ٘اَ = آ٘ا جم۲ عہ + آ٘لا جب۲ عہ } کیونکہ ح (لا ما مف ر) = ۰ ...(۱)
یا　گ۲اَ = گ۲ا جم۲ عہ + گ۲لا جب۲ عہ

اسی طرح آ٘لاَ = آ٘لا جم۲ عہ + آ٘ا جب۲ عہ } ....(۲)
اور　گ۲لاَ = گ۲لا جم۲ عہ + گ۲ا جب۲ عہ　(۱۴۱)

(۱) اور (۲) کو جمع کرنے سے

آ٘لاَ + آ٘اَ = آ٘لا + آ٘ا } = مستقل ....(۳)
گ۲لاَ + گ۲اَ = گ۲لا + گ۲ا

یہ نتیجہ مسئلہ (۲) دفعہ ۶۶ سے بالراست نکل آتا ہے۔

اگر و ا = و اَ (شکل ۱۹۳) کھینچے جائیں جو گ ا کو تعبیر کریں اور و ب = و بَ جو گ لا کو تعبیر کریں اور و ا اور و ب کو نیم صدر محور مان کر ایک ناقص ا ب اَ بَ کھینچا جائے تو گ اَ طول و ج سے تعبیر ہوگا جو و سے و مَا کے متوازی مماس پر عمود ہے جہاں و لاَ اور و مَا علی الترتیب محوروں و لا اور و ما سے زاویہ عہ بناتے ہیں۔ ثبوت یہ ہے کہ ناقص کی خاصیت کی رُو سے

و ج۲ = و ا۲ جم۲ عہ + و ب۲ جب۲ عہ

اور یہ وہی ربط ہے جو (۱) سے حاصل ہوا ہے۔ اس طرح اس معیار کے ناقص سے کسی محور کے گرد گردشی نصف قطر حاصل ہوگا جو محور کے متوازی مماس کے و سے عمودی فاصلے کے مساوی ہوگا۔ نیز چونکہ ناقص میں حاصل ضرب و د × و ج مستقل ہوتا ہے (اور و ا × و ب کے مساوی ہوتا ہے) اس لیے کسی محور مثلاً و مَا کے گرد گردشی نصف قطر اس کی سمت کے سمتی نیم قطر و د کے معکوس متناسب ہوگا اور اس کی قیمت

$$گ_{مَا} = \frac{گ_{لا} \times گ_{ما}}{و د}$$

اب اگر ایک ایسا منحنی کھینچا جائے کہ و سے اس کا ہر سمتی نیم قطر اس سمت کے محور کے گرد گ کے مربع کے متناسب ہو یعنی آ کے متناسب ہو تو یہ منحنی زیر غور تراش کا جمود کا منحنی کہلائیگا۔ مثلاً سمت و لا کا سمتی نیم قطر مساوات (۲) سے حاصل ہوگا اور دوسرے سمتی نیم قطر بھی آسانی سے معلوم ہو سکتے ہیں۔

(۱) کو ء کے لحاظ سے تفرق کرنے سے یا محض ناقص کو دیکھنے سے ظاہر ہے کہ گ کی اعظم اور اقل قیمتیں گ_لا اور گ_ما ہیں جو گ کی قیمتیں صدر محوروں کے گرد ہیں۔ بعض اوقات اس کی ضرورت پڑتی ہے کہ گ (اور آ) کی اقل قیمت معلوم کی جائے اور اس کے لیے صدر محور معلوم کرنا ضروری ہے۔ اگر تراش کا کوئی محور تشاکل ہے تو ظاہر ہے کہ وہ ایک صدر محور ہوگا کیونکہ تشاکل کی رو سے ح (لا ما مف ما) صفر ہونا چاہیے۔ دوسرا صدر محور پہلے کے علی القوائم ہوگا اور تراش کے مرکز ہندسی میں سے گزریگا۔ اس کی ایک اہم مثال ایک مساوی بازوؤں کی زاویہ تراش ہے۔

اگر کسی مستوی شکل (مثلاً ایک مستدیر یا مربع تراش) کی رو سے زیادہ محور تشاکل ہوں تو اس کا معیار کا ناقص ایک دائرہ بن جاتا ہے اور اس کا معیار جمود ہر ایسے محور کے گرد جو اس کے مستوی میں ہو اور مرکز ہندسی میں سے گزرے وہی ہوتا ہے۔ اگر کسی تراش کا کوئی محور تشاکل نہ ہو تو

صدر محور اور صدر یا اعظم اور اقل معیارِ جمود کسی دو علی القوائم محوروں مثلاً و لا اور و ما اور ایک تیسرے محور و ع کے گرد کے معیاروں کے ذریعے معلوم ہو سکتے ہیں جہاں و ع دونوں محوروں و لا اور و ما سے ۴۵° کا زاویہ بناتا ہو۔ ان تین محوروں کے گرد معیارِ جمود گزشتہ دفعات میں بیان کیے ہوئے طریقوں سے معلوم کیے جا سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ و ع کے گرد معیارِ جمود آ‌ء ہے۔ تب مساوات (۲) کے اطلاق سے

$$\bar{\text{آ}}_{\text{ء}} = \bar{\text{آ}}_{\text{لا}}\,\text{جم}^{2}(\text{عہ}+۴۵^\circ) + \bar{\text{آ}}_{\text{ما}}\,\text{جب}^{2}(\text{عہ}+۴۵^\circ)$$

$$= \tfrac{1}{2}\bar{\text{آ}}_{\text{لا}}(1-\text{جب}\,۲\,\text{عہ}) + \tfrac{1}{2}\bar{\text{آ}}_{\text{ما}}(1+\text{جب}\,۲\,\text{عہ}) \quad \ldots\ldots (۴)$$

$$۲\bar{\text{آ}}_{\text{ء}} = \bar{\text{آ}}_{\text{لا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{ما}} + (\bar{\text{آ}}_{\text{ما}} - \bar{\text{آ}}_{\text{لا}})\,\text{جب}\,۲\,\text{عہ} \quad \ldots\ldots (۵)$$

اس لیے (۳) سے

$$(\bar{\text{آ}}_{\text{ما}} - \bar{\text{آ}}_{\text{لا}})\,\text{جب}\,۲\,\text{عہ} = ۲\bar{\text{آ}}_{\text{ء}} - (\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{ماَ}}) \quad \ldots\ldots (۶)$$

(۱) میں سے (۲) کو تفریق کرنے سے

$$(\bar{\text{آ}}_{\text{ما}} - \bar{\text{آ}}_{\text{لا}})\,\text{جم}\,۲\,\text{عہ} = \bar{\text{آ}}_{\text{ماَ}} - \bar{\text{آ}}_{\text{لاَ}} \quad \ldots\ldots (۷)$$

(۶) کو (۷) سے تقسیم کرنے سے (۱۴۲)

$$\text{مس}\,۲\,\text{عہ} = \frac{۲\bar{\text{آ}}_{\text{ء}} - (\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{ماَ}})}{\bar{\text{آ}}_{\text{ماَ}} - \bar{\text{آ}}_{\text{لاَ}}} \quad \ldots\ldots (۸)$$

اس سے صدر محوروں کی سمت معین ہوتی ہے۔ عہ کو و لا سے و ع کی مخالف سمت میں ناپنا چاہیے۔

نیز (۳) اور (۷) سے

$$\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} = \frac{1}{2}\left\{\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{اا}} + (\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} - \bar{\text{آ}}_{\text{اا}})\ \text{قطا ۲ عہ}\right\} \quad \ldots\ldots (9)$$

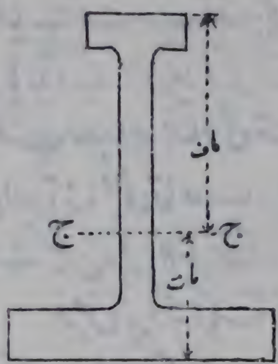
$$\bar{\text{آ}}_{\text{اا}} = \frac{1}{2}\left\{\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} + \bar{\text{آ}}_{\text{اا}} - (\bar{\text{آ}}_{\text{لا}} - \bar{\text{آ}}_{\text{اا}})\ \text{قطا ۲ عہ}\right\} \quad \ldots\ldots (10)$$

جس سے صدر معیارِ جمود معلومہ تین معیاروں کی رقوم میں حاصل ہوتے ہیں۔

۶۹۔ بعض خاص تراشیں۔ ڈھلا لوہا اور کنکریٹ کا فولاد۔

(۱) ڈھلے لوہے کے شہتیر۔۔۔ ڈھلا لوہا عموماً فشار میں تناؤ سے پانچ یا چھ گنا زیادہ مضبوط ہوتا ہے لیکن جب تک مادہ زور اور فساد کی تناسبیت کو برقرار رکھے متشاکل تراشش میں خماؤ میں انتہائی حدتیں تناؤ اور فشار کی مساوی ہونگی (دیکھو دفعہ ۶۴)۔ ڈھلے لوہے میں کوئی قابلِ لحاظ پیکر پذیر مغلوبیت نہیں ہوتی جس کی وجہ سے لچک کی حد کے باہر زور کی تقسیم لچک کی حد کے اندر کی تقسیم سے زیادہ مختلف نہیں ہوگی۔ اس طرح متشاکل تراشش کا ڈھلے لوہے کا شہتیر خماؤ میں تناؤ کی وجہ سے ناکارہ ہوگا اور اس طرح یہ مناسب معلوم ہوتا ہے کہ تراشش ایسی رکھی جائے کہ فشاری زور کی اعظم حدت تنشی زور کی اعظم حدت کی تقریباً پانچ گنی ہو۔ اور یہ اس طرح کیا جا سکتا ہے کہ تراش کی شکل ایسی ہو جس کے مرکزِ ہندسی کا فاصلہ فشاری کنارے سے تنشی کنارے سے فاصلے کا پانچ گنا ہو۔ ایک کوردار یا غیر منتظم I تراشش میں اس کے لیے تناؤ کور بڑی اور فشار کور بہت چھوٹی رکھنی ہوگی اور ڈھلے لوہے کے لیے کوروں کی جسامت کا یہ فرق اتنا بڑا ہوگا کہ چھوٹی کور کے جلد ٹھنڈے ہونے کی وجہ سے شدید اندرونی زور پیدا ہو جائینگے اور تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر مرکزِ ہندسی سے فشاری اور تنشی کوروں کے فاصلوں کی نسبت ۵ کی بجائے ۲ یا ۳ : ۱ رکھی جائے (دیکھو شکل ۹۴) تو بہت

باکفایت نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ تناؤ کو بہت موٹا بنانے کی بجائے اس کا عرض زیادہ رکھا جاتا ہے کیونکہ زیادہ موٹائی سے ٹھنڈے ہونے کی رفتار سُست ہو جاتی ہے۔ شکل ۹۴ جیسی تراشش کا معیارِ جمود مستطیلوں میں تقسیم کر کے (دیکھو دفعہ ۶۷) یا دفعہ ۶۸ کے مطابق ترسیماً حاصل کیا جا سکتا ہے۔



شکل ۹۴

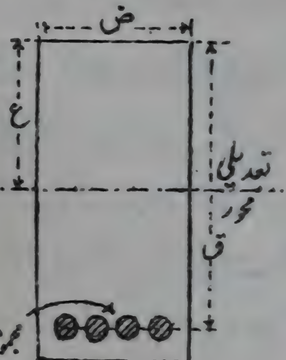
(۲) محکم کنکریٹ کی تراشیں۔[1]

سیمنٹ اور کنکریٹ اعلیٰ فشاری زور کو برداشت کرنے کے لیے موزوں ہیں لیکن تناؤ کو برداشت کرنے کے بہت کم بلکہ موزوں نہیں۔ ان کو کھماؤ برداشت کرنے کے قابل بنانے کے لیے دھات کے ذریعے جو تناؤ کو برداشت کرتی ہے محکم کیا جاتا ہے۔ دھات مختلف تدبیروں سے کنکریٹ کے اندر مضبوط جکڑی جاتی ہے۔ اس طرح کی شے میں مفروضہ حسبِ معمول یہ ہے کہ دھات سارا تناؤ برداشت کرتی ہے اور کنکریٹ سارا فشار۔
اس قسم کے ایک مرکب شہتیر کی صورت میں تعدیلی محور عموماً (۱۴۳)
تراشش کے مرکزِ ہندسی میں سے نہیں گزریگا کیونکہ دونوں اشیا (دھات اور کنکریٹ) کی راست لچک کے مقیاس (ے) مختلف ہیں (دیکھو دفعہ ۶۲)۔ اس کو تقریبی طور پر اس طرح معلوم کیا جا سکتا ہے کہ سمنٹ کی مجموعی فشاری قوت یا دھکیل کو دھات کی مجموعی کھینچ کے مساوی رکھیں۔ چونکہ دھات کی تراشش گہرائی کے ایک بہت چھوٹے حصے کو گھیرتی ہے اس لیے دستور ہے کہ دھات کے رقبے کو اُس کے مرکز پر مرتکز اور زور کی ایک یکساں حدت کے تحت مانا جائے جو اس کے مرکز پر کی حدت کے مساوی ہو۔

[1] ترسیمی طریقے کے لیے دیکھو "محکم کنکریٹ کی تراشوں کی ترسیمی سکونیات" جو رسالہ "انجینیرنگ" ۲۵ دسمبر ۱۹۱۰ء میں شایع ہوا ہے۔

ذیل میں جو آہن کنکریٹ کے شہتیروں کے خماؤ کا سادہ نظریہ بیان کیا گیا ہے اُسے صرف تقریبی سمجھنا چاہیے کیونکہ کنکریٹ کے تناؤ کو نظرانداز کر دیا جاتا ہے۔ اور نیز کنکریٹ جیسی غیر متجانس شے میں معمولی کامی بوجھوں کے تحت زور اور فساد کی تنابیت صحت کے ساتھ موجود نہیں ہوگی۔ زیادہ دقیق اور آزمائشی قاعدے وضع کیے گئے ہیں اور تجربے سے اُن کا امتحان کیا گیا ہے لیکن ذیل کا طریقہ حساب سب میں زیادہ کثیر الاستعمال ہے۔

فرض کرو کہ ایک آہن کنکریٹ کے شہتیر کے تراشی ابعاد شکل ۹۵ کے مطابق ہیں۔ مان لو کہ دفعات ۶۱ اور ۶۵ کے مطابق خماؤ سے پیدا ہونے والا فساد تعدیلی محور سے فاصلے کے اور شے کے راست لچک کے مقیاس کے متناسب ہے۔ فرض کرو کہ تراش کے فشار کے کنارے سے تعدیلی محور کی گہرائی ع ہے، اس کنارے پر فشاری زور کی حدت (جو اعظم ہوگی) $ز_{ف}$ اور دھاتی احکام کے اندر تنشی زور کی حدت $ز_{ت}$ ہے جو عملاً یکساں مانی جا سکتی ہے۔ فرض کرو کہ فشار میں کنکریٹ کا راست لچک کا مقیاس $مے_{ف}$ اور تناؤ میں فولاد کا $مے_{ت}$ ہے۔



شکل ۹۵

تب فشاری کنارے پر کنکریٹ میں فساد $\frac{ز_{ف}}{مے_{ف}}$ ہوگا (دیکھو دفعہ ۶۱)،

اور دھات میں فساد $\frac{ز_{ت}}{مے_{ت}}$ ہوگا۔

یہ فساد جہاں واقع ہوتے ہیں اُن مقاموں کے فاصلے تعدیلی محور سے ع اور (ق - ع) ہیں اور چونکہ فساد تعدیلی محور سے فاصلے کے متناسب مانے گئے ہیں (دفعات ۶۱ اور ۶۵) اس لیے

$$\frac{ز_{ف}}{مے_{ف}} \div \frac{ز_{ت}}{مے_{ت}} = \frac{ع}{ق - ع}$$

یا $$\frac{ز_ف}{ز_ت} = \frac{ع}{ق - ع} \cdot \frac{سے_ف}{سے_ت} \quad \text{.........} \quad (۱)$$

دی ہوئی اشیا کے لیے $سے_ف$ اور $سے_ت$ کی نسبتیں معلوم ہونگی۔ کنکریٹ اور فولاد کی صورت میں ان کی نسبت بالعموم $\frac{۱}{۱۰}$ سے $\frac{۱}{۱۵}$ تک ہوتی ہے

مجموعی دباؤ = (فشاری زور کی اوسط حدت) × (فشاری رقبہ) (۱۴۴)

$$= \frac{ز_ف}{۲} \times ع \times ض$$

کنکریٹ کے تناؤ کو نظر انداز کرکے مجموعی تناؤ

$$= ز_ت \times (\text{اِحکام کی تراشش کا رقبہ}) = ز_ت \times ر$$

اور چونکہ مجموعی دمکیل مجموعی کھینچ کے مساوی ہونا چاہیے کیونکہ دونوں مل کر ایک جفت بنتے ہیں جو مزاحمت کا معیار ہے اس لیے

$$\frac{ز_ف}{۲} \times ع \times ض = ز_ت \times ر$$

$$\frac{ز_ف}{ز_ت} = \frac{۲ر}{ع \times ض} \quad \text{.........} \quad (۲)$$

اس لیے (۱) سے

$$\frac{۲ر}{ع \times ض} = \frac{ع}{ق - ع} \times \frac{سے_ف}{سے_ت}$$

اس سے ع کے لیے ایک مساوات درجہ دوم مقداروں ض، ر، ق، اور $\frac{سے_ف}{سے_ت}$ کی رقوم میں حاصل ہوتی ہے جو سب کی سب معلوم فرض کی گئی ہیں۔

آہن کنکریٹ کے شہتیروں کی تراشیں عموماً مستطیلی ہوتی ہیں لیکن اگر تراشش کا فشاری حصہ کسی اور شکل کا ہو تو مجموعی فشار کو کنارے کی اعظم حدت زف کی رقوم میں (جس کا تعدیلی محور سے فاصلہ ع نامعلوم ہے) بیان کرنے کے لیے حسبِ ذیل عمل کرنا چاہیے۔

فرض کرو کہ تعدیلی محور سے فاصلہ ما پر تراشش کا عرض تعدیلی محور کے متوازی ی ہے جو کسی ثابت مقام مثلاً فشاری کنارے سے اس کے فاصلہ (ع ۔ ما) کے ساتھ ایک معلومہ طریقے پر بدلتا ہے اور فرض کرو کہ تعدیلی محور سے فاصلہ ما پر زور کی حدت ف ہے۔ تب

$$\frac{\text{ف}}{\text{ما}} = \frac{\text{زف}}{\text{ع}}$$

$$\text{ف} = \frac{\text{زف}}{\text{ع}} \times \text{ما}$$

$$\text{مجموعی فشار} = \int_0^{\text{ع}} \text{ف.ی.فرما} = \frac{\text{زف}}{\text{ع}} \int_0^{\text{ع}} \text{ما.ی.فرما}$$

اور یہ معلوم ہو سکتا ہے کہ اگر ی کو ع ۔ ما کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اس کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\text{مجموعی فشار} = \text{زف} \times (\text{فشاری مقیاسی شکل کا رقبہ})$$

(دیکھو دفعہ ۶۸ کا آخر)۔ شکل نمبر ۹۵ کی مستطیلی تراشش ہیں ی = ض = مستقل اور یہ آسان ترین صورت ہے۔

بسا اوقات آہن کنکریٹ کا فشاری رقبہ T کی شکل کا ہوتا ہے جو ایک کنکریٹ کی سل یا فرش اور ایک اس کو سہارنے والے مستطیلی شہتیر کے بالائی حصے پر مشتمل ہوتا ہے جس کا نچلا حصہ تناؤ کو برداشت کرنے کے لیے محکم کیا جاتا ہے فرش اور شہتیر ایک سالم جسم یعنی "یک لخت" ہوتے ہیں۔ (دیکھو نیچے کی مثال ۳ اور اس کے بعد کا نوٹ)۔ اس طرح عرض

دو حصّوں میں علیٰحدہ علیٰحدہ منتقل ہوتا ہے اور تکمل کو ان دو حصّوں میں تقسیم کر دینا چاہیے۔ T کی انتصابی ٹانگ کا فشار (یعنی شہتیر کے بالائی حصے کا زور) آڑے حصے یعنی سل کے زور کے مقابلے میں نظر انداز کرنے کے قابل ہوتا ہے۔

(۱۴۵) مجموعی فشار کا مزاحمت کا معیار

= زن/ع ∫ ما^۲ی فرما یا زن × آ/ع

جہاں آ فشاری رقبے کا معیارِ جمود تعدیلی محور کے گرد ہے۔ اس کا ترسیمی معادل حسبِ ذیل ہوگا:—

زن × (فشار کی مقیاسی شکل کا رقبہ) × (اس کے مرکز ہندسی کا فاصلہ تعدیلی محور سے)

مقیاسی شکل کا مرکزِ ہندسی دباؤ کے مرکز پر منطبق ہوگا۔ یا دفعہ ۶۸ کی طرح دوسرا مشتق رقبہ استعمال کرنے سے

فشار کا مزاحمت کا معیار = زن × ع × فشاری حصے کا دوسرا مشتق رقبہ

مجموعی تناؤ کا مزاحمت کا معیار صریحاً زت × ر × (ق - ع) ہوگا اور مزاحمت کا مجموعی معیار

= مجموعی فشار (یا کھینچ) × فشار کے مرکز کا فاصلہ احکام سے۔

مثال ۱ — ایک ۲۰ انچ گہرے اور ۱۰ انچ چوڑے محکم کنکریٹ کے شہتیر میں ۱ انچ قطر کی چار سلاخیں اس طرح رکھی گئی ہیں کہ ان کے محور شہتیر کے نچلے رُخ سے ۲ انچ کے فاصلے پر ہیں۔ تعدیلی محور کا محل اور تراش کا مزاحمت کا معیار معلوم کرو جب کہ فشاری زور کی اعظم حدت ۶۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہو۔ اس وقت فولاد میں تنشی زور کی حدت کیا ہوگی۔ مے کی قیمت فولاد کے لیے کنکریٹ کی ۱۲ گنی لو۔

شکل ۹۵ کی اور اوپر کی ترقیم کو استعمال کریں تو

ق = ۲۰ - ۲ = ۱۸ انچ

$$\frac{ز_ف}{ے_ف} \div \frac{ز_ت}{ے_ت} = \frac{\text{اعظم فشاری فساد}}{\text{دھات کا تنشی فساد}} = \frac{ع}{۱۰ - ع}$$

$$\frac{ز_ف}{ز_ت} = \frac{ے_ف}{ے_ت} \times \frac{ع}{۱۸ - ع} = \frac{ع}{۱۲(۱۸ - ع)}$$

اور فولاد کی مجموعی کھینچ کو کنکریٹ کے فشار کے مساوی رکھنے سے

$$ز_ت \times ۴ \times \frac{\pi}{۴} = \frac{۱}{۲} ز_ف \times ع \times ۱۰$$

اس لیے $$\frac{ز_ف}{ز_ت} = \frac{\frac{\pi}{۴} \times ۴}{۱۰ \times \frac{۱}{۲} \times ع} = \frac{\pi}{۵ع} = \frac{ع}{۱۲(۱۸ - ع)}$$

یا $$۵ع^۲ + ۱۲\pi ع - ۲۱۶\pi = ۰$$

اس کو حل کرنے سے ع = ۸٫۵ انچ

تعدیلی محور سے فولادی سلاخوں کے مرکز کا فاصلہ

= ۱۸ - ۸٫۵ = ۹٫۵ انچ

مجموعی فشار = $\frac{۱۰۰}{۲} \times ۱۰ \times ۸٫۵ = ۴۲۵۰$ پونڈ

اور دھات کا مجموعی تناؤ اس کے مساوی ہوگا۔

تعدیلی محور سے دباؤ کے مرکز کا فاصلہ ۸٫۵ انچ کا $\frac{۲}{۳}$ ہوگا اور تناؤ کے (۱۴
مرکز کا فاصلہ ۹٫۵ انچ ہوگا۔

اس لیے مزاحمت کا معیار

$$= (۴۲۵۰) \; (۹٫۵ + \frac{۲}{۳} \times ۸٫۵)$$

= ۶۴۴۶۰ پونڈ انچ

فولاد میں جس کا رقبہ ۳۱ مربع انچ ہے تنشی زور کی حدت

$$ز_ت = \frac{۴۲۵۰}{۳۱} = ۱۳۵۰٠ \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

یا دوسرے طریقے سے

$$\frac{ز_ت}{۱۰۰} = ۱۲ \times \frac{۹٫۵}{۸٫۵} = ۱۳۴۲$$

جس سے اوپر کے تقریبی نتیجے کی جانچ ہو جاتی ہے۔

مثال ۲ — ایک محکم کنکریٹ کے فرش کو ایک یکساں پھیلا ہوا بوجھ برداشت کرنا ہے۔ فصل ۱۲ فٹ ہے اور فرش کی موٹائی ۱۰ انچ ہے۔ معلوم کرو کہ کتنے اِحکام کی ضرورت ہے اور کتنا بوجھ فی مربع فٹ برداشت کیا جا سکتا ہے۔ فولادی سلاخوں کے مرکز فرش کی نچلی جانب سے ½۱ انچ کے فاصلے پر رکھے جائیں۔ کنکریٹ کا جائز زور ۶۰۰ پونڈ فی مربع انچ اور فولاد کا ۱۲۰۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہے اور فولاد کا راست لچک کا مقیاس کنکریٹ کا ۱۰ گنا ہے۔ اگر بوجھ فرش کے فی مربع فٹ ۳۰۰ پونڈ ہو تو صرف ایک سمت میں خماؤ مان کر دونوں اشیا کے انتہائی زوروں کا اندازہ کرو۔

فرض کرو کہ ع = تعدیلی محور کا فاصلہ فشار کے کنارے سے۔

تب فولادی سلاخوں کے مرکزوں سے فاصلہ ۱۰ ـ ۱٫۵ ـ ع = ۸٫۵ ـ ع انچ ہوگا۔

زور کی حدتوں کی نسبت

$$\frac{\text{تنشی زور کی حدت}}{\text{فشار کی اعظم حدت}} = \frac{۱۲۰۰۰}{۶۰۰} = \frac{۸٫۵ - ع}{ع} \times ۱۰$$

اس لیے $$۲ع = ۸٫۵ - ع$$

$$ع = ۲٫۸۳ \text{ انچ}$$

فرش کی ۱ انچ چوڑی پٹی لینے سے

کنکریٹ کا فشار = ۶۰۰/۲ × ۲٫۸۳ × ۱ = ۸۵۰ پونڈ

فولاد کا مجموعی تناؤ بھی ۸۵۰ پونڈ ہونا چاہیے۔ اس لیے مطلوبہ تراشی رقبہ

= ۸۵۰/۱۲۰۰۰ = ۰٫۰۷۰۸۳ مربع انچ

فرش کے عرض کے فی انچ۔ اگر ۱ انچ قطر کی گول سلاخیں استعمال کی جائیں تو ان کو باہمی فاصلہ

۰٫۰۷۸۵۴/۰٫۰۷۰۸ = ۱٫۱۱ انچ پر رکھا جا سکتا ہے۔

مزاحمت کا مجموعی معیار

= ۸۵۰ {(۲/۳ × ۲٫۸۳) + (۸٫۵ − ۲٫۸۳)}

= ۶۴۲۲ پونڈ انچ

(۱۴۷) جو مجموعی فشار (یا تناؤ) اور دباؤ کے مرکز اور سلاخوں کے مرکزوں کے درمیان کے فاصلے کا حاصل ضرب ہے۔

اگر و = بوجھ فی طولی انچ جو فرش کے فی مربع انچ کا بوجھ بھی ہوگا، تو مزاحمت کے معیار کو خماؤ کے معیار کے مساوی رکھنے سے

۱/۸ و × ۱۴۴ × ۱۴۴ = ۶۴۲۲

۱۴۴ و = (۶۴۲۲ × ۸)/۱۴۴ = ۳۵۷ پونڈ

جو بوجھ فی مربع فٹ ہے۔

اگر بوجھ صرف ۳۰۰ پونڈ فی مربع فٹ ہو تو زور اسی تناسب سے گھٹ جائینگے اور اس طرح

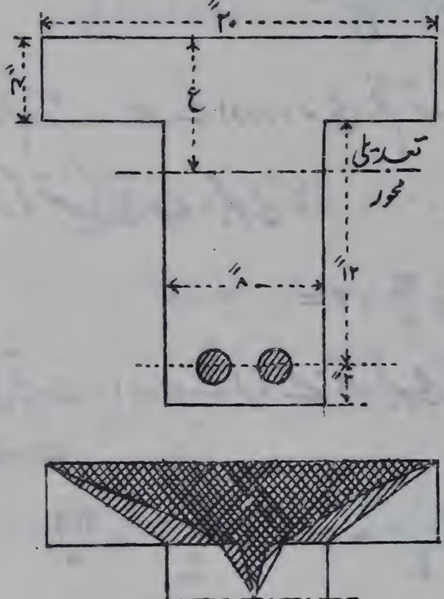
فشار کی اعظم حدت = ۶۰۰ × $\frac{۳۰۰}{۳۵۷}$

= ۵۰۵ پونڈ فی مربع انچ

تنشی زور کی حدت = ۱۲۰۰۰ × $\frac{۳۰۰}{۳۵۷}$

= ۱۰۰۹۰ پونڈ فی مربع انچ

مثال ۳ ـــــ ایک محکم شہتیر T تراشش کا ہے۔ آڑا حصہ یعنی فشاری کور ۲۰ انچ چوڑی اور ۴ انچ گہری ہے۔ اور انتصابی ٹانگ ۱۴ انچ گہری اور ۸ انچ چوڑی ہے۔ اِحکام $1\frac{1}{2}$ انچ قطر کی فولاد کی دو گول سلاخوں پر مشتمل ہے جن کے محور نچلے رُخ سے ۲ انچ کے فاصلے پر ہیں۔ مفروضات حسبِ معمول اختیار کر کے فولاد کے زور کی حدت اور تراش کا مجموعی مزاحمت کا معیار معلوم کرو جب کہ کنکریٹ پر فشاری زور ۵۰۰ پونڈ فی مربع انچ پڑے۔ فولاد کا راست لچک کا مقیاس کنکریٹ کے فشاری مقیاس کا ۱۲ گنا لو۔



شکل ۹۶

فرض کرو کہ

نت = فولاد کے زور کی حدت

ع = تعدیلی محور کا فاصلہ فشاری کنارے سے (دیکھو شکل ۹۶)۔

اس طرح زور کی حدّتوں کی نسبت حسبِ ذیل ہوگی:

$$\frac{\text{زت}}{\text{۵۰۰}} = \text{۱۲} \times \frac{\text{۱۶} - \text{ع}}{\text{ع}}$$

یا

$$\text{زت} = \text{۶۰۰۰} \times \frac{\text{۱۶} - \text{ع}}{\text{ع}} \quad \ldots\ldots\ldots (\text{۱})$$

$$\text{مجموعی فشار} = \frac{\text{۵۰۰}}{\text{ع}} \int_{\text{ع-۴}}^{\text{ع}} \text{۲۰ ما فرما} + \frac{\text{۵۰۰}}{\text{ع}} \int_{\text{۰}}^{\text{ع-۴}} \text{۸ ما فرما} \quad (\text{۱۴۸})$$

$$= \frac{\text{۱۰۰۰۰}}{\text{۲} \times \text{ع}} \left\{ \text{ع}^{\text{۲}} - (\text{ع} - \text{۴})^{\text{۲}} \right\} + \frac{\text{۴۰۰۰}}{\text{۲ع}} (\text{ع} - \text{۴})^{\text{۲}}$$

$$= \frac{\text{۴۰۰۰۰}}{\text{ع}} (\text{ع} - \text{۲}) + \frac{\text{۲۰۰۰}}{\text{ع}} (\text{ع} - \text{۴})^{\text{۲}}$$

پہلی رقم آڑے حصے کے اور دوسری رقم تعدیلی محور سے اوپر انتصابی ٹانگ کے فشار کو تعبیر کرتی ہے۔ مجموعی تناؤ

$$= \text{۲} \times \frac{\pi}{\text{۴}} \times \frac{\text{۹}}{\text{۴}} \text{ زت} = \frac{\text{۹}\pi}{\text{۸}} \text{ زت}$$

زت کی قیمت (۱) سے لے کر رکھنے اور مجموعی تناؤ کو مجموعی فشار کے مساوی رکھنے سے

$$\frac{\text{۴۰۰۰۰}}{\text{ع}} (\text{ع} - \text{۲}) + \frac{\text{۲۰۰۰}}{\text{ع}} (\text{ع} - \text{۴})^{\text{۲}} = \text{۶۰۰۰} \times \frac{\text{۱۶} - \text{ع}}{\text{ع}} \times \frac{\text{۹}\pi}{\text{۸}}$$

اس سے ع = ۶٫۶ انچ

اور $\text{زت} = \text{۶۰۰۰} \times \frac{\text{۱۶} - \text{۶٫۶}}{\text{۶٫۶}} = \text{۸۵۵۰}$ پونڈ فی مربع انچ

فشار کا معیارِ مزاحمت

$$= \frac{500}{6.6}\int_{2.6}^{6.6} 20\,.\,\text{ما}^{2}.\,\text{فرما} + \frac{500}{6.6}\int_{0}^{2.6} 8\,.\,\text{ما}^{2}.\,\text{فرما}$$

$$= \frac{20\times 500}{3\times 6.6}\left\{(6.6)^{3}-(2.6)^{3}\right\}$$

$$+ \frac{8\times 500}{3\times 6.6}(2.6)^{3} = 139000 \text{ پونڈ انچ}$$

تناؤ کا معیارِ مزاحمت

$$= 8550 \times \frac{\pi 9}{8} \times 9.4 = 284000 \text{ پونڈ انچ}$$

اس لیے مجموعی معیارِ مزاحمت

$$= 139000 + 284000 = 423000 \text{ پونڈ انچ}$$

اگر تکملوں میں دوسری رقم کو نظرانداز کر دیا جائے یعنی تعدیلی محور کے اوپر انتصابی ٹانگ میں جو خفیف سا فشاری زور ہے اس کو نظرانداز کر دیا جائے تو مجموعی فشار اور معیارِ مزاحمت کی قیمتوں پر کوئی بڑا اثر نہیں پڑتا۔ معیارِ مزاحمت کا اندازہ ترسیماً اس طرح کر سکتے ہیں کہ فشاری رقبے کی مقیاسی شکل تعدیلی محور پر قطب لے کر کھینچی جائے (دیکھو شکل ۹۶ع)۔ تب فشار کا معیارِ مزاحمت

= ۵۰۰ × (فشاری مقیاسی شکل کا رقبہ) × (محور سے اس کے مرکز ہندسی کا فاصلہ)

یا اگر دوسری مشتق شکل کھینچی جائے تو معیار

= ۵۰۰ × ۶٫۶ × (دوسری مشتق شکل کا رقبہ)

تناؤ کا معیارِ مزاحمت

= ۵۰۰ × (فشار کی پہلی مقیاسی شکل کا رقبہ) × ۹٫۴۴

(۱۴۹) نوٹ — T تراش کی ایک بہت عام مثال آہن کنکریٹ کے فرشوں کی ہے جن کے ساتھ آڑے شہتیر یک لخت ہوں۔ فرش T کے آڑے حصے کی بجائے ہوتا ہے۔ اس صورت میں آڑا حصہ T کے باقی حصے کے مقابلے میں بہت بڑا ہوتا ہے اور اگر اِحکام کے اندر زور ایک معتدل مقدار میں ہو تو تعدیلی محور آڑے حصے کے نیچے کی بجائے اُس کے اندر واقع ہوگا۔ اس کی وجہ سے فرش کی سل کے نچلے پہلو میں تناؤ پیدا ہوگا۔ لیکن فرش کو اس سمت میں تناؤ کے لیے محکم نہیں کیا جاتا اس لیے ترق پیدا ہونے کا احتمال رہتا ہے۔ اس سے اس طرح بچ سکتے ہیں کہ زیادہ اِحکام استعمال کیا جائے جس کی وجہ سے آڑے شہتیر یعنی T کی انتصابی ٹانگ میں زور کی حدّت کم ہو جائیگی۔

۷۰۔ یکساں مضبوطی کے شہتیر

خماؤ کا معیار کسی شہتیر کے طول میں عموماً نقطہ بہ نقطہ بدلتا ہے اور اُس تغیر کا قانون لداؤ کی کیفیت پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر تراش سارے طول میں یکساں ہو تو ایسی ہونی چاہیے کہ اُس اعظم خماؤ کو برداشت کر سکے جو شہتیر پر کسی جگہ پڑتا ہو۔ اس طرح یہ تراش باقی مقامات پر ضرورت سے زیادہ بڑی ہوگی۔ ظاہر ہے کہ تراش کو ہر مقام پر فسادی عمل کے متناسب رکھنے سے کفایت عمل میں آئیگی۔ اس پر چند عملی قیود ہیں۔ اُن کو ملحوظ رکھ کر مختلف نمونوں کی مرکب گرڈر کی تراشوں میں اسی اصول سے کام لیا جاتا ہے۔ دوسری صورتوں میں اس طرح کی متغیر تراش کو جو ٹھیک ٹھیک فسادی عمل کے متناسب ہو اختیار کرنے سے عملاً بہت کم کوئی فائدہ ہوتا ہے اگرچہ تراش اکثر چیزوں میں متغیر ضرور رکھی جاتی ہے مثلاً جہازوں کے مستول، گاڑیوں کی کمانیاں، اور بہت سے برآمدہ بیرم۔

مضبوطی کی یکسانیت کے واسطے تراش کو جس طرح بدلنا ہوگا اس کا یہاں مختصر طور پر ذکر کیا جاتا ہے۔ صرف خماؤ سے پیدا ہونے والے راست زوروں پر غور کریں تو اس مطلب کے لیے کہ ایک خماؤ کے معیار ھ کے تحت جو شہتیر کے طول میں مستقل نہ ہو ہر تراش پر اعظم زور ز ایک ہی ہو ذیل کی شرط پوری ہونی چاہیے :—

$$\text{ھ} = \text{ز مق} \quad \text{یا} \quad \text{مق} = \frac{\text{ھ}}{\text{ز}} \quad \text{یا} \quad \text{ز} = \frac{\text{ھ}}{\text{مق}}$$

جہاں مق شہتیر کا متغیر تراش کا مقیاس ہے۔ بالفاظِ دیگر ز مستقل رہنا چاہیے اور مقیاس مق کو خماؤ کے معیار کے متناسب ہونا چاہیے۔ اگر مستطیلی تراش لیں جس میں $\text{مق} = \frac{1}{6}\,\text{ض ق}^2$ (دفعہ ۹۱) تو ض یا ق (یا دونوں) کو اس طرح بدلنا ہوگا کہ ض ق^2 متناسب ہو ھ کے۔ اگر شہتیر ایک برآمدہ بیرم ہے جس پر ایک سرے پر بوجھ و ہو (دیکھو شکل ۵۹) تو اس میں آزاد سرے سے فاصلہ لا پر خماؤ کا معیار و. لا ہوگا اور راست زور کے لحاظ سے یکساں مضبوطی اس طرح حاصل ہو سکتی ہے کہ عرض ض کو لا کے تناسب میں بدلیں۔ اس صورت میں شہتیر کی گہرائی ق مستقل ہوگی اور سطحی خاکہ مثلثی ہوگا۔ عرض کے لیے

$$\frac{1}{6}\,\text{ض ق}^2 = \frac{\text{و لا}}{\text{ز}} \quad \text{یا} \quad \text{ض} = \frac{6\,\text{و}}{\text{ز ق}^2}\,.\,\text{لا}$$

عام صورت میں مستقل گہرائی کے مستطیلی شہتیروں کے لیے یکساں مضبوطی کی شرط یہ ہوگی کہ عرض اسی طرح بدلے جس طرح خماؤ کے معیار کے نقشے کا ارتفاع بدلتا ہے۔ کیونکہ

$$\text{ض} = \frac{6}{\text{ز ق}^2} \times \text{ھ}$$ (جس میں ز اور ق مستقل ہیں)

اگر عرض مستقل رکھا جائے تو گہرائی کا مربع خماؤ کے معیار کے متناسب ہونا چاہیے یعنی گہرائی ہر مقام پر خماؤ کے معیار کے جذر کے متناسب (۱۵۰)

ہونی چاہیے۔ یا۔

$$ق^{2} = \frac{۶}{ز\,ض} \times م$$ (جن میں ز اور ض مستقل ہیں)

ٹھوس مستدیر تراشوں کے لیے جن کا قطر متغیر ہو

$$مق = \frac{\pi}{۳۲} ق^{3} = \frac{م}{ز}$$

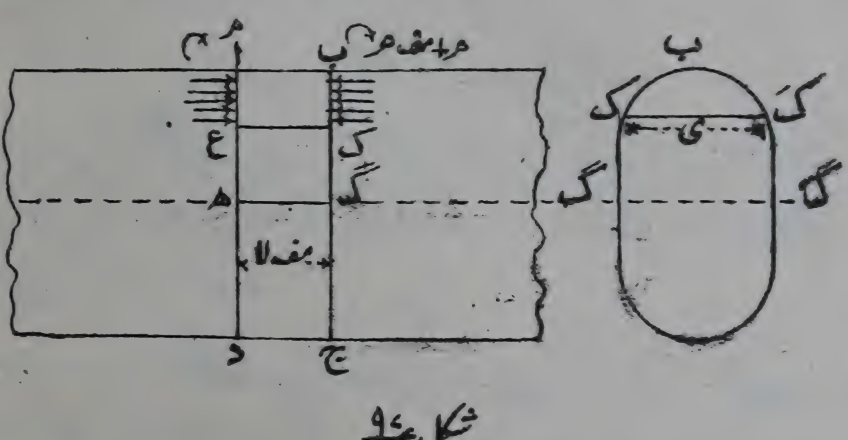
یا

$$ق^{3} = \frac{۳۲}{\pi\,ز} \times م$$

یعنی قطر خماؤ کے معیار کے تیسرے جذر کی طرح بدلنا چاہیے۔

۷۱۔ شہتیروں کے اندر جزّی زور کی تقسیم

دفعہ ۵۶ میں ایک افقی شہتیر کے ایک حصے کے تعادل پر غور کرتے وقت آسانی اس میں پائی گئی کہ ایک انتصابی مستوی تراش پر عمل کرنے والی قوتوں کو افقی اور انتصابی اجزا میں تحلیل کیا جائے۔ زور کے افقی یا طولی اجزا کی حدت کے تغیر سے دفعات ۶۱، ۶۲ اور ۶۳ میں بحث کی گئی ہے۔ اب ہم انتصابی تراش پر



شکل ۹۷

مماسی یا جزّی زور کی تقسیم پر غور کرینگے۔ کسی تراش کے کسی نقطے پر جو

انتصابی جزّ ہوگا اُس کے ساتھ ایک مساوی حدت کا اُفقی جزّ بھی موجود ہوگا (دیکھو دفعہ ۸) ۔ انتصابی جزّ کا تقاضا یہ ہوگا کہ تراش کے دونوں طرف کے حصوں کے درمیان اضافی انتصابی پھسلن پیدا کرے اور اُفقی جزّ کا تقاضا یہ ہوگا کہ ایک اُفقی یا طولی تراش کے دونوں جانب کے حصوں کے درمیان اضافی اُفقی پھسلن پیدا کرے۔ تعدیلی محور سے بلندی ما پر جزّی زور کی اوسط حدت تقریبی طور پر حسبِ ذیل طریقے پر معلوم کی جاسکتی ہے:۔

شکل ۹۷ میں فرض کرو کہ ا د اور ب اج شہتیر کی دو تراشیں فاصلہ ع ک پر یا تعدیلی سطح گ ھ پر ناپے ہوئے فاصلہ مف لا پر ہیں۔ فرض کرو کہ گ ھ سے کسی بلندی ما پر متغیر عرض ی سے تعبیر ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ تراش ا د پر خماؤ کا معیار ھر ہے اور ب اج پر ھر + مف ھر۔ تب تعدیلی سطح سے کسی بلندی ما پر تراش ا د پر طولی یا اُفقی زور کی حدت

$$ف = \frac{ھر ما}{آ} \quad (\text{دفعہ ۶۱})$$

(۱۵۱) جہاں آ تراشِ عمودی کا معیارِ جمود ہے۔ دونوں تراشوں کے درمیان کے حصے اب ک ع پر غور کرو۔ تراشِ عمودی کے چھوٹے سے رقبے ی فرما پر تراش اع میں طولی دباؤ

$$= ف ی فرما = \frac{ھر ما}{آ} ی فرما$$

اسی بلندی پر تراش ب ک میں دباؤ

$$= \frac{(ھر + مف ھر) ما}{آ} ی فرما$$

یعنی کسی پرت پر دباؤ ب ک کی طرف سے اع سے بقدر $\frac{مف ھر}{آ}$ ما ی فرما کے ہوگا۔ اِس لیے رقبہ ب ک پر کے مجموعی دباؤ کی زیادتی اع پر کے مجموعی دباؤ پر

$$= \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \frac{\text{مف ھر}}{\text{آ}} \, \text{ما ی فر ما} = \frac{\text{مف ھر}}{\text{آ}} \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \text{ما ی فر ما}$$

جہاں ما۱ = ما کی انتہائی قیمت یعنی ھ ا' اور ی پرت ع ک اور ا ب کے درمیان تراشِ عمودی کے متغیر عرض کو تعبیر کرتا ہے۔ چونکہ حصہ ا ب ک ع پر حاصل اُفقی قوت صفر ہے اس لیے ب ک پر جو دباؤ کی زیادتی ہے اُس کو سطح ع ک پر کی اُفقی جزّی قوت کے ساتھ متوازن ہونا چاہیے۔ اس لیے اگر (طول مف لا کے اندر جزّی زور کی حدت کے تغیر کو نظرانداز کرنے سے) بلندی ما پر جزّی زور کی اوسط حدت ج ہو تو ع ک پر جزّی زور ج ی مف لا ہوگا اور

$$\text{ج ی مف لا} = \frac{\text{مف ھر}}{\text{آ}} \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \text{ما ی فر ما}$$

اس لیے

$$\text{ج} = \frac{\text{مف ھر}}{\text{مف لا}} \times \frac{1}{\text{آ ی}} \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \text{ما ی فر ما}$$

$$= \frac{\text{ق}}{\text{آ ی}} \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \text{ما ی فر ما} \quad \ldots\ldots (1)$$ [1]

[1] اگر شہتیر کی عمودی تراشش متغیر ہو تو ربط $\text{مف ف} = \frac{\text{ما}}{\text{آ}} \, \text{مف لا}$ کی بجائے $\text{ف} = \frac{\text{ھر ما}}{\text{آ}}$ سے حسب ذیل ربط حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{\text{فر ف}}{\text{فر لا}} = \left(\text{آ ما} \frac{\text{فر ھر}}{\text{فر لا}} - \text{ھر ما} \frac{\text{فر آ}}{\text{فر لا}} \right) \div \text{آ}^2$$

اور اس طرح مساوات (۱) حسب ذیل ہو جاتی ہے:

$$\text{ج} = \frac{\text{ق آ} - \text{ھر} \frac{\text{فر آ}}{\text{فر لا}}}{\text{ی آ}^2} \int_{\text{ما}}^{\text{ما}_1} \text{ما ی فر ما}$$

اور یہ آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے اگر آ، لا کا اور ی، ما کا سادہ تفاعل ہو۔

جہاں ق = $\frac{\text{فر مر}}{\text{فر لا}}$ (دفعہ ۹۵ مساوات (۲)) = تراش پر مجموعی جزّی قوت۔
دراصل بلندی ما پر جزّی زور کی حدت کسی قدر متغیر ہوگی اور عرضاً اندر کی جانب زیادہ ہوگی۔

جملہ $\frac{ق}{آ ی}$ ر ما$_۱$ مای فرما میں تکمل کے باہر کا حرف ی اور تکمل کی نچلی حد کو تعبیر کرنے والا حرف ما تعدیلی سطح ہ گ سے اس خاص بلندی کی سطح کے لیے ہیں جس کے لیے ج مطلوب ہے لیکن تکمل کے اندر کے حروف ما اور ی دونوں وسعت ما، تا ما میں یا ۱ تا ع میں متغیر ہیں (شکل ۹۷)۔
دیکھو مقدار ر ما$_۱$ مای فرما تعدیلی محور گ گَ کے گرد رقبہ ک ب کَ کا معیار
(۱۵۲) ہے جو رقبے اور گ گَ سے اس کے مرکزِ ہندسی کے فاصلے کا حاصل ضرب ہے یا مقیاسی شکل کے اس رقبے کے جو ک کَ کے اوپر ہے اور بلندی ہ ۱ یا ما$_۱$ کے حاصل ضرب کے مساوی ہے (دیکھو دفعہ ۹۸)۔ اس طرح

$$ج = \frac{ق}{آ \times ک کَ} \times (\text{رقبہ ک ب کَ}) \times$$

(اس کے مرکزِ ہندسی کا فاصلہ گ گَ سے) .... (۲)

یا $$ج = \frac{ق \times ما_۱}{آ \times ک کَ} \times (\text{مقیاسی شکل کا رقبہ ب}$$

اور ک کَ کے درمیان) .... (۳)

ان سے عمودی تراش کے کسی نقطے پر جزّی زور کی حدت معلوم کرنے کا ترسیمی طریقہ حاصل ہوتا ہے۔
اوپر کے جملے (۱) یا (۳) سے ظاہر ہے کہ ج اعظم ہوگا جب کہ

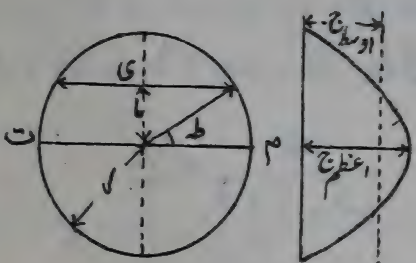
تکمل کی نچلی حد صفر ہو (یعنی ج تعدیلی سطح پر اعظم ہوگا) اور ج دونوں کناروں پر (جہاں ما = ما۱ یا ما = ـ ما۱) صفر ہوگا۔ اگر مقیاسی شکلوں والا ترسیمی طریقہ اختیار کیا جائے تو تعدیلی محور کی مقابل جانبوں کے رقبوں کی علامتیں مخالف سمجھنی چاہییں۔

مستطیلی تراش (شکل ۹۸)۔ عرض ض گہرائی ق۔ چونکہ ی مستقل اور ض کے مساوی ہے اس لیے تعدیلی محور سے کسی بلندی ما پر

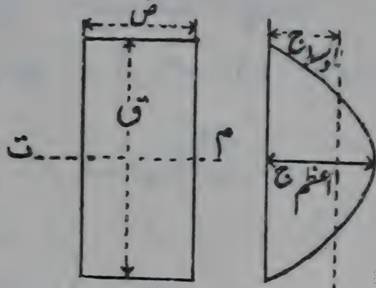
$$\text{ج} = \frac{\text{ق}}{\text{آ ی}} \int_{\text{ما}}^{\frac{\text{ق}}{۲}} \text{ما ی فرما} = \frac{\text{ق}}{\text{آ}} \int_{\text{ما}}^{\frac{\text{ق}}{۲}} \text{ما فرما}$$

$$= \frac{۱۲\,\text{ق}}{\text{ض ق}^{۳}} \left(\frac{۱}{۲} \text{ما}^{۲} \right)_{\text{ما}}^{\frac{\text{ق}}{۲}}$$

$$= \frac{۶\,\text{ق}}{\text{ض ق}^{۳}} \left\{ \left(\frac{\text{ق}}{۲} \right)^{۲} - \text{ما}^{۲} \right\} \quad \cdots\cdots\cdots (۴)$$



شکل ۹۹



شکل ۹۸

اگر ق کے خط کو اساسی خط مان کر ج کی قیمتوں کو ترسیم کیا جائے جیسا کہ شکل ۹۸ میں کیا گیا ہے تو منحنی ایک مکانی ہوگا اور جب کہ ما = ۰ تو

$$\text{ج} = \frac{۳}{۲} \, \frac{\text{ق}}{\text{ض ق}}$$

جزّی زور کی اوسط حدت ق ÷ ض ق ہے۔ اس طرح اعظم حدت اوسط حدت سے ۵۰ فی صدی زیادہ ہوئی۔

مستطیل تراش ـــ شکل ۹۹ کو دیکھ کر

$$\text{ما} = \text{س جب ط}،\quad \text{ی} = ۲\,\text{س جم ط}،\quad \text{فرما} = \text{س جم ط فرط}$$

اور $\text{آ} = \frac{\pi\,\text{س}^۲}{۴}$ مندرج کرنے سے

$$\text{ج} = \frac{۴\,\text{ق} \times ۲\,\text{س}^۳}{\pi\,\text{س}^۴ \times ۲\,\text{س جم ط}} \int_{\text{ط}}^{\frac{\pi}{۲}} \text{جب ط جم}^۲\,\text{ط فرط}$$

$$= \frac{۴\,\text{ق}}{\pi\,\text{س}^۲\,\text{جم ط}} \left(\frac{۱}{۳}\,\text{جم}^۳\,\text{ط}\right)_{\frac{\pi}{۲}}^{\text{ط}}$$

$$= \frac{۴\,\text{ق}}{۳\,\pi\,\text{س}^۲}\,\text{جم}^۲\,\text{ط} \quad \text{یا} \quad \frac{۴\,\text{ق}}{۳\,\pi\,\text{س}^۲}\left(۱ - \frac{\text{ما}^۲}{\text{س}^۲}\right) \quad \ldots\ldots (۵)$$

(۱۵۳) تعدیلی محور پر ط = ۰ یا ما = ۰ اور

$$\text{ج} = \frac{۴}{۳}\,\frac{\text{ق}}{\pi\,\text{س}^۲}$$

جو تراش کے جزئی زور کی اوسط حدت کا $\frac{۴}{۳}$ ہے۔ مختلف بلندیوں پر حدتیں شکل ۹۹ کے مطابق ہونگی۔ منحنی ایک مکافی ہے۔ یہ نتائج محض تقریبی ہیں۔ پٹی ی فرما میں زور اندر کی جانب زیادہ ہوتا ہے اور باہر کی جانب کم ہوتا جاتا ہے[1]۔

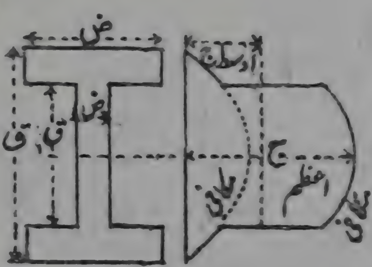
[1] پٹی کے اندر حدت کو مستقل ماننے سے جو غلطی واقع ہوتی ہے اُس کا ایک سہل اندازہ مسٹر بری چرڈ کے پرچے "جھکاؤ کے نظریے کی خامیاں" سے ہوگا جو Trans. Am. Soc. Civil Engineers کی جلد ۵، صفحہ ۹۰۷-۹۰۸ میں ملیگا۔ اس پرچے سے ابتدائی مستوی تراشوں کی شکل کے بگاڑ کا اندازہ ہوجاتا ہے اور نیز اس امر کا کہ سادہ خماؤ کے نظریے سے جو زور حاصل ہوتے ہیں اُن کی اصلاح کے لیے اُن میں کیا ترمیم کرنی چاہیے کہ زیادہ تقریبی نتائج حاصل ہوں۔

اس نقشے کا اوسط ارتفاع جزی زور کی اوسط حدت کو تعبیر نہیں کرتا کیونکہ تراش کا عرض یکساں نہیں۔ ایک پتلی دھاتی نلی کی صورت میں جس کی موٹائی م ہو تعدیلی محور پر ج کی اعظم قیمت اس طرح حاصل ہو گی کہ $\int_{ما}^{ما_1}$ ما ی فرما کے لیے اس کی قیمت نصف رقبہ اور تعدیلی محور سے اس کے مرکزِ ہندسی کے فاصلے کا حاصل ضرب لی جائے اس طرح

$$ج = \frac{ق}{\pi س^3 م \times 2م} \times \pi س م \times \frac{2}{\pi} س = \frac{2ق}{2\pi س م}$$

جو پوری تراش کے اوسط کا دوگنا ہے۔

مستطیلی I تراش نوکدار کناروں کے ساتھ (شکل ۱۰۱)۔ کور کے اندر تعدیلی محور سے فاصلہ ما پر



شکل ۱۰۱

$$ج = \frac{ق}{آ ض} \int_{ما}^{\frac{ق}{2}} ما ض فرما$$

$$= \frac{ق}{2آ} \left(\frac{ق^2}{4} - ما^2\right)$$

$ما = \frac{ق_1}{2}$ رکھنے سے کور کے نچلے پہلو پر

$$ج = \frac{ق}{آ} \cdot \frac{ق^2 - ق_1^2}{8}$$

پیٹے میں

$$ج = \frac{ق}{آ ض_1} \int_{ما}^{\frac{ق}{2}} ما ی فرما$$

جہاں $ی_۱$ = ض کچھ حصے تک اور = ض باقی حصے میں (یعنی پیٹے میں)۔
اس طرح تکملی کو دو حصوں میں تقسیم کرنے سے

$$ج = \frac{ق}{آ ض}\left(ض \int_{\frac{ق_۱}{۲}}^{\frac{ق}{۲}} ما فرما + ض \int_{ما}^{\frac{ق_۱}{۲}} ما فرما\right)$$

$$= \frac{ق}{آ}\left(\frac{ض}{ض} \times \frac{ق^۲ - ق_۱^۲}{۸} + \frac{ق_۱^۲}{۸} - \frac{ما^۲}{۲}\right)$$

$ما = \frac{ق_۱}{۲}$ رکھنے سے پیٹے کے ذرا اندر

$$ج = \frac{ق}{آ} \times \frac{ق^۲ - ق_۱^۲}{۸} \times \frac{ض}{ض}$$ یعنی کور کے ذرا اندر کی قیمت کا $\frac{ض}{ض}$ گنا۔

اور ما = ۰ رکھنے سے

$$ج = \frac{ق}{آ}\left\{\left(\frac{ض}{ض} \times \frac{ق^۲ - ق_۱^۲}{۸}\right) + \frac{ق_۱^۲}{۸}\right\}$$

شکل ۱۰۰ کے منحنی (حسب قرارداد) مختلف بلندیوں پر (اوسط) حدت (۱۵۴)
کے تغیر کو ظاہر کرتے ہیں۔ دونوں حصے مکافی ہیں۔
کسی بلندی کی اوسط حدت کو آسانی سے اوپر کی مساوات (۲) سے بیان
کر سکتے ہیں۔ مثلاً پیٹے میں بلندی ما پر

$$ج = \frac{ق}{آ ض} \times$$ (بلندی ما کے اوپر کے تراشی رقبے کا معیار تعدیلی محور کے گرد)

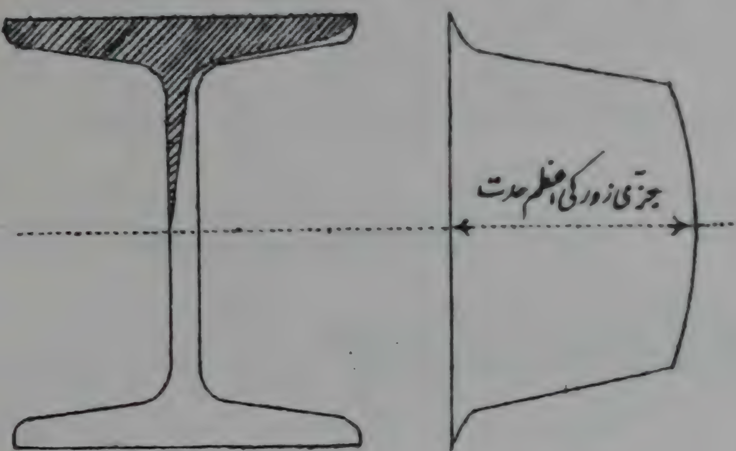
اس طرح ما = ۰ پر اعظم زور (حصول کا معیار لینے سے)

$$ج = \frac{ق}{آ ض}\left\{ض\left(\frac{ق}{۲} - \frac{ق_۱}{۲}\right)\left(\frac{ق}{۲} + \frac{ق_۱}{۲}\right) \times \frac{۱}{۲} + ض \frac{ق_۱}{۲} \times \frac{ق_۱}{۴}\right\}$$

جو گزشتہ نتیجے کے مطابق ہے۔ یہ نتائج اگرچہ ریاضی کی رُو سے بالکل صحیح ہیں

لیکن طبیعی طور پر صرف تقریبی ہیں۔ کور کے اندرونی پہلو پر کوئی جزئی زور نہیں ہو سکتا اور اس سطح پر تقسیم یکساں نہیں ہو سکتی۔

پھیلی ہوئی I تراش ــــ اس کے لیے بہترین طریقہ مقیاسی شکل کا ترسیمی طریقہ ہے جو اوپر بیان کیا جا چکا ہے۔ ایک مثال شکل ۱۰۱ میں



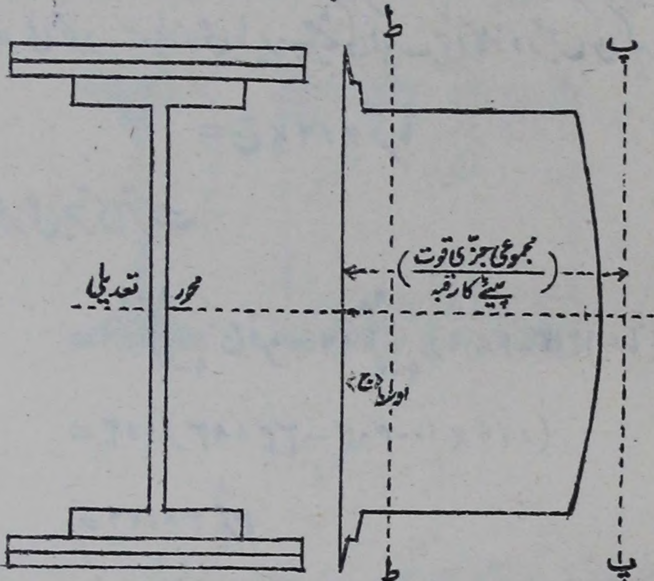
شکل ۱۰۱

دکھائی گئی ہے۔ ہر معین اس کے اوپر کے مقیاسی شکل کے رقبے اور تراش کے متناظر عرض کے حاصل تقسیم کے متناسب ہے۔

ساختہ گرڈر کی تراش ــــ شکل ۱۰۲ میں ایک ساختہ گرڈر کی تراش کے مختلف حصوں میں جزئی زور کی حدت دکھائی گئی ہے۔ زور کی حدتیں اسی طرح محسوب کی گئی ہیں جس طرح شکل ۱۰۱ میں I تراش کے لیے مگر یہاں شکل کو تین حصوں میں تقسیم کرنا پڑا کیونکہ تراش میں تین مختلف عرض ہیں۔

تقرب ــــ پیٹے کے اندر جزئی زور کی حدت محسوب کرنے کے لیے معمولی تقرب یہ ہے کہ یہ مانا جائے کہ پیٹا ساری انتصابی جزئی قوت کو برداشت کرتا ہے اور اس کی تقسیم یکساں ہے۔ شکل ۱۰۲ سے ظاہر ہے کہ پیٹے کے اندر حدت زیادہ نہیں بدلتی۔ اوپر کے تقرب کی رو سے جزئی زور کی جو حدت ہوگی وہ نقطہ دار خط پ پا سے تعبیر ہوگی۔

یہ تراش کی پوری جزّی قوت کو پیٹے کی تراش کے رقبے سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوئی۔ شکل ۱۰۲ء کو دیکھ کر نتیجہ نکالا جا سکتا ہے کہ پیٹے کے اوسط جزّی زور کے لیے یہ آسان تقرب موجودہ تراش کی صورت میں ایک اچھا تقرب ہے۔ خط (۱۵۵)
ط ط جزّی زور کی اوسط حدّت یعنی پوری جزّی قوت بٹے تراش کا پورا رقبہ کو



شکل ۱۰۲ء

تعبیر کرتا ہے۔ ظاہر ہے کہ اس سے پیٹے کے زور کا صحیح اندازہ نہیں ہو سکتا۔ پیٹے کا زور اس سے ہر جگہ زیادہ ہے۔

مثال —— ایک I تراش کا شہتیر ۲۰ انچ گہرا اور $\frac{1}{2}$ ۷ انچ چوڑا ہے۔ اس کی کوریں ۱ انچ موٹی اور پیٹا ۶ء انچ موٹا ہے۔ اس پر ۴۰ ٹن کی جزّی قوت ہے۔ معلوم کرو کہ پیٹا مجموعی جزّی قوت کا کتنا حصہ برداشت کرتا ہے اور اس میں زور کی اعظم حدّت کیا ہے۔ آ = ۱۶۴۷ انچ اکائیاں۔ تراش کے تعدیلی محور سے کسی بلندی ما پر پیٹے میں جزّی زور کی اوسط حدّت

$$ج = \frac{۴۰}{۶ء \times ۱۶۴۷}\left(۷٫۵\int_{۹}^{۱۰} ما\, فرما + ۶ء\int_{۰}^{۹} ما\, فرما\right)$$

= ٤٠ / (٢ × ٫٦ × ١٤٤٧) {(١٩ × ٧٫٥) + ٫٦ (٨١ − ما²)}

= ٣٫٨٧ − ٠٫٠١٢١٣ ما²

تعدیلی محور سے بلندی ما پر پیٹے کی ایک پٹی کا زور جس کی گہرائی فرما ہو

= ج × ٫٦ × فرما

اور پیٹے پر مجموعی جزی قوت

= ٫٦ ∫ (٩ ، −٩) ج فرما = ٫٦ ∫ (٩ ، −٩) (٣٫٨٧ − ٠٫٠١٢١٣ ما²) فرما

= ١٫٢ (٣٤٫٨٣ − ٠٫٠٠٤٠٤ × ٧٢٩)

= ٣٨٫٢٦ ٹن

یعنی کُل کا ٩٥٫٦ فی صدی۔

ج کی اعظم قیمت (جو ما = ٠ پر ہوگی) صریحاً ٣٫٨٧ ٹن فی مربع انچ ہے۔ (١٥٦)
اب معمولی تقریب کی جانچ کرو یعنی پوری جزی قوت کو پیٹے پر یکساں پھیلا ہوا سمجھو تو حدت

= ٤٠ / (١٨ × ٫٦) = ٣٫٧٠ ٹن فی مربع انچ

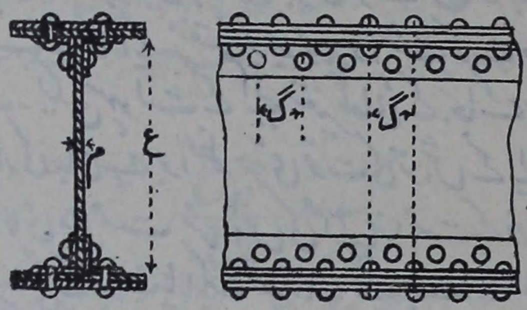
جو پیٹے کے اندر ج کی اوسط قیمت

= ٣٨٫٢٦ / (١٨ × ٠٫٦) = ٣٫٥٤ ٹن فی مربع انچ

اور اعظم قیمت ٣٫٨٧ ٹن فی مربع انچ کے درمیان ہے۔

۷۲۔ گرڈر میں ریوٹوں کی گھائی

مرکب I تراشوں میں کوریں اور پیٹا چونکہ تختیاں ہوتے ہیں اس لیے ان کو زاویئی پیٹوں کے ذریعے مربوط کیا جاتا ہے جو پیٹے کو اور کور کو ریوٹا ئی جاتی ہیں۔ (دیکھو شکل $\frac{103}{}$)۔



شکل $\frac{103}{}$

اس طرح ریوٹوں کو پیٹے اور کور کے درمیان کے طولی جزّ کو منتقل کرنا ہوگا۔ فرض کرو کہ ریوٹوں کی گھائی گ ہے اور فرض کرو کہ ایک ریوٹ کی شکستگی کی کامی مزاحمت نا ہے۔ پیٹے کے اندر جزّی زور کی حدت کے تغیر کو نظرانداز کرنے سے اور دفعۂ گزشتہ کا تقریبی طریقہ اختیار کرنے سے اُفقی اور انتصابی جزّی زور کی حدت

$$ج = \frac{ق}{م \times ع}$$

جہاں م = پیٹے کی موٹائی اور ع = پیٹے کی گہرائی اور ق = تراشش پر مجموعی جزّی قوت۔ افقی فاصلہ گ کے اندر مجموعی افقی جزّی قوت ج × گ × م کی مزاحمت کرنی ہے اس لیے

$$ج گ م = نا$$

$$گ = \frac{نا}{ج م} = \frac{نا ع}{ق}$$

اس کو اس طرح بھی حاصل کیا جا سکتا ہے کہ ایک نقطہ ط (شکل ۱۰۳) کے گرد پیٹے کے طول گ۔ پر کی قوتوں کا معیار لیں اور اس کو ملحوظ رکھیں کہ پیٹے پر صرف ایک اہم قوت ہے اور وہ جزّی قوت ق ہے۔

گھائی گ کے لیے اوپر جو جملہ حاصل ہوا ہے اس سے معلوم ہوتا ہے
(۱۵۷) کہ مستقل گہرائی ع کے گرڈر میں جہاں جزّی قوت ق کم ہو وہاں گھائی کو بڑا رکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً ایک منقسم بوجھ کو برداشت کرنے والے گرڈر کے وسط کے قریب۔ لیکن سہولت کے لیے متغیر گھائی کے بجائے سارے طول میں ایسی گھائی اختیار کی جاتی ہے جو اعظم جزّی قوت کی تراش کے لیے موزوں ہو۔
ایک ریوٹ کی کامی مزاحمت نر اس کی اس مزاحمت کے ذریعے معلوم ہو سکتی ہے جو جزّی شکستگی کے خلاف یا ایک قطر میں کچلے جانے کے خلاف ظہور میں آئے۔ اگر جزّی شکستگی کی مزاحمت سے کام لیا جائے تو زاویوں کو پیٹے سے جوڑنے والے ریوٹوں کی صورت میں چونکہ ہر ایک ریوٹ میں دو مستدیر تراشیں جز کی مزاحمت کریں گی اس لیے

$$نر = ۲ \times \frac{\pi}{۴} \times ق^{۲} \times ز_{ج}$$

جہاں ق ریوٹ کا قطر ہے اور $ز_{ج}$ جزّی زور کی بے خطر حدت ہے۔
کچلاؤ کی مزاحمت

$$= ق \times م \times ز_{چ}$$

جہاں $ز_{چ}$ = ریوٹ کے رقبے کے ظل پر کچلاؤ کے زور کی بے خطر حدت۔ $ز_{چ}$ کو عموماً $ز_{ج}$ کا تقریباً دوگنا لیا جاتا ہے۔ ان دونوں مزاحمتوں میں جو کم تر ہو اس کو کامی مزاحمت سمجھنا چاہیے۔ پیٹا بہت پتلا ہو تو یہ کچلاؤ کی مزاحمت ہوگی۔
اگر جزّی مزاحمت کی رُو سے حساب کیا جا رہا ہو تو زاویوں کو کوروں سے جوڑنے کے لیے پیٹے سے دُگنے ریوٹ درکار ہوں گے کیونکہ ہر ایک ریوٹ جز کی مزاحمت کے لیے صرف ایک مستدیر رقبہ پیش کرتا ہے۔ اس کے لیے